Colección
NANAHUATZIN

TERCER GRADO

Saberes y pensamiento científico

Colección Nanahuatzin. Saberes y pensamiento científico. Tercer grado de secundaria fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública
Mario Martín Delgado Carrillo

Subsecretaría de Educación Básica
Angélica Noemí Juárez Pérez

Dirección General de Materiales Educativos
Marx Arriaga Navarro

Dirección de Desarrollo e Innovación de Materiales Educativos
Sady Arturo Loaiza Escalona

Coordinación de revisión técnico-pedagógica
Ysabel Camacho Norzagaray

Revisión técnico-pedagógicos
Marco Antonio Peña Romero
Salvador Pahua González
Joel Chávez Contreras
Isaías Diéguez
María Judith Diéguez González

Coordinación de la colección
Samantha Natalia Rios Villanueva
Néstor Daniel López Reyes

Coordinación del Campo formativo
Luis Erasmo Arteaga Nieto
Rosa del Carmen Villavicencio Caballero
Omar Guadarrama Enríquez

Redacción de contenidos
Gabriel Calderón López
Miguel Alberto Casab Olguín
Anaí Chiken Soriano
Miguel Angel Díaz González
Omar Guadarrama Enríquez
Hilda Victoria Infante Cosío
Daniel Moreno Rodríguez
José Antonio Orihuela Cerón
Máximo Pérez Rivas
Leticia Quiriz Montiel
Miguel Ángel Rosales César

Cuidado de la edición
Adriana Gasca Guzmán
Adriana Uresti Hernández
Alberto de Jesús Robledo Ruiz
Álvaro Enrique Hernández Castro
Ana María Dolores Mendoza Almaraz
Bernardo Galindo Ruiz
Evelyn Marisol Cortés Hernández
José Luis Enciso Martínez
Juan Napoleón Cruz Paz
Julio Francisco Díaz Vázquez
Leonor Díaz Mora
Magdalena Gárate Cabrera
Mónica Azucena Luna Andrade
Nikte Shiordia Coronado
Omar Alfredo Nieto Arroyo
Víctor Hugo Hernández Rosas

Corrección de estilo
Aketzaly Janai Mendez Moreno
Carolina Romero Velázquez
Claudia Paz Hernández
Damaris Berenice Vera Zamora
Darío de Jesus Fernández González
Denise Raquel Roldán Alcalá
Eduardo de la Garza Tapia
Elvia Cristina Sánchez Zepeda
Francisco Iván Solís Ruiz
Ismael Torres Cabañas
Juan Alejandro Correa Sandoval
María Fernanda Aika Studer Noguez
Martha Gabriela Coronel Aguayo
Miguel Sánchez Arzate
Nashielli Manzanilla Mancilla
Sonia Ramírez Fortiz
Sonia Raquel Cruz Paz
Yakami Jorge Barrón Machado
Yésica Ramírez Pérez

Dirección editorial
Cutberto Arzate Soltero

Coordinación editorial
Irma Iliana Vargas Flores

Supervisión editorial
Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Asistencia editorial
Bernardo Aranda Bastida
María del Pilar Espinoza Medrano

Coordinación de iconografía y diseño
Alejandro Portilla de Buen

Producción editorial
Martín Aguilar Gallegos

Seguimiento de producción editorial
Moisés García González

Preprensa
Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Iconografía
Irene León Coxtinica
Héctor Daniel Becerra López
Noemí González González
Blanca Leidy Guerrero Villalobos
José Francisco Ibarra Meza
Nadira Nizametdinova Malekovna
Itzel Aurora Vázquez Flores
Orsalia Iraís Hernández Güereca

Diseño
Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Judith Sánchez Durán

Coordinación de diseño y diagramación
Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Ana Laura Jiménez Saucedo
Astrid Solange Stoopen Mendoza
Carla Raigoza Figueras
Edwin Octavio Ramírez Mendieta
Jessica Paulina García Acosta
Sandra Elena Ferrer Alarcón

Portada
Diseño: Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Fotografía: Los prismas basálticos, Huasca de Ocampo, Hidalgo, fotografía de Denis Jockmans

Primera edición, 2023
Edición revisada, 2025
Primera reimpresión, 2025 (ciclo escolar 2026-2027)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2023,
Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-579-098-5 Obra completa
ISBN: 978-607-579-100-5

Impreso en México
DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Agradecemos a la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática A. C. (SomiDem) por su colaboración para realizar estos materiales.

Colección Nanahuatzin. Saberes y pensamiento científico. Tercer grado de secundaria fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública
Mario Martín Delgado Carrillo

Subsecretaría de Educación Básica
Angélica Noemí Juárez Pérez

Dirección General de Materiales Educativos
Marx Arriaga Navarro

Dirección de Desarrollo e Innovación de Materiales Educativos
Sady Arturo Loaiza Escalona

Coordinación de revisión técnico-pedagógica
Ysabel Camacho Norzagaray

Revisión técnico-pedagógicos
Marco Antonio Peña Romero
Salvador Pahua González
Joel Chávez Contreras
Isaías Diéguez
María Judith Diéguez González

Coordinación de la colección
Samantha Natalia Rios Villanueva
Néstor Daniel López Reyes

Coordinación del Campo formativo
Luis Erasmo Arteaga Nieto
Rosa del Carmen Villavicencio Caballero
Omar Guadarrama Enríquez

Redacción de contenidos
Gabriel Calderón López
Miguel Alberto Casab Olguín
Anaí Chiken Soriano
Miguel Angel Díaz González
Omar Guadarrama Enríquez
Hilda Victoria Infante Cosío
Daniel Moreno Rodríguez
José Antonio Orihuela Cerón
Máximo Pérez Rivas
Leticia Quiriz Montiel
Miguel Ángel Rosales César

Cuidado de la edición
Adriana Gasca Guzmán
Adriana Uresti Hernández
Alberto de Jesús Robledo Ruiz
Álvaro Enrique Hernández Castro
Ana María Dolores Mendoza Almaraz
Bernardo Galindo Ruiz
Evelyn Marisol Cortés Hernández
José Luis Enciso Martínez
Juan Napoleón Cruz Paz
Julio Francisco Díaz Vázquez
Leonor Díaz Mora
Magdalena Gárate Cabrera
Mónica Azucena Luna Andrade
Nikte Shiordia Coronado
Omar Alfredo Nieto Arroyo
Víctor Hugo Hernández Rosas

Corrección de estilo
Aketzaly Janai Mendez Moreno
Carolina Romero Velázquez
Claudia Paz Hernández
Damaris Berenice Vera Zamora
Darío de Jesus Fernández González
Denise Raquel Roldán Alcalá
Eduardo de la Garza Tapia
Elvia Cristina Sánchez Zepeda
Francisco Iván Solís Ruiz
Ismael Torres Cabañas
Juan Alejandro Correa Sandoval
María Fernanda Aika Studer Noguez
Martha Gabriela Coronel Aguayo
Miguel Sánchez Arzate
Nashielli Manzanilla Mancilla
Sonia Ramírez Fortiz
Sonia Raquel Cruz Paz
Yakami Jorge Barrón Machado
Yésica Ramírez Pérez

Dirección editorial
Cutberto Arzate Soltero

Coordinación editorial
Irma Iliana Vargas Flores

Supervisión editorial
Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Asistencia editorial
Bernardo Aranda Bastida
María del Pilar Espinoza Medrano

Coordinación de iconografía y diseño
Alejandro Portilla de Buen

Producción editorial
Martín Aguilar Gallegos

Seguimiento de producción editorial
Moisés García González

Preprensa
Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Iconografía
Irene León Coxtinica
Héctor Daniel Becerra López
Noemí González González
Blanca Leidy Guerrero Villalobos
José Francisco Ibarra Meza
Nadira Nizametdinova Malekovna
Itzel Aurora Vázquez Flores
Orsalia Iraís Hernández Güereca

Diseño
Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Judith Sánchez Durán

Coordinación de diseño y diagramación
Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Ana Laura Jiménez Saucedo
Astrid Solange Stoopen Mendoza
Carla Raigoza Figueras
Edwin Octavio Ramírez Mendieta
Jessica Paulina García Acosta
Sandra Elena Ferrer Alarcón

Portada
Diseño: Imelda Guadalupe Quintana Martínez
Fotografía: Los prismas basálticos, Huasca de Ocampo, Hidalgo, fotografía de Denis Jockmans

Primera edición, 2023
Edición revisada, 2025
Primera reimpresión, 2025 (ciclo escolar 2026-2027)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2023,
Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-579-098-5 Obra completa
ISBN: 978-607-579-100-5

Impreso en México
DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Agradecemos a la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática A. C. (SomiDem) por su colaboración para realizar estos materiales.

Presentación

Estimadas maestras, estimados maestros: la presente obra es el esfuerzo de la Secretaría de Educación Pública (SEP) por acercar a las y los estudiantes algunos contenidos educativos y una forma renovadora de abordaje. Todo dentro de la propuesta de la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Los contenidos educativos se muestran como aquellas categorías que, desde un tratamiento crítico, se convierten en los pretextos idóneos para comprender la realidad. Desde esa perspectiva, se visualizan formas auténticas e innovadoras para reconstruir las relaciones intelectuales, sociales, afectivas y culturales, dotándolas de soberanía al asegurar su afinidad con la transformación requerida para mejorar y dignificar la vida de las y los mexicanos.

Una escuela esperanzadora, revolucionaria de las conciencias y transformadora con tendencia a la recomposición del tejido social se construye con base en los empeños colectivos que recuperan lo propio, lo común, lo nuestro. Ello la coloca en un marco valorativo lo suficientemente amplio para incluir todas las voces, anhelos e ideales manifiestos en el momento actual. La escuela es, ante todo, un espacio de creación de sentidos sobre la vida, pues sostiene que el futuro no es una obra del azar ni está predeterminado por condiciones hegemónicas que limitan a padecerlo. Es hoy y no mañana cuando se ubican las acciones necesarias para potenciar un futuro prominente para todxs. De ahí la necesidad de sumarse a la convocatoria de José Martí (1853-1895) al referirse al hombre de su tiempo: "Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido: es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive[;] es ponerlo al nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo con lo que no podrá salir a flote; es preparar al hombre para la vida" (Estévez, 2013, p. 155). Sostener la idea tradicionalista en la cual la escuela es un sitio de socialización que disciplina a los estudiantes para su adaptación acrítica a un mundo heredado significa dejarla por debajo de su tiempo.

De este modo, pensar los futuros posibles debe ser un ejercicio de definición de alternativas para cuestionarse si la acción fundacional de la escuela mediante la actividad docente es sólo enseñar. ¿Enseñar qué?, ¿enseñar a quiénes o para qué? Aquí una breve reflexión al respecto: La premisa de que a la escuela se va a aprender por parte de los estudiantes y a enseñar por parte de las maestras y los maestros se argumenta desde la postura del experto, poseedor de los conocimientos y responsable de transmitirlos mediante procesos didácticos explicativos o de trasposición referida al trabajo que transforma el objeto de saber en un objeto de enseñanza (Chevallard, 1985). Con esta premisa, la acción pedagógica se sitúa en el orden explicador institucionalizado, magistralmente expuesto por Jacques Rancière (2011, p. 132):

> Enseñar era, al mismo tiempo, transmitir conocimientos y formar los espíritus, conduciéndolos, según un orden progresivo, de lo más simple a lo más complejo. De este modo el discípulo se educaba, mediante la apropiación razonada del saber y a través de la formación del juicio y del gusto, en tan alto grado como su destinación social lo requería y se le preparaba para funcionar según este destino: enseñar, pleitear o gobernar para las elites letradas; concebir, diseñar o fabricar instrumentos y máquinas para las vanguardias nuevas que se buscaba ahora descubrir entre la elite del pueblo.

La escuela moderna se institucionaliza sobre la base del reproduccionismo o función de adaptación social, y desde ahí se dibuja su anclaje en la construcción de conocimientos de carácter instrumental, de respuestas prácticas, como lo demanda el "capitalismo cognitivo". Ese modelo educativo de convenio postula la calidad como eficiencia y la legitimidad del conocimiento como pertinencia educativa, cuya finalidad es reducir la brecha entre lo que se enseña y lo que ocurre en el campo de las ciencias. Brecha que se valora y aclara con prácticas institucionalizadas de evaluación con mecanismos estandarizados y homogeneizadores, donde la tarea del docente enfatiza y diseña estrategias correctivas para mejorar los aprendizajes mediante el ajuste, la flexibilización o la adecuación de contenidos. Es decir, el docente, como técnico de la educación, hace un esfuerzo intelectual para reducir la brecha identificada, comprime la pedagogía en modas metodológicas impulsadas desde afuera, y simplifica la didáctica en planificación de técnicas en una simulación burocrática, o en recetas que garanticen el aprendizaje exigido. Como se aprecia, esta discusión da para mucho. Consideremos arriesgado continuar con una visión romántica de la escuela y de lo que en ella se enseña y se aprende.

La NEM se encuentra a guisa de posicionamientos pedagógico-didácticos reformados para darles coherencia mediante contenidos educativos en forma de narrativas escritas y, con ello, trascender la lógica de mercantilización constituida en los libros de texto de los modelos educativos anteriores. Las narrativas contenidas en este libro se argumentan desde la experiencia pedagógica de maestras y maestros de educación secundaria quienes, con el afán de vivenciar el diseño creativo, desarrollaron artículos con saberes disciplinares diferenciados de la estructuración tradicional, donde prevalecía la administración de contenido y atendía un modelo curricular academicista. Esta nueva propuesta no descuida los contenidos de matemáticas, historia, geografía, biología o física; tampoco deja fuera las contribuciones literarias clásicas, modernas, aportadas desde el pensamiento eurocéntrico. Pero pretende modificar la referencia o los puntos de partida con los cuales se toman las decisiones para los libros de texto. Esto es, dejar de anteponer las teorías, los métodos y las técnicas expresadas en objetivos conductuales homogéneos a la práctica y la realidad sociocultural en la vida de los estudiantes.

Los artículos en forma de narrativa aquí expuestos ofrecen la posibilidad de cambiar de dirección los procesos educativos ofrecidos en la escuela: Proponen ejercicios prácticos de lectura de la realidad, confrontándolos con saberes disciplinares emanados de las diversas ciencias para lograr conclusiones preliminares y, con ellas, remitir de nueva cuenta al análisis crítico de las teorías y metodologías. Asimismo, pretenden desarrollar lecturas más acabadas que consideren los territorios, contextos y las regiones donde se ubican las escuelas de educación secundaria.

A este proceso de enunciar de forma distinta los contenidos educativos desde narrativas escritas emanadas de las experiencias docentes puede llamársele *resemantización de los contenidos*. Considérese que resemantizar los contenidos educativos (transformar el sentido de una realidad conocida o por conocer) permite replantear la condición centralista del sistema escolar para transitar hacia uno más descentralizado, abierto, dinámico que impulse aprendizajes críticos surgidos de la puesta en común de los conocimientos y saberes disciplinares que cuestionen

la realidad para transformarla. Sólo así será posible disminuir la incompetencia del conocimiento técnico, el cual considera a los estudiantes como desposeídos de los problemas fundamentales en su vida cotidiana.

Los artículos aquí expuestos representan una ventana al conocimiento científico desarrollado por la humanidad. En estos tiempos, cuando en apariencia el individuo tiene un acceso ilimitado a la información, es evidente que los panópticos digitales restringen y encauzan el rumbo hacia contenidos inofensivos para este sistema global de consumo. Que maestras, maestros y estudiantes posean una ventana donde asomarse a los contenidos sin una mediación mercantilista es una oportunidad única que recuerda cómo la información, y su uso crítico, ofrece las claves para detener las desigualdades. Así, estos libros de artículos pretenden ser un oasis de conocimiento sin que se intente distraer al lector, robar su información, geolocalizarlo, venderle algo o generar métricas o metadatos para cosificarlo. Así como el pedagogo ruso Antón Makarenko (2017) recordaba en su *Poema pedagógico* cómo los *rabfak*, las escuelas para trabajadores en la extinta Unión Soviética, fueron considerados espacios del conocimiento, se sueña con que las secundarias mexicanas, junto con sus libros de texto, alcancen esa cualidad:

> En aquel tiempo la palabra *Rabfak* significaba algo completamente distinto de lo que ahora significa. Hoy día es el simple nombre de una modesta institución de enseñanza. Entonces suponía, para los jóvenes trabajadores, la bandera de la liberación, su liberación del atraso y de la ignorancia. Entonces era una afirmación poderosa y ardiente de los inusitados derechos del hombre al conocimiento, y todos nosotros, palabra de honor, sentíamos en aquella época incluso cierta emoción ante el *Rabfak*.

La NEM afronta el desafío de ensanchar los límites de los conocimientos y saberes de las y los estudiantes, moverlos hacia la expansión y el enriquecimiento en terrenos cada vez más vastos y en diversos horizontes semánticos sobre su vida en los planos individual y colectivo. Dinamizar, estratégicamente, contenidos educativos

> […] permitiría no sólo aprender a vivir en democracia, sino una demodiversidad responsable con un buen vivir, empeñarnos en concretar una transformación educativa que logre romper con las lógicas monoculturales educativas nacionales, impuestas por políticas de mercado transnacionales; es una acción que responde a una política de Estado en busca del bienestar común de todo el país, por medio de la transformación educativa (Arriaga, 2022).

Invitados estamos todxs a oxigenar la práctica docente desde la autonomía profesional, y a alcanzar juntos aprendizajes solidarios y comprometidos con una visión educativa de trayecto formativo asentado en el momento histórico actual.

Estimada lectora, estimado lector:

Los procesos formativos experimentados hasta el día de hoy están sujetos y anclados a libros de texto que dirigen, secuencian y condicionan aprendizajes aceptados desde la escuela. Los objetivos de aprendizaje o competencias, asignaturas, formas de estudio y exámenes estandarizados, que enmarcan el pensamiento sobre la base de un conocimiento científico, social, cultural e histórico único, son la respuesta esperada por intereses económico-políticos que, en ningún aspecto, consideran que una persona activa tiene ideales, aspiraciones y metas de vida a las que toda educación formal e informal debería contribuir.

Educarse no implica adecuarse a una sociedad que merece transformarse para lograr mejores condiciones de vida para todxs. Es necesario crear condiciones más justas, equitativas, tolerantes e inclusivas para definir y proyectar a ese adulto que, desde ahora, busca una vida digna, amorosa y feliz. Es oportuno reconocerse como parte de una generación pujante, la cual ya no permite que su voz sea silenciada por gobiernos opresores, intimidantes y coercitivos con pretensión de invisibilizarla so pretexto de mantener un orden social y político conveniente a intereses particulares. Gobiernos caracterizados por privatizar, comercializar la vida, promover roles dirigidos a conseguir un ciudadano ideal orientado al consumo y al materialismo sin sentido. Esto se llevaba a cabo al enfatizar las características individuales por encima de las que se gestan en colectividad, y al hacer creer que en los logros no están presentes las personas que nos apoyan, dotándonos de fortalezas intelectuales, sociales, culturales, emocionales y afectivas necesarias para el desarrollo de la personalidad.

¿Alguna vez imaginaron que llegaría el momento de ser y estar involucrados en propuestas educativas de interés propio y común? El político, sociólogo y revolucionario ruso Mijaíl Bakunin aseguraba: "Al buscar lo imposible[,] el hombre siempre ha realizado y reconocido lo posible. Y aquellos que sabiamente se han limitado a lo que creían posible jamás han dado un solo paso adelante" (2017). De acuerdo con esta referencia, ¿dónde se ubicarán?, ¿en una cómoda apatía o en un espíritu indomable y revolucionario?

El libro que tienen en sus manos es resultado de una lucha social histórica. A lo largo del desarrollo de la humanidad, pocas cosas generaron tanta desconfianza como el saber erudito. Hoy, en lo que se ha llamado la *sociedad del conocimiento*, nos encontramos casi ahogados por una marea de información que nos abruma en diferentes medios. Ante ello, surge una pregunta: ¿cómo sortearemos la tempestad?, ¿con una pequeña barca a la deriva, confiando su rumbo a los reflujos y a los vientos, o con una embarcación robusta que los confronte, que resista los huracanes y siga adelante por nuevos mares, nuevas experiencias y nuevas verdades?

La ciencia es impersonal, general, abstracta e insensible; en cambio, la vida es fugaz, palpitante, cargada de aspiraciones, necesidades, sufrimientos y alegrías. Es la vida la que, espontáneamente, crea las cosas, por lo que ciencia y vida se complementan. Una vida sin ciencia es el triunfo de la oscuridad, la ignorancia y el salvajismo; una ciencia sin vida es el triunfo del despotismo, la tiranía y la injusticia.

El conocimiento siempre debe estar al servicio de la vida en comunidad y los saberes no deben acumularse por avaricia o mezquindad. Quien domina un área de estudio está moralmente obligado a compartir con todxs lo que sabe, sin importar edad, preferencia sexual, cultura, condición económica, género o grupo social. Porque el genio más aventajado no es más que el producto del trabajo comunitario de las generaciones pasadas y presentes; por ello, está en deuda con la sociedad. ¿Qué sería del mismo individuo genial de haber nacido en una isla desierta?, ¿en qué se habría convertido?

No estamos solos en este mundo. Los libros que tienen en sus manos condensan cientos de años de avances científicos, lo que implica una responsabilidad. Mijaíl Bakunin (s. f., p. 22) afirmaba:

> Cuando la ciencia no se humaniza, se deprava. Refina el crimen y hace más envilecedora la bajeza. Un esclavo sabio es un enfermo incurable. Un opresor, un verdugo, un déspota sabio siguen acorazados por siempre contra todo lo que se llama humanidad y piedad. Nada les disuade, nada les asusta ni les alcanza, excepto sus propios sufrimientos o su propio peligro. El despotismo sabio es mil veces más desmoralizador, más peligroso para sus víctimas que el despotismo que tan sólo es brutal. Este afecta sólo al cuerpo, la vida exterior, la riqueza, las relaciones, los actos. No puede penetrar en el fuero interno, porque no tiene su llave. Le falta espíritu para pagar al espíritu. El despotismo inteligente y sabio por el contrario penetra en el alma de los hombres y corrompe sus pensamientos en la fuente misma.

Por ello, debemos cuestionar todo y hacerlo en comunidad, porque solo se es débil, pero unidos se generan fuerzas para resistir.

Una verdad, por muy aceptada que esté en una comunidad, puede no ser la única. Como comunidad, buscamos la libertad y debemos hacerlo sin silenciar o esclavizar a los demás. En un pueblo libre, la comunidad se produce por la fuerza de las cosas, por el movimiento espontáneo desde abajo, movimiento libre que no permite el individualismo de los privilegios, y nunca por la imposición.

Estos libros son un compromiso comunitario, son la llave para buscar la libertad. ¿Se atreverán a usarlos y enriquecerlos o esperarán que otrxs les digan qué hacer?

La SEP, en un afán por fortalecer el modelo educativo de la NEM, invita a estudiantes, maestras y maestros a que, con la osadía de pararse sobre un diseño creativo que los involucre, los integre, los motive y los reconozca como sujetos sociales y culturales embebidos de problemas, asuntos y situaciones que se expresan en su vida cotidiana, hagan suyos estos materiales educativos. Esta colección de textos, por su forma narrativa, permite ejercitar una discusión descolonial y "demodiversa" que reconozca el multiculturalismo que caracteriza a nuestro país como la base dialógica para la construcción de visiones educativas esperanzadoras y potenciadoras de las capacidades humanas. Para ello, acordamos que la mixtura de esta colección se dé sobre las representaciones que las maestras y los maestros,

comprometidos con la innovación, les han dado a la integralidad de saberes disciplinares y a los diversos proyectos. Son aportaciones discontinuas, desancladas de series o gradaciones limitantes que, al colocarse como posibilidades en los procesos de decisión colectivos, se convertirán en lecturas estimulantes de desarrollos investigativos que, a su vez, permitan territorializar sus actuaciones para darle vida y actualidad a lo que se reflexiona, se revisa, se aprende y se construye en el aula, en la escuela y en la comunidad.

Si bien estos textos constituyen narraciones que comparten los saberes pedagógicos experienciales de las maestras y los maestros participantes, no se consideran acabados, finitos, fijos o cerrados. Por el contrario: presentan un diálogo abierto, flexible y dinámico con el fin de estimular la participación, el involucramiento y la reflexión para situarse en el momento presente sin desconocer los eventos, los procesos y las circunstancias que lo concretaron, y encontrar desde ahí las posibilidades de incidir en un futuro promisorio para todxs.

Esta colección lleva por título *Nanahuatzin*. Es una invitación a concientizarnos sobre lo que somos, a aprender a nombrarnos y a enunciarnos de otras maneras. En ella se reconoce que el lenguaje trasciende el tiempo, el espacio y las fronteras; nos unifica como sociedad y, sobre todo, nos muestra las distintas formas de ver y percibir el mundo. Considera que las lenguas, en especial, son un territorio inmenso y, muchas veces, complicado de descifrar. La estela que las palabras dejan detrás de sí es una huella de las comunidades y culturas de México y el mundo.

En ocasiones, sólo se necesita de la palabra correcta para expresar mil ideas, nombrar un sentimiento o entender el universo. *Nanahuatzin* es una expresión que en náhuatl significa "Señor con el cuerpo llagado".

La leyenda dice que Nanahuatzin es el sol que alumbra nuestros días. Fue el dios que dio luz por medio de su sacrificio y quien, en su último acto de valentía, demostró la osadía que hasta el más humilde puede alcanzar. Su historia está inmortalizada por la memoria; el tiempo la ha cambiado, pero nunca lo ha olvidado. Nanahuatzin es el símbolo del astro solar que, con diferentes nombres, representa a las diversas culturas de México. Es un dios atemporal indestructible. Miles de voces anónimas han desvelado la esencia de los pueblos indígenas. Pasado el tiempo, el alma de estas expresiones e historias conservan aún las raíces de nuestros ancestros. Es decir, la más breve palabra, y hasta los símbolos e ídolos, reavivan las brasas del pasado y manifiestan cómo ve el mundo cada pueblo.

Índice

Matemáticas

Área y volumen de sólidos geométricos 14

- Comprensión del área de los sólidos geométricos 15
- Comprensión del volumen de los sólidos geométricos 17

Propiedades de la congruencia y semejanza de triángulos 20

- Comprensión de los criterios de congruencia de triángulos 21
- Comprensión de los criterios de semejanza de triángulos 24
- Resolución de problemas que implican la aplicación de la congruencia y semejanza de triángulos 26

Desarrollos planos de figuras tridimensionales, cilindros, pirámides y conos 30

- Construcción de desarrollos planos de poliedros y prismas 31
- Construcción de desarrollos planos de cilindros, pirámides y conos 35

Ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por factorización y fórmula general 42

- Comprensión de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas 43
- Ejemplos de resolución de ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por la fórmula general 46
- Ejemplos de resolución de ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por factorización 50

Formulación, justificación y uso del teorema de Pitágoras al resolver problemas 55

- El teorema de Pitágoras 56
- Resolución de problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras 61

Lectura, interpretación y comunicación de gráficas estadísticas 63
Estrategias para leer, interpretar y comunicar gráficas estadísticas 64
Relación e interpretación de la variación de dos cantidades a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica.....68
Comprensión de la variación y la covariación 69
Representaciones tabular, algebraica y gráfica de la variación y la covariación 72
Medidas de tendencia central y de dispersión en la toma de decisiones 76
Elección entre medidas de tendencia central y de dispersión 77
Eventos independientes y dependientes, y cálculo de su probabilidad de ocurrencia 82
Eventos dependientes 83
Eventos independientes 85
Cálculo de probabilidad de eventos dependientes e independientes 87
Regla de la suma para el cálculo de probabilidades.....89
Comprensión de la regla de la suma para el cálculo de probabilidades.....90
Regla del producto para el cálculo de probabilidades 93
Comprensión de la regla del producto para el cálculo de probabilidades.....94
Representaciones algebraicas de áreas y volúmenes en cuerpos geométricos 96
Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos 97
Cálculo del valor de una variable en función de otras 102
Resolución de problemas cuyo planteamiento es una ecuación cuadrática..... 105
Ejemplos de resolución de problemas por medio de ecuaciones cuadráticas 106
Resolución de problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente 109
Razones trigonométricas seno, coseno y tangente 110
Problemas que implican el uso de las razones trigonométricas..... 113
Procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional..... 115
Métodos para hallar un término de una relación proporcional..... 116
Ejemplos de resolución de problemas de reparto proporcional 118
Generación de sólidos de revolución a partir de figuras planas..... 122
Construcción de sólidos de revolución a partir de figuras planas 123

Relaciones entre el volumen de la esfera, el cono y el cilindro 126
Comprensión de las relaciones entre el volumen de la esfera, el cono y el cilindro 127
Estrategias para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros 132
Comprensión de distintos métodos para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros 133
Resolución de problemas que implican el cálculo del volumen de prismas, pirámides y cilindros 137

Química

Ácidos y bases 142
Definición y características de los ácidos y las bases 143
Escala de pH, acidez y basicidad 145
Alimentación y salud 148
Tabla nutrimental de diversos alimentos 149
Actividades físicas y sus requerimientos energéticos 153
Beneficios y perjuicios de los ácidos 156
Ácidos en el entorno y sus efectos en el medio ambiente 157
Beneficios y perjuicios de los procesos redox 160
Ventajas de los procesos redox en el entorno 161
Desventajas de los procesos redox en el entorno 163
Compuestos iónicos y covalentes 166
Formación de compuestos iónicos y covalentes 167
Concentración de los contaminantes 170
Agentes contaminantes del agua, aire y suelo 171
Marco normativo en México sobre contaminación 174
Expresión de la concentración en partes por millón 176
Concentración en mezclas 178
Propiedades y características de las disoluciones 179
Unidades de concentración 182
Concentración de la especie de interés en productos cotidianos 190
Desarrollo científico y tecnológico 192
Historia de la química: sus inicios 193
Aportes relevantes a la química 196
Contribuciones de mexicanas y mexicanos a la química 200
Diagramas de Lewis 204
Características y usos de los diagramas de Lewis 205

Ecuaciones químicas 208
Modelos tridimensionales de las reacciones químicas 209
Ley de la conservación de la materia y la energía 210
Balanceo de ecuaciones químicas por distintos métodos 211
El átomo 216
Modelos atómicos 217
Partículas subatómicas: protón, neutrón y electrón 218
Enlace químico 221
Enlace químico: iónico y covalente 222
Compuestos iónicos y covalentes, y sus propiedades 223
La tabla periódica 227
Historia y uso de la tabla periódica 228
Clasificación de los elementos químicos 232
Macromoléculas 235
Química e importancia de los carbohidratos, proteínas y lípidos en la alimentación 236
Métodos de separación de mezclas 241
Propiedades físicas de las mezclas 242
Procesos de separación 244
Metrología 247
Unidades del Sistema Internacional 248
Instrumentos de medición 250
Redondeo y uso de cifras significativas 251
Reglas de cifras significativas 253
Periodicidad de los elementos 255
Número y masa atómicos 256
Características de las familias y los periodos 258
Propiedades periódicas de los elementos 260
Propiedades extensivas e intensivas de la materia 263
Clasificación de la materia 264
Propiedades extensivas e intensivas 266
Reacción química 269
Reacciones químicas y su clasificación 270
Reacciones químicas en el entorno 273
Reacciones ácido-base 275
Modelo de Arrhenius 276
Reacciones ácido-base de acuerdo con el modelo de Arrhenius 277

Reacciones de neutralización 279
Aplicaciones de las reacciones ácido-base 280
Neutralización de residuos en el laboratorio 283
Reacciones óxido-reducción 285
Propiedades de las reacciones óxido-reducción 286
Aplicaciones de las reacciones óxido-reducción en el entorno 291
Saberes de pueblos y culturas en las necesidades humanas 293
Aportaciones de las culturas al desarrollo de conocimientos, prácticas e innovaciones 294
Sustentabilidad 299
Beneficios del consumo responsable de los recursos naturales 300
Prácticas sustentables en la agricultura, la industria y los combustibles 304
Termoquímica 307
Características y aprovechamiento de las reacciones exotérmicas y endotérmicas 308
Usos de los compuestos químicos 311
Importancia de los compuestos iónicos y covalentes en el metabolismo 312
Usos y beneficios de las reacciones químicas 315
Importancia de las reacciones en el cuidado del medio ambiente 316
Las vitaminas, los minerales y el agua 319
Propiedades e importancia nutricional de las vitaminas, los minerales y el agua 320
Créditos bibliográficos 331
Créditos iconográficos 333
¡Expresamos nuestras ideas para ejercer nuestros derechos! 335

Área y volumen de sólidos geométricos

La observación cuidadosa del entorno permite identificar figuras con diseños interesantes. Por ejemplo, un bote de basura y una de las grandes pirámides, aunque se ven muy diferentes a simple vista, tienen mucho en común. En primer lugar, son sólidos geométricos. Este tipo de sólidos ocupan un lugar en el espacio delimitado por caras, que a su vez son superficies planas o curvas.

Aunque la cantidad de sólidos geométricos existentes es inmensa, al igual que su variedad de tamaños y formas, en algunos resulta complicado identificar sus caras. No obstante, la mayoría de ellos se puede estudiar a partir de un conjunto básico de sólidos.

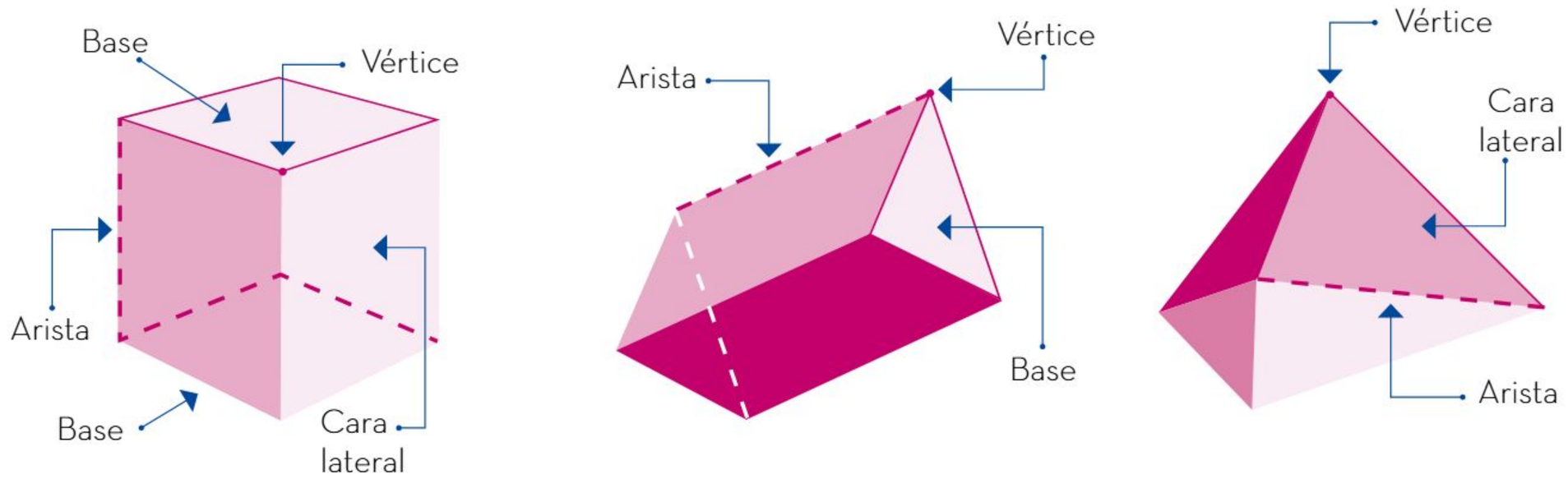
Comprensión del área de los sólidos geométricos

En diversos procesos de fabricación, como la producción de cajas y balones, así como en la elaboración de envolturas, resulta imprescindible adquirir un conocimiento sólido sobre el área superficial de cada objeto. La siguiente imagen muestra un cuerpo geométrico con caras pentagonales y hexagonales que, en conjunto, representan una pelota de futbol. El área de este sólido se obtiene mediante la suma de las áreas individuales de sus caras o piezas componentes.

Poliedro

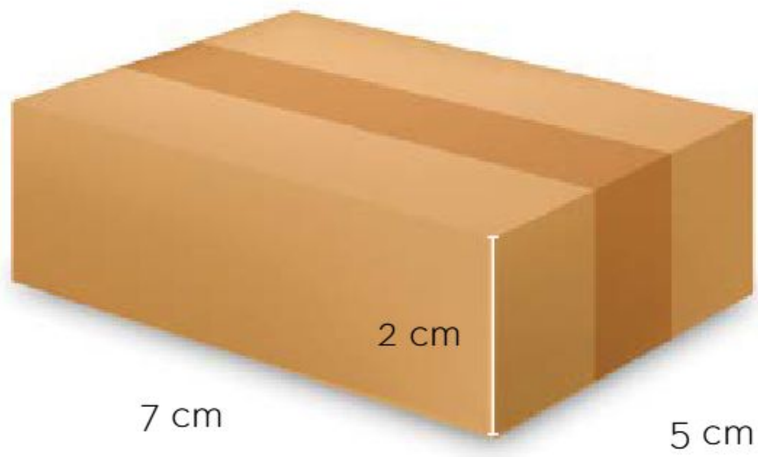
Un poliedro es un sólido geométrico cuyas caras son polígonos. Las aristas se definen como las líneas de intersección entre dos caras, mientras que los vértices son los puntos en los cuales se cruzan tres o más aristas. En la ilustración proporcionada, se presentan tres ejemplos de poliedros, señalando cada una de sus partes.

Para hacer el cálculo del área superficial de un poliedro, hay que sumar las áreas de todas sus caras individuales. Se toma el área de cada polígono que conforma las caras y luego se suman estos valores para obtener el área total.



Prisma se define como un poliedro con dos caras congruentes y paralelas llamadas *bases*. Las caras laterales, llamadas *paralelogramos*, se generan al conectar los vértices de una base con los de la otra. La altura de un prisma se refiere a la distancia perpendicular entre sus bases. Estos sólidos se clasifican en función del polígono que forma sus bases. El conocimiento profundo de las propiedades y características de los prismas es esencial para abordar diversas situaciones problemáticas de manera efectiva.

Ejemplo
Calcular la cantidad necesaria de papel para envolver la siguiente caja:



La cantidad de papel necesaria es igual al área de la caja. El objeto tiene forma de prisma con bases rectangulares, y las caras laterales también tienen forma rectangular. El área de las seis caras se indica en la siguiente tabla:

Caras congruentes	Medidas (cm)	Área de cada cara (cm^2)
Caras derecha e izquierda	5 y 2	$5 \times 2 = 10$
Cara frontal y cara posterior	2 y 7	$2 \times 7 = 14$
Cara superior y cara inferior	7 y 5	$7 \times 5 = 35$

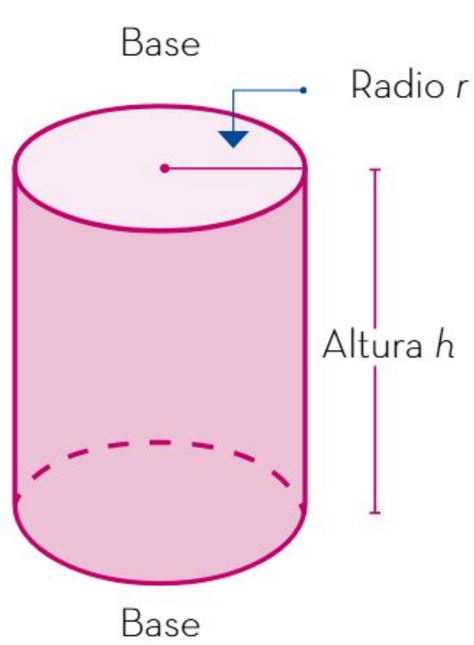
El área de la caja es la suma del doble de cada área obtenida:

$$(2 \times 10) + (2 \times 14) + (2 \times 35) = 118$$

Se necesitan 118 cm^2 de papel para envolver la caja.

Cilindro cerrado

Además de los poliedros, hay formas que poseen caras curvas. Un ejemplo es el cilindro cerrado recto, un sólido con bases circulares congruentes y paralelas. La altura de éste es la distancia perpendicular entre sus bases; el radio de la cara superior es el mismo que el de la base.



El área lateral de un cilindro es el área de su superficie curva. Si dicha superficie se desenrolla, se obtendría un rectángulo cuyo ancho mide la altura del cilindro y su largo, el perímetro del círculo de la base del cilindro.

Área lateral: $A_L = 2\pi r \times h$

Área bases: $A_B = 2\pi r^2$

Área del cilindro: $A_L = A_L + A_B$

$A_L = 2\pi ra + 2\pi r^2$

Ejemplo
Se tiene una lata en forma de cilindro con radio de 3 cm y altura de 7 cm, a la cual se le colocará una etiqueta lateral para cubrir toda la lata.

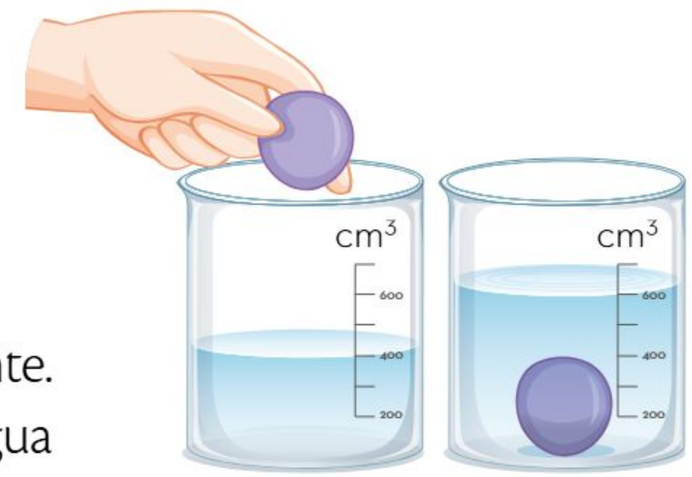
Solución
La medida de la etiqueta es la del área lateral de la lata:
$r = 3$ cm
$h = 7$ cm

$A_L = 2\pi ra$
$A_L = 2\pi(3 \text{ cm})(7 \text{ cm})$
$A_L = 2\pi(21 \text{ cm}^2)$
$A_L \approx 131.95 \text{ cm}^2$

Por tanto, se requiere una etiqueta de 132 cm^2, aproximadamente, para cubrir la lata.

El estudio de un sólido geométrico pasa por identificar sus caras, sean planas o curvas. Una propiedad de interés en los sólidos es el área superficial, es decir, la suma de las áreas de todas las caras. Por otra parte, los poliedros son sólidos geométricos con caras poligonales. El prisma es un tipo de poliedro característico; consta de dos caras en forma de polígonos congruentes y de rectángulos congruentes como caras laterales. Los cilindros cerrados no son poliedros porque tienen una cara curva, pero el área de esa cara se determina como la de un rectángulo.

Comprensión del volumen de los sólidos geométricos



Imagina que un recipiente contiene un nivel determinado de agua. Si se introduce un objeto, el nivel del agua aumenta dentro del recipiente. Esto sucede porque el objeto posee un volumen y al sumergirlo en el agua desplaza un espacio que antes estaba ocupado por el líquido. Este fenómeno se basa en el conocido principio de Arquímedes, que resulta muy útil para determinar el volumen de diversos sólidos geométricos.

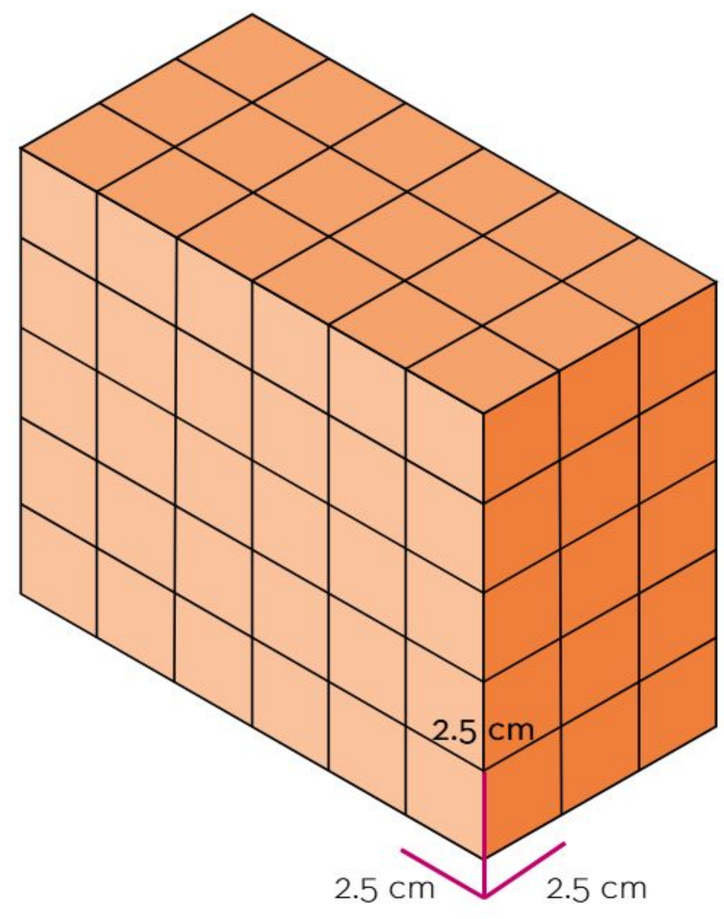
El recipiente de la imagen registra un aumento de 200 centímetros cúbicos (cm^3). Esta cantidad indica el volumen del objeto que se sumergió en el recipiente.

El *volumen de un sólido* se define como la cantidad de unidades cúbicas que caben en su interior. Entre las unidades más utilizadas para medir el volumen están el metro cúbico (m^3) y el centímetro cúbico (cm^3).

Cubo

El *volumen de un cubo*, una forma geométrica tridimensional cuyas aristas tienen igual longitud, se define como el producto triple de la longitud de cualquiera de sus aristas. Esta definición se representa algebraicamente con la fórmula $V = a^3$, donde V representa el volumen y a es la longitud de cualquiera de sus aristas.

Cuando un cuerpo geométrico está compuesto por diferentes sólidos, su volumen es la suma de los volúmenes de los sólidos que lo componen.



Ejemplo 1
Se desea obtener el volumen de la figura, si se sabe que la longitud de las aristas de cada cubo que la compone es de 2.5 cm.

Solución
Primero se calcula la cantidad total de cubos que componen el prisma. Para esto se identifica cuántos cubos hay en cada dimensión: 3 en el largo, 6 en el ancho y 5 en el alto. Enseguida, se multiplican los tres resultados:

$$3 \times 6 \times 5 = 90$$

La figura está compuesta por 90 cubos.

Por último, se calcula el volumen de cada cubo, V_C.

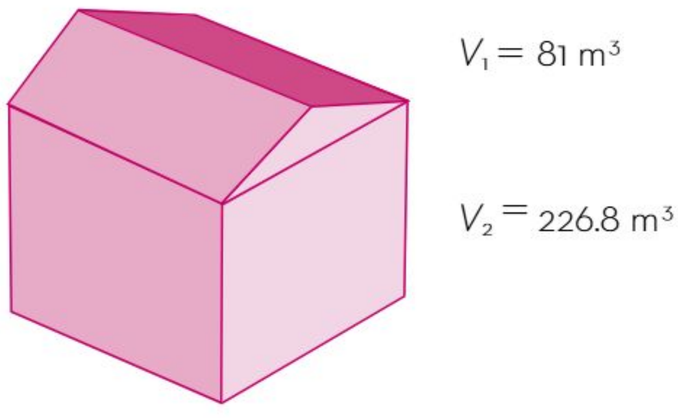
$$V_C = a \times a \times a = a^3 = (2.5 \text{ cm})^3 = 15.625 \text{ cm}^3$$

El volumen V de la figura se obtiene multiplicando la cantidad de cubos por el volumen de cada uno.

$$V = 15.625 \text{ cm}^3 \times 90 = 1\,406.25 \text{ cm}^3$$

En conclusión, la figura tiene un volumen de 1 406.25 cm^3.

Ejemplo 2
Una casa de campo se compone de una planta principal y la azotea. Se necesita saber el volumen total de la casa. Los volúmenes de la planta principal y de la azotea son datos conocidos, como lo muestra la figura.



Para obtener el volumen de la casa se aplica la composición de volúmenes de las partes que la integran.

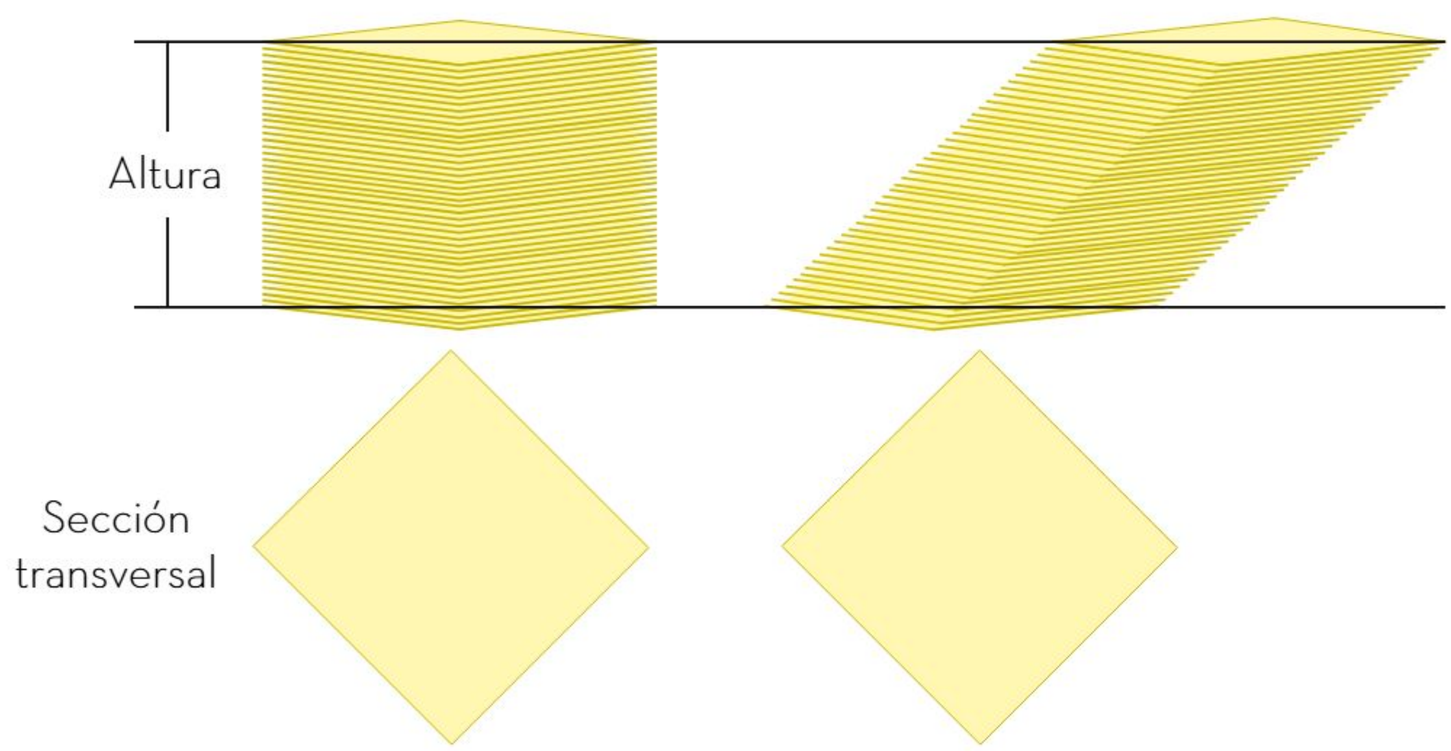
$$V_{casa} = V_1 + V_2 = 81 \text{ m}^3 + 226.8 \text{ m}^3 = 307.8 \text{ m}^3$$

La casa tiene un volumen de 307.8 m^3.

Principio de Cavalieri

El principio de Cavalieri es un recurso para determinar si dos sólidos poseen el mismo volumen. Para comprender en qué consiste este principio, se realiza un sencillo experimento con una pila de papel que permita calcular el volumen de manera directa. Si se desplazan los papeles de la pila, dan lugar a una figura inclinada tal como se ilustra en la imagen. A pesar de este cambio en la disposición, el volumen de la figura no se altera, ya que está compuesta por los mismos elementos.

Si se trazan planos paralelos a la base, su intersección con ambas pilas resulta cada vez en una sección transversal del mismo tamaño. Esta propiedad, en la cual el volumen no cambia, se conoce como *principio de Cavalieri*, el cual es aplicable a sólidos que tienen la misma altura y la misma sección transversal en cada nivel.



El volumen de un sólido geométrico equivale al espacio que ocupa en el espacio tridimensional. Para medir el volumen, se emplea como referencia la unidad de medida basada en un cubo cuya arista es 1 cm. Esta unidad de volumen es el centímetro cúbico (cm^3). En el caso de los prismas, es posible contar directamente los cubos que lo componen, siempre y cuando sean unidades cúbicas completas. Para obtener el volumen de otras figuras existen estrategias adicionales; una de ellas consiste en descomponer la figura en partes más sencillas. El principio de Cavalieri permite determinar si dos sólidos tienen el mismo volumen, aunque tengan forma diferente.

Los sólidos geométricos cuentan con dos propiedades de interés por su utilidad en diferentes aplicaciones: área y volumen. El área se determina a partir de las caras que delimitan el sólido, las cuales pueden ser planas o curvas. Por último, el volumen de los sólidos se determina a partir de la cantidad de unidades cúbicas que lo componen.

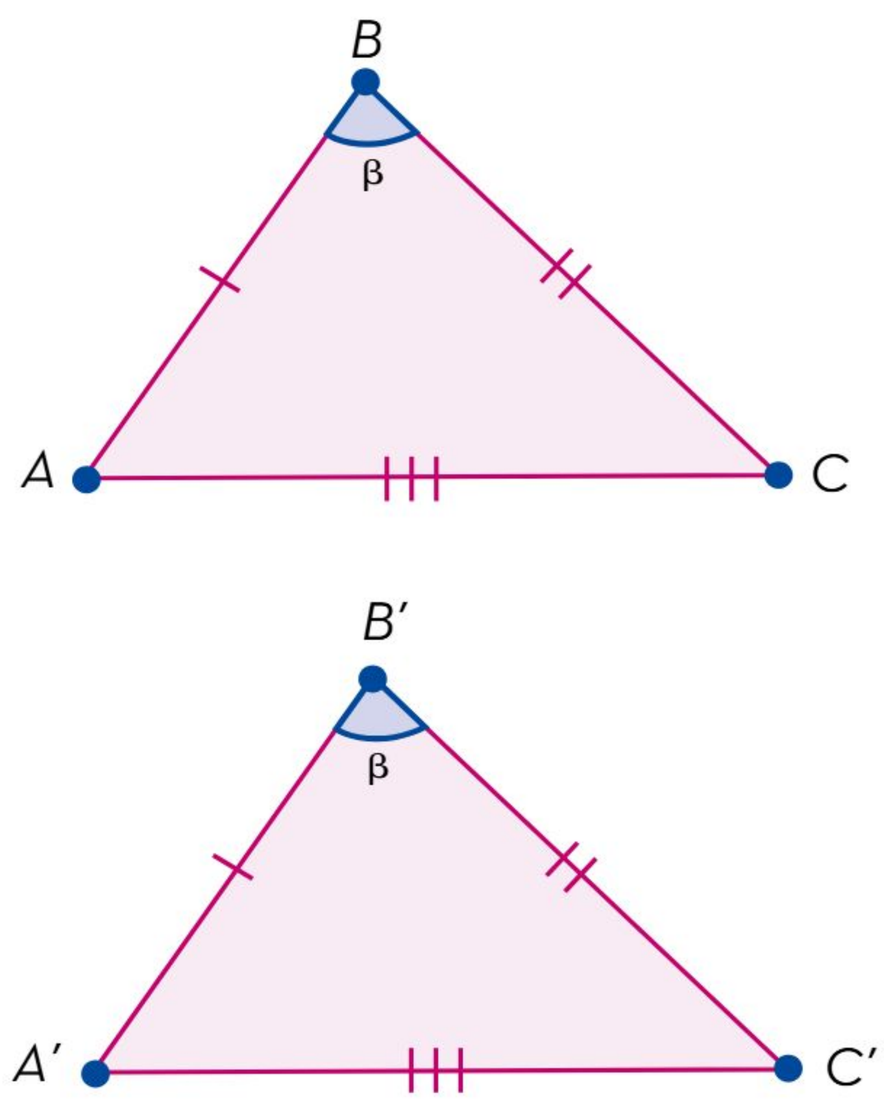
Propiedades de la congruencia y semejanza de triángulos

El estudio de la congruencia y semejanza de triángulos, así como las diferencias y relaciones entre ellas, tienen aplicaciones para la construcción de los triángulos. Conocer los criterios que establecen estos conceptos y algunas propiedades necesarias permiten su estudio en la geometría a partir de analizar sus aplicaciones.

Comprensión de los criterios de congruencia de triángulos

Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida. El símbolo de la congruencia es ≅.

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño. De manera análoga, si los lados y ángulos correspondientes de dos triángulos son iguales, entonces estos elementos son congruentes, respectivamente, y por lo tanto son triángulos congruentes.



Si

$$\overline{AB} \cong \overline{A'B'},\ \overline{BC} \cong \overline{B'C'},\ \overline{CA} \cong \overline{C'A'}$$

y

$$\angle A \cong \angle A',\ \angle B \cong \angle B',\ \angle C \cong \angle C',$$

entonces, $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$.

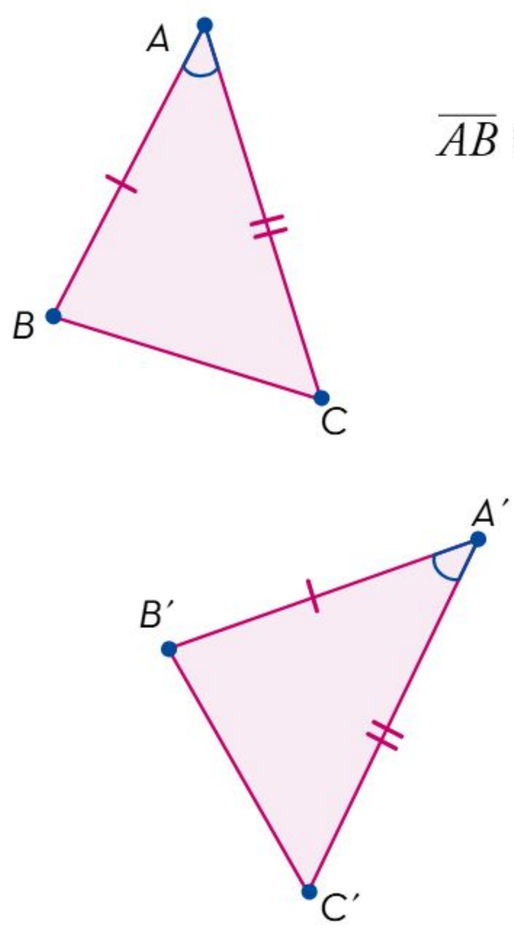
Observaciones:

- Las señales colocadas en los lados y en los ángulos de la figura tienen como función mostrar que son congruentes.
- El orden de las letras, en general, se escriben en los ángulos correspondientes en el mismo orden. Esto no es un requisito, pero ayuda a visualizar de una mejor manera.
- Si se superponen (colocan uno encima del otro) los elementos correspondientes de dos triángulos congruentes, éstos coinciden.

Criterios de congruencia de triángulos

Primer criterio: lado, ángulo, lado (L–A–L)

Dos triángulos son congruentes si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en uno de los triángulos son respectivamente congruentes con un par de lados y el ángulo comprendido entre ellos del otro triángulo.



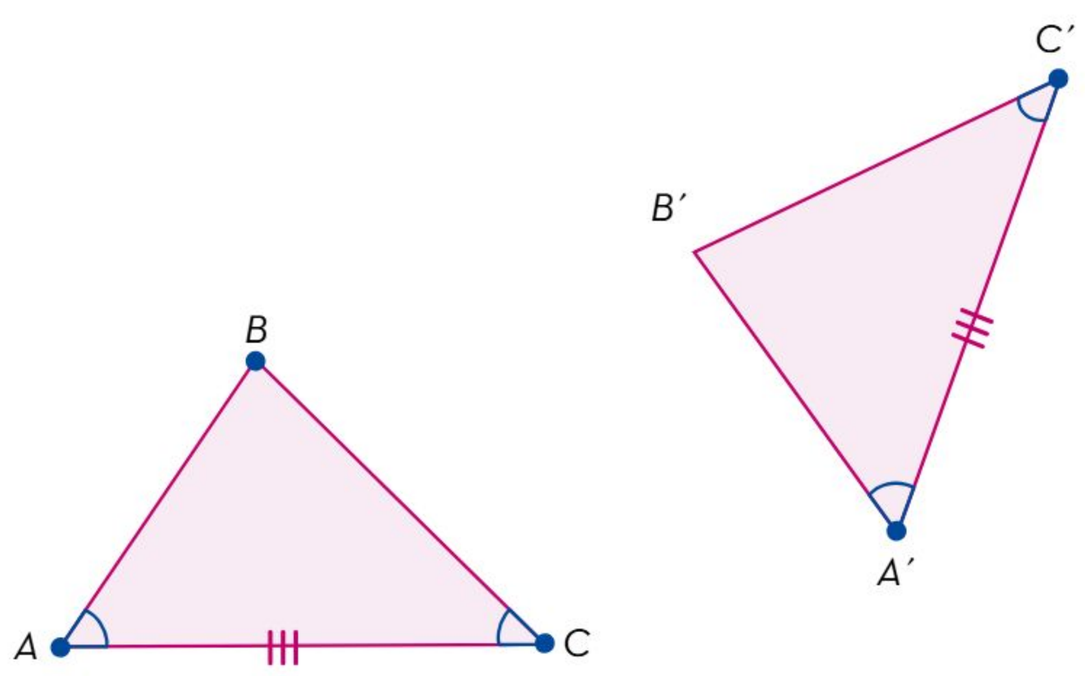
$$\overline{AB} \cong \overline{A'B'}, \overline{AC} \cong \overline{A'C'}, \angle A \cong \angle A'$$

$$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$

Este criterio permite probar lo siguiente: "En un triángulo, ángulos opuestos a lados congruentes son congruentes".

Segundo criterio: ángulo, lado, ángulo (A-L-A)

Dos triángulos son congruentes si un lado y los ángulos adyacentes a ese lado en uno de los triángulos son respectivamente congruentes con uno de los lados y sus ángulos adyacentes del otro triángulo.



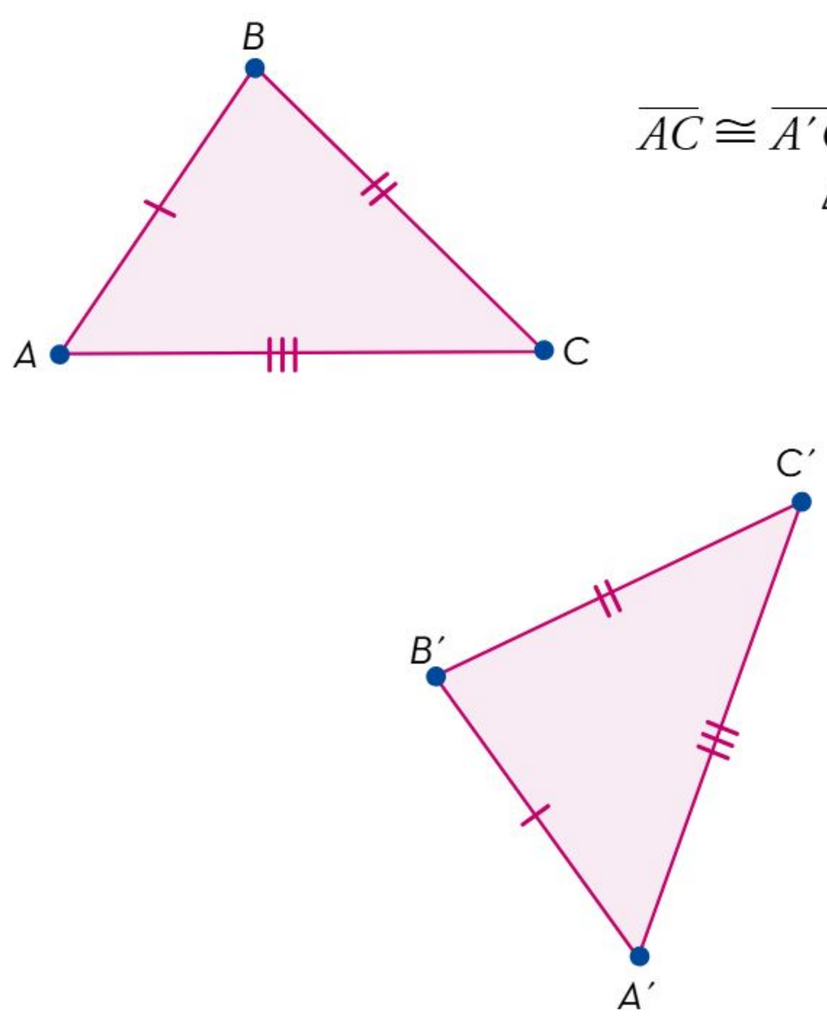
$$\overline{AC} \cong \overline{A'C'}, \angle A \cong \angle A', \angle C \cong \angle C'$$

$$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$

Si dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos de otro triángulo, el tercer ángulo del primero es congruente con el tercer ángulo del otro como consecuencia de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, que es 180°. Así, cuando dos ángulos y un lado cualquiera de un cuerpo triangular son respectivamente congruentes con dos ángulos y un lado de otro triángulo, entonces, por el criterio de congruencia A-L-A, los triángulos son congruentes.

Tercer criterio: lado, lado, lado (L–L–L)

Dos triángulos son congruentes si cada uno de sus lados es respectivamente congruente con los lados del otro triángulo.



$$\overline{AC} \cong \overline{A'C'},\ \overline{BC} \cong \overline{B'C'},\ \overline{CA} \cong \overline{C'A'}$$
$$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$

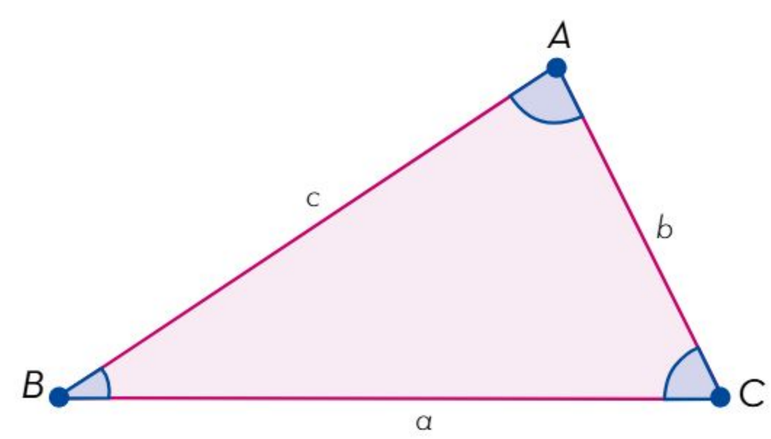
Nota: Si en dos triángulos, los ángulos de uno de ellos son respectivamente congruentes con los ángulos del otro triángulo, no necesariamente dichos triángulos son congruentes. Es el caso de los triángulos semejantes.

Se han presentado los criterios de congruencia en los triángulos. La congruencia de triángulos es útil para verificar o demostrar relaciones entre diferentes figuras o entre elementos de figuras. El estudio de la congruencia entre triángulos permite saber, mediante la comparación, si dos o más de estas figuras tienen la misma forma y tamaño.

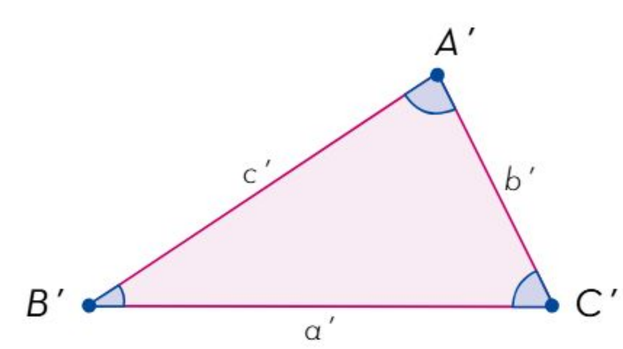
Comprensión de los criterios de semejanza de triángulos

La semejanza de triángulos indica las condiciones que deben cumplirse para que dos triángulos tengan la misma forma. Para obtener estas conclusiones, al igual que con el concepto de congruencia, existen los criterios de semejanza.

En general, dos figuras geométricas son semejantes si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Matemáticamente, eso quiere decir que sus lados son proporcionales entre sí. El símbolo ~ denota semejanza.



Considérense ΔABC y $\Delta A'B'C'$, en los cuales la medida del lado opuesto a cada ángulo se identifica con su correspondiente letra minúscula como se observa en las figuras.



Se dice que

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C',$$

es decir, son semejantes si

$$\angle A \cong \angle A',\ \angle B \cong \angle B',\ \angle C \cong \angle C'$$

y los lados son proporcionales:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

En este caso, se dice que $\angle A$, $\angle B$ y $\angle C$ son respectivamente correspondientes con $\angle A'$, $\angle B'$ y $\angle C'$.

La expresión $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ indica que ΔABC es semejante a $\Delta A'B'C'$.

Con base en la explicación, para que dos triángulos sean semejantes, se deben cumplir dos condiciones:

1. Que los ángulos correspondientes sean congruentes.
2. Que los lados correspondientes sean proporcionales.

Se recomienda, además, atender las siguientes consideraciones:

- Dos triángulos semejantes tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño.

- Si dos triángulos son congruentes, también son semejantes.
- Por claridad, se recomienda escribir los ángulos correspondientes en el mismo orden.

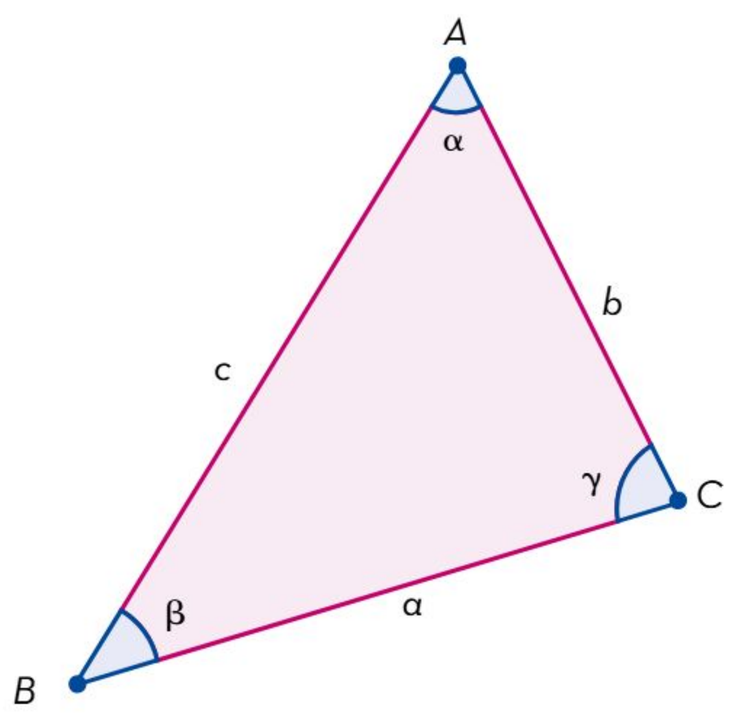
Existen criterios, llamados *de semejanza de triángulos*, que garantizan la semejanza entre dos triángulos.

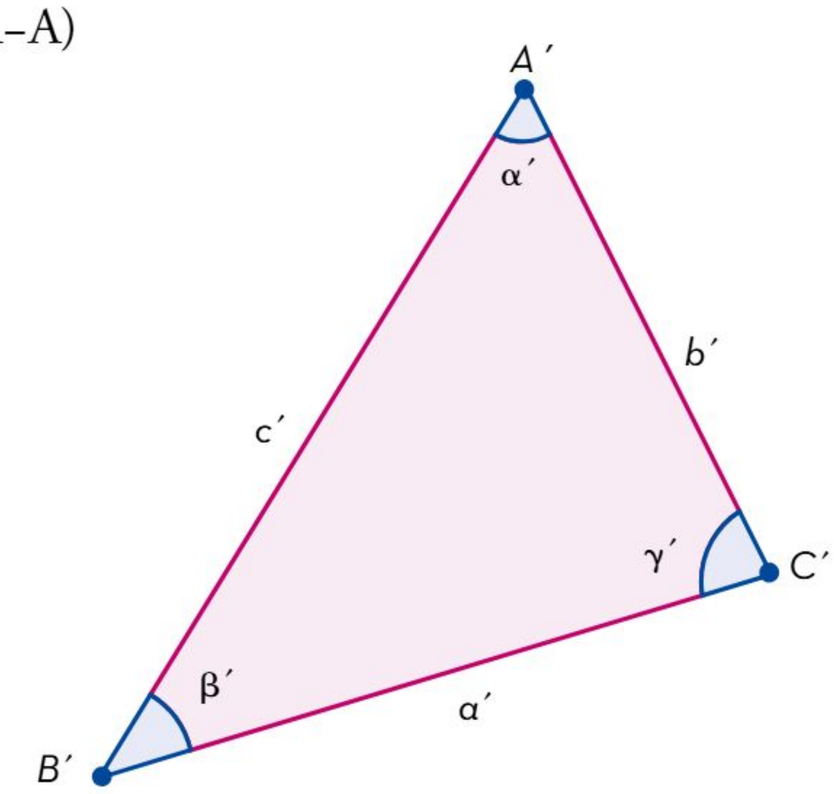
Criterios de semejanza de triángulos

Primer criterio: ángulo, ángulo, ángulo (A–A–A)

Si
$\angle\alpha \cong \angle\alpha'$, $\angle\beta \cong \angle\beta'$, $\angle\gamma \cong \angle\gamma'$,

entonces,
$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$





Las medidas de los ángulos interiores en cualquier triángulo suman 180°; si se conocen las medidas de dos ángulos, queda determinada la medida del tercer ángulo.

Segundo criterio: lado, ángulo, lado (L–A–L)

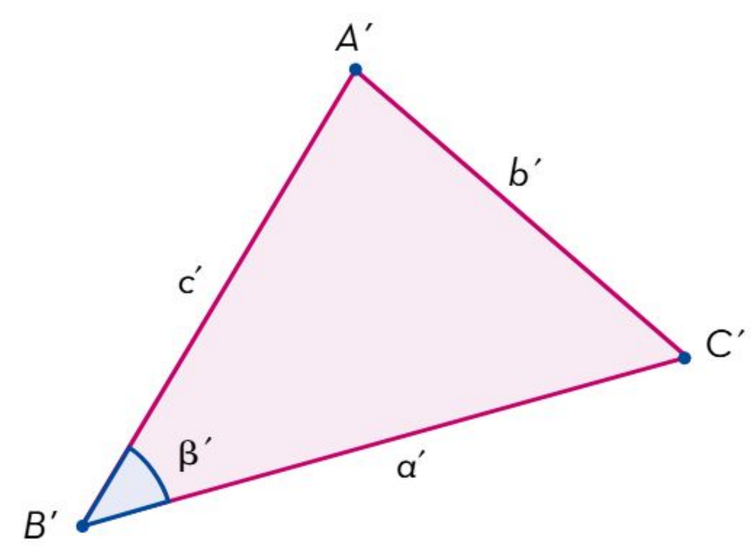
Si

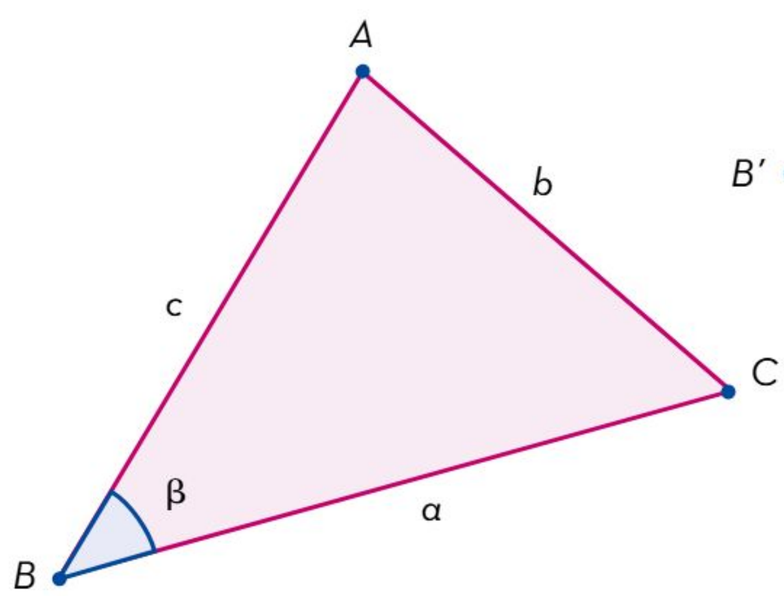
$$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$$

y

$\angle\beta \cong \angle\beta'$,

entonces,
$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$





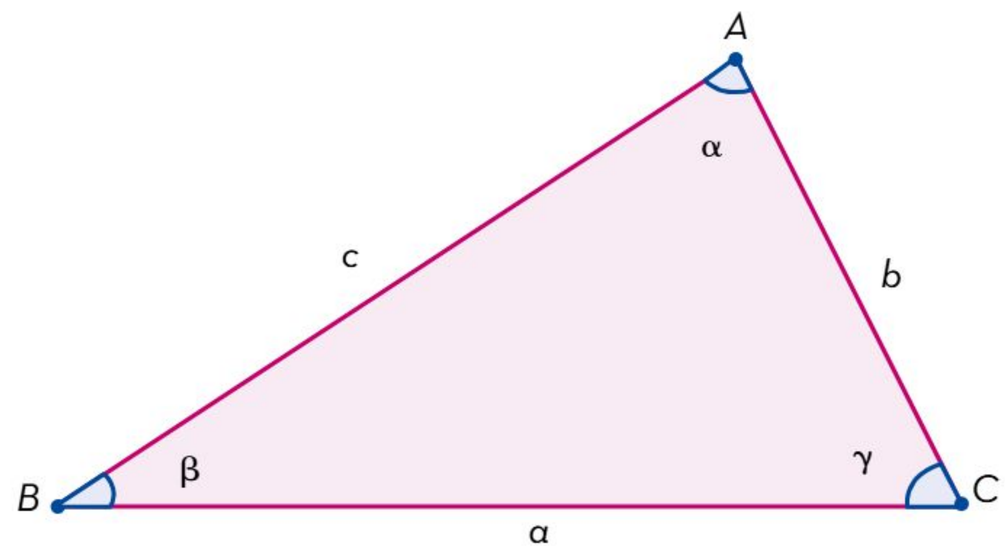
Tercer criterio: lado, lado, lado (L–L–L)

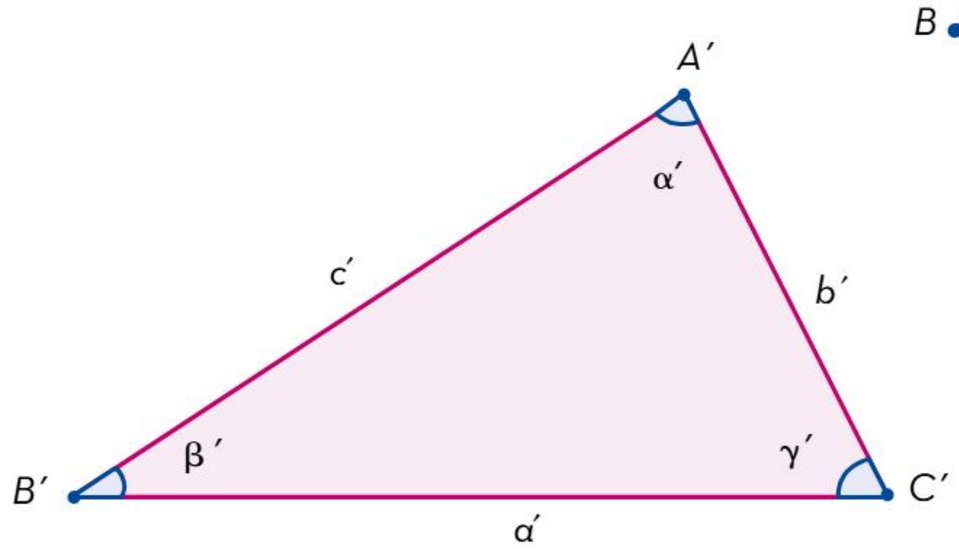
Si los lados de un triángulo son proporcionales a los lados de otro, entonces los dos triángulos son semejantes.

Es decir, si

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

entonces,
$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$





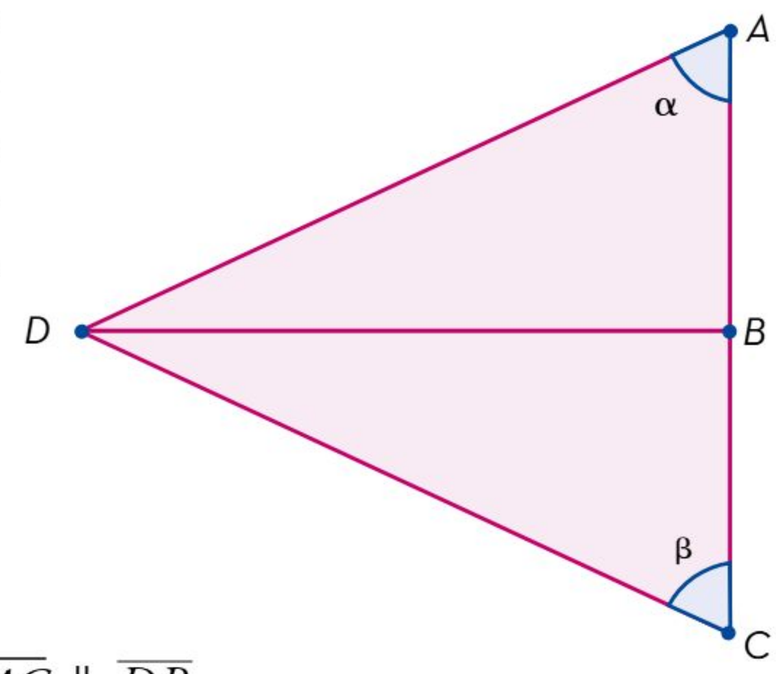
Resolución de problemas que implican la aplicación de la congruencia y semejanza de triángulos

Los criterios de congruencia y semejanza de triángulos constituyen los resultados más importantes, y son también los que más aplicaciones tienen en la geometría plana.

Ejemplo 1
En la figura de la siguiente página, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son rectas perpendiculares entre sí y B es el punto medio de $\overline{AC}$. Probar que $\angle\alpha \cong \angle\beta$.

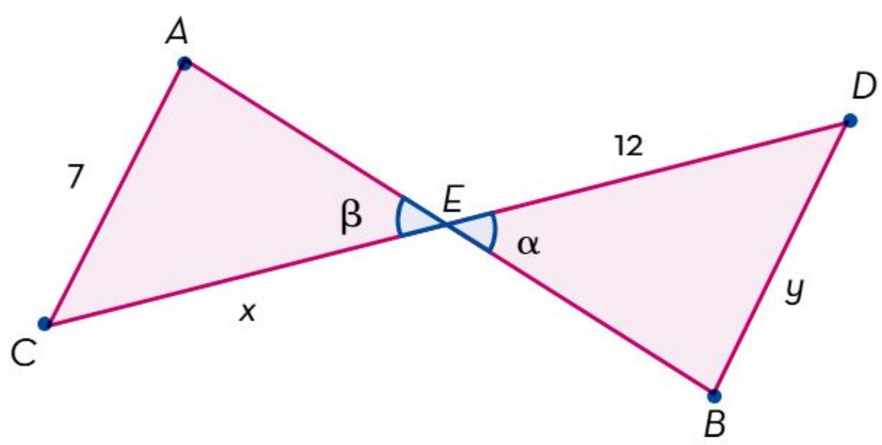
Solución

Como $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, ΔABD y ΔCBD son triángulos rectángulos y como B es punto medio de $\overline{AC}$, entonces $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. Por otro lado, $\overline{DB}$ es el lado común de los triángulos ΔABD y ΔCBD, por lo tanto, éstos son congruentes por el criterio de congruencia L-L-L, lo cual implica que sus ángulos correspondientes son congruentes.



Ejemplo 2

En la figura, si E es el punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{AC} \parallel \overline{DB}$, encontrar los valores de x y y.



Solución

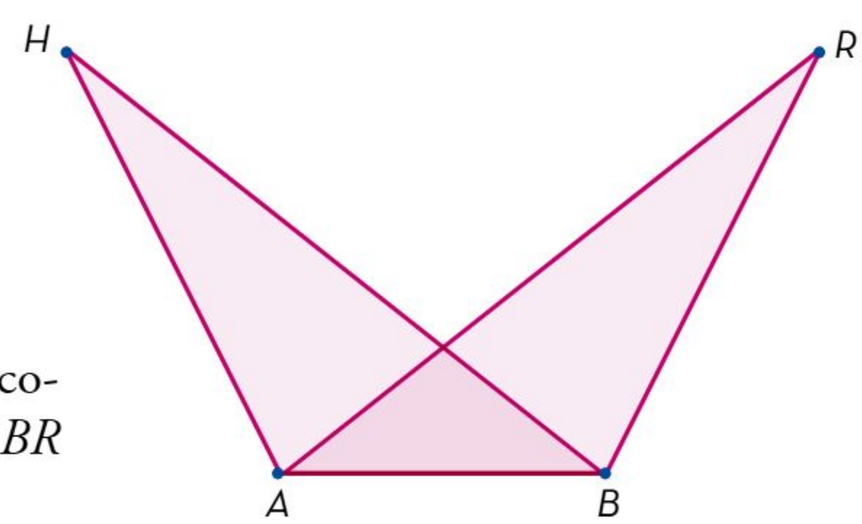
$\angle\alpha \cong \angle\beta$ porque son ángulos opuestos por el vértice.

$\overline{AE} \cong \overline{EB}$ porque E es el punto medio de $\overline{AB}$ y $\angle A \cong \angle B$ porque son ángulos alternos internos entre paralelas. Entonces, $\Delta AEC \cong \Delta BED$ debido al criterio de congruencia A-L-A. Luego, $\overline{CE} \cong \overline{ED}$, por tanto $x = 12$, y como $\overline{DB} \cong \overline{AC}$, $y = 7$.

Por tanto, $x = 12$ y $y = 7$.

Ejemplo 3

En la figura $\overline{AH} \cong \overline{BR}$ y $\overline{BH} \cong \overline{AR}$.
Probar que $\angle H \cong \angle R$.



Solución

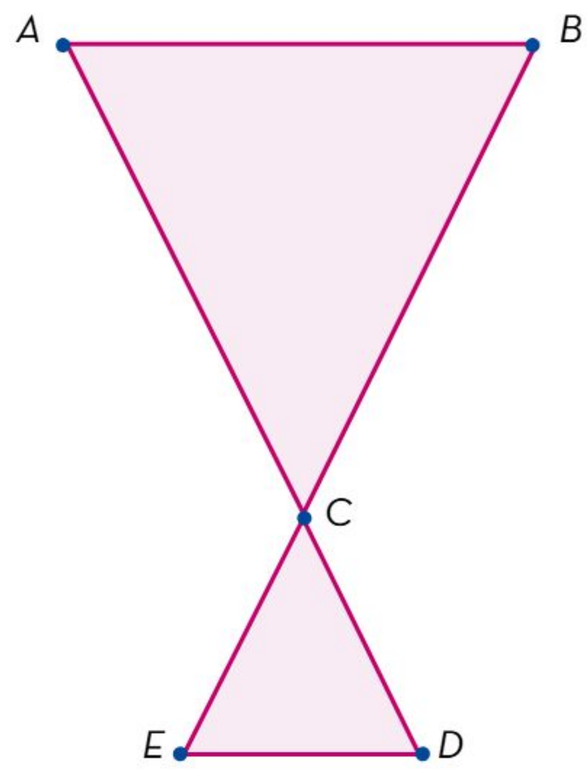
Como $\overline{AH} \cong \overline{BR}$, $\overline{BH} \cong \overline{AR}$, y como el lado $\overline{AB}$ es común a ambos triángulos, se tiene que $\Delta ABH \cong \Delta ABR$ por el criterio de congruencia L-L-L.

Luego, $\angle H \cong \angle R$ por ser elementos correspondientes de triángulos congruentes.

Ejemplo 4
En la figura, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

a) Demostrar que $\Delta ABC \sim \Delta DEC$.

b) Si las medidas de los lados, en centímetros, son $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$ y $\overline{CD} = 3$, encontrar $\overline{ED}$.



Solución

a) Se tiene que $\angle BCA \cong \angle ECD$ por ser opuestos por el vértice, además $\angle CAB \cong \angle CDE$ y $\angle ABC \cong \angle DEC$ por ser alternos internos entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal, por lo tanto, $\Delta ABC \sim \Delta CDE$ por el criterio de semejanza A-A-A.

b) Como los dos triángulos son semejantes, se pueden establecer relaciones de proporcionalidad entre lados correspondientes, esto es: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{ED}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$.

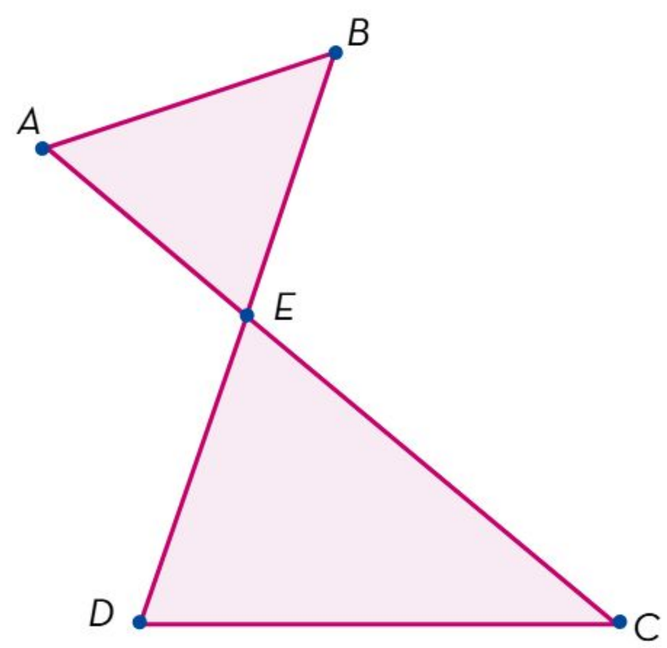
Entonces, al hacer un despeje y sustituir los valores de los lados

$$\overline{ED} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \times \overline{AB} = \frac{3}{6} \times 8 \text{ cm} = 4 \text{ cm}.$$

Luego, $\overline{ED} = 4$ cm.

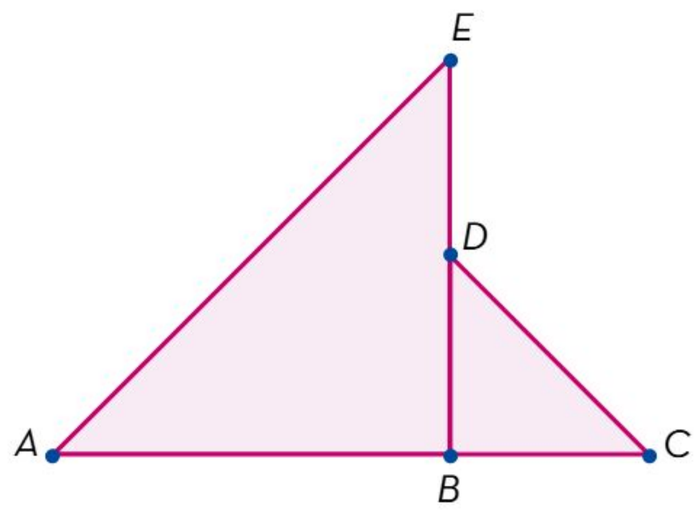
Ejemplo 5
En la figura de abajo, si $\overline{AE} = 4$, $\overline{BE} = 3$, $\overline{DE} = 9$ y $\overline{CE} = 12$, probar que $\Delta AEB \sim \Delta CED$.

Solución
Se tiene que $\angle BEA \cong \angle DEC$ por ser opuestos por el vértice. Ademas, $\dfrac{\overline{AE}}{\overline{CE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ ya que $\dfrac{4}{12} = \dfrac{3}{9}$. Por tanto, $\Delta AEB \sim \Delta CED$ por el criterio de semejanza L–A–L.



Ejemplo 6
En la figura de abajo, si las medidas de sus lados, en centímetros, son $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ y $\overline{AE} = 10$, $\overline{ED} = \overline{DB} = 3$ y $\overline{CD} = 5$, demostrar que $\Delta ABE \sim \Delta CBD$.

Solución
Para aplicar el criterio L–L–L se debe probar si hay proporcionalidad entre los lados, es decir, si se cumple que $\frac{\overline{AE}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}$.



Se observa que $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = 12 - 8 = 4$ y que $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 3 + 3 = 6$.

Al reemplazar los valores dados, se tiene que $\frac{10}{5} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$; es decir, los lados correspondientes son proporcionales y, por lo tanto, $\Delta ABE \sim \Delta CBD$.

Es importante distinguir el criterio de semejanza o congruencia de los triángulos a utilizar en cada uno de los problemas por resolver, así como identificar los datos disponibles y cuáles se pueden obtener a partir de ellos.

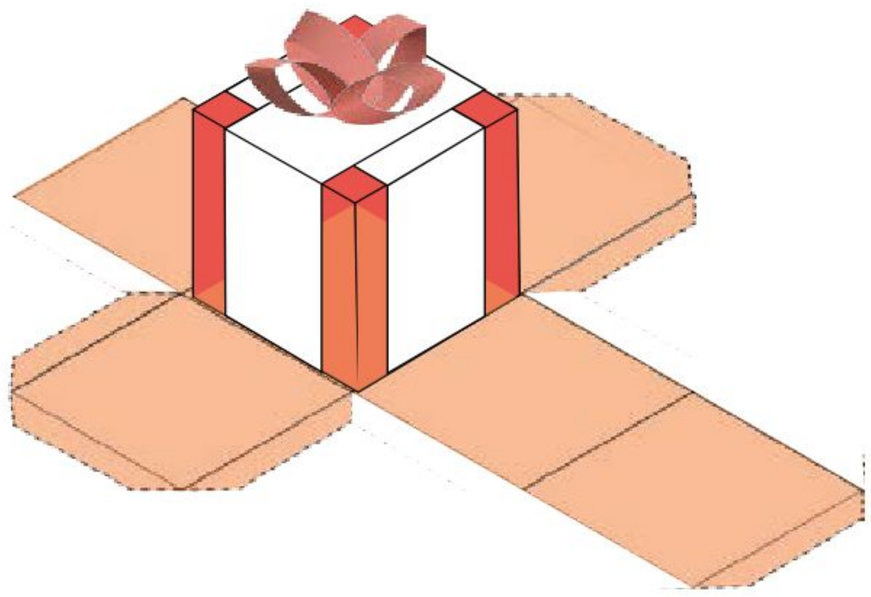
La congruencia y la semejanza de triángulos se utilizan en la construcción arquitectónica y de infraestructura, así como en el ensamble de equipos, el diseño de interiores, la fabricación de automóviles, entre otras. Además, sirven para identificar similitudes y diferencias entre triángulos. Ahora ya se sabe que los triángulos congruentes tienen la misma forma y el mismo tamaño, es decir, todas las longitudes de sus lados son iguales, al igual que todas las medidas de sus ángulos. Los triángulos semejantes, en cambio, se caracterizan por tener lados correspondientes con las mismas proporciones, pero no necesariamente con las mismas medidas.

Desarrollos planos de figuras tridimensionales, cilindros, pirámides y conos

Una de las técnicas utilizadas para ejemplo de desarrollos planos de cuerpos geométricos son las cajas de cartón. Aunque una caja de cartón está formada por seis caras, no se elabora cada una por separado. En vez de esto, se construye una plantilla con todas las caras juntas. Así, se facilita su proceso de armado y se reduce el consumo de recursos.

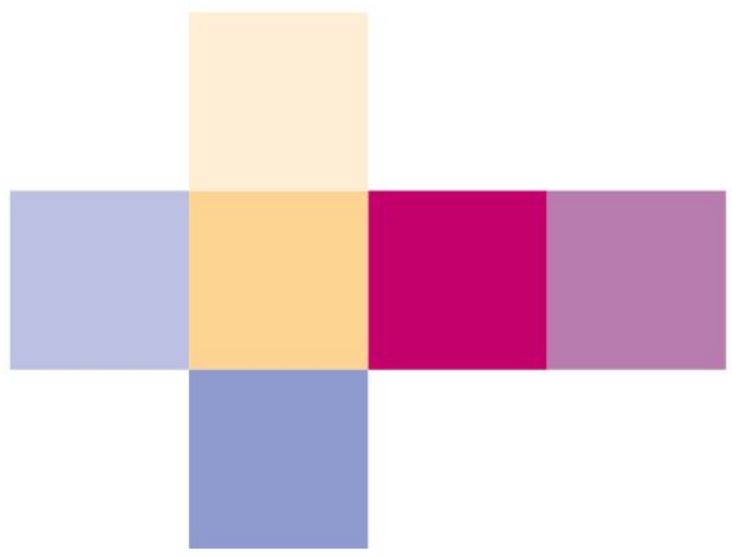
Construcción de desarrollos planos de poliedros y prismas

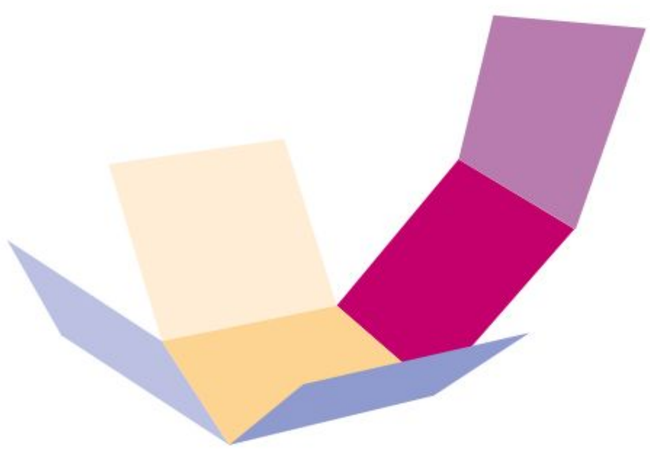
La plantilla con la que se fabrican objetos como las cajas se conoce como *desarrollo plano* y es una representación de los sólidos geométricos. En el caso de un poliedro, su desarrollo plano siempre estará formado por polígonos.

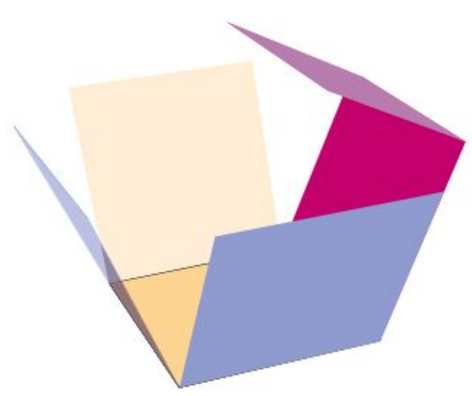


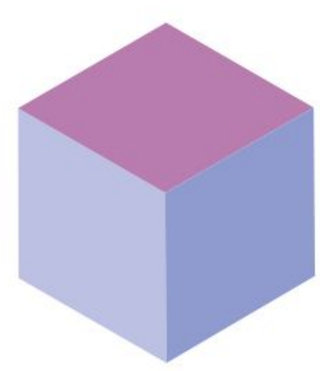
Cubo

El cubo es un poliedro formado por seis cuadrados congruentes. En la siguiente imagen, se puede ver cómo obtener el desarrollo plano de un cubo y viceversa.





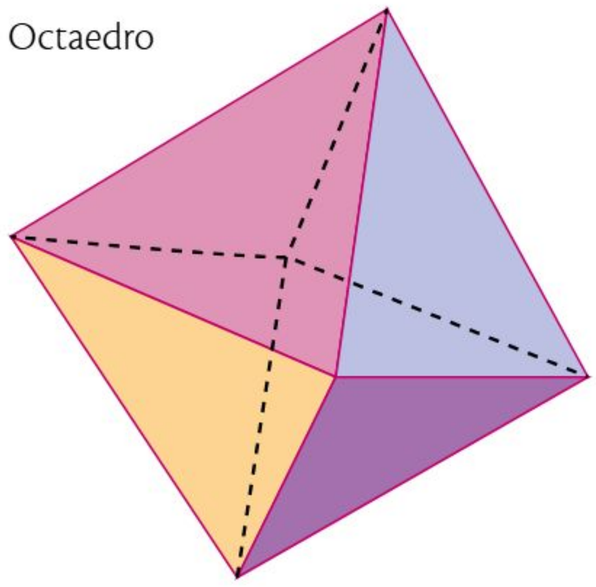




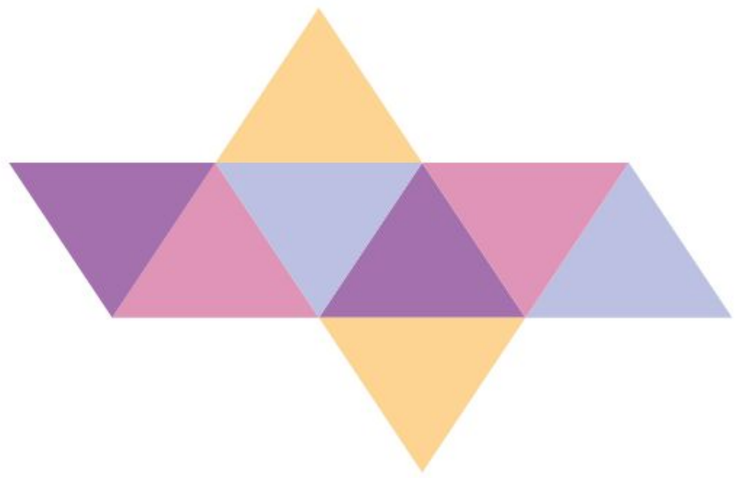
Octaedro

Los sólidos platónicos son poliedros que se caracterizan porque todas sus caras son polígonos regulares congruentes, como el cubo. El octaedro es otro de los cinco sólidos platónicos conocidos. En la imagen se muestra un octaedro y su desarrollo plano.

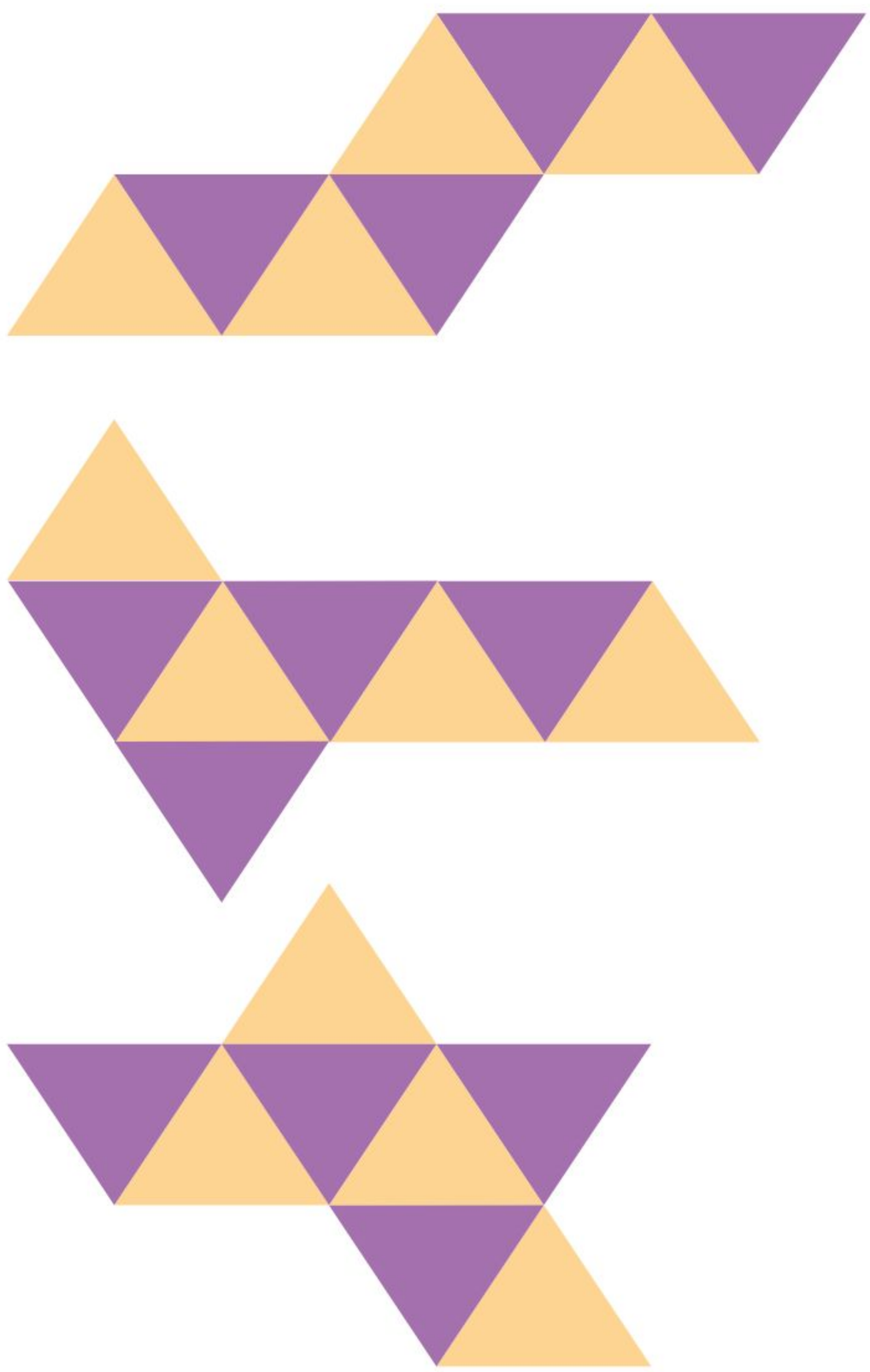
Octaedro



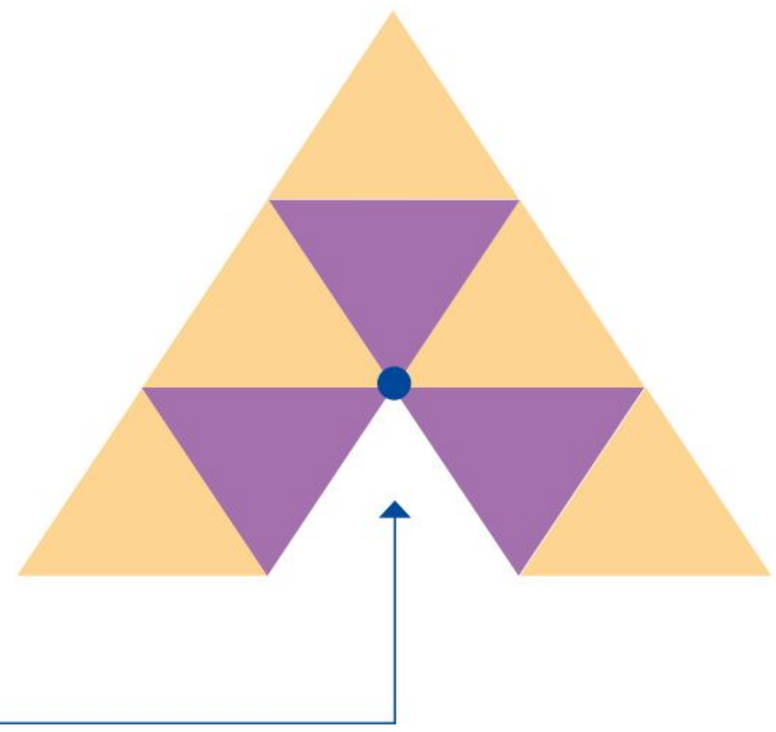
Desarrollo plano del octaedro



Es importante notar cuando un sólido geométrico puede tener más de un desarrollo plano. En la siguiente imagen se muestran otros desarrollos planos del octaedro:



En cada desarrollo plano del octaedro se pueden identificar sus ocho caras, que son triángulos equiláteros congruentes.

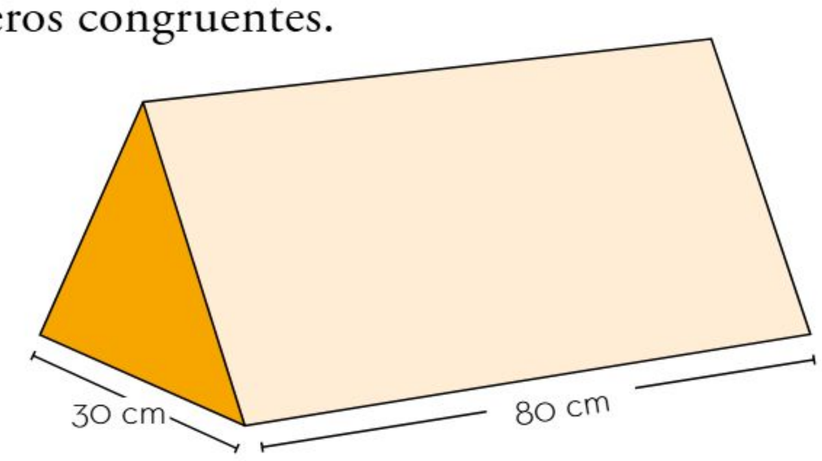


En este caso, la imagen muestra un arreglo de ocho triángulos equiláteros congruentes. Sin embargo, en el vértice resaltado se encuentran 5 aristas, haciendo imposible obtener un octaedro. En conclusión, este arreglo no es un desarrollo plano del octaedro.

Prisma

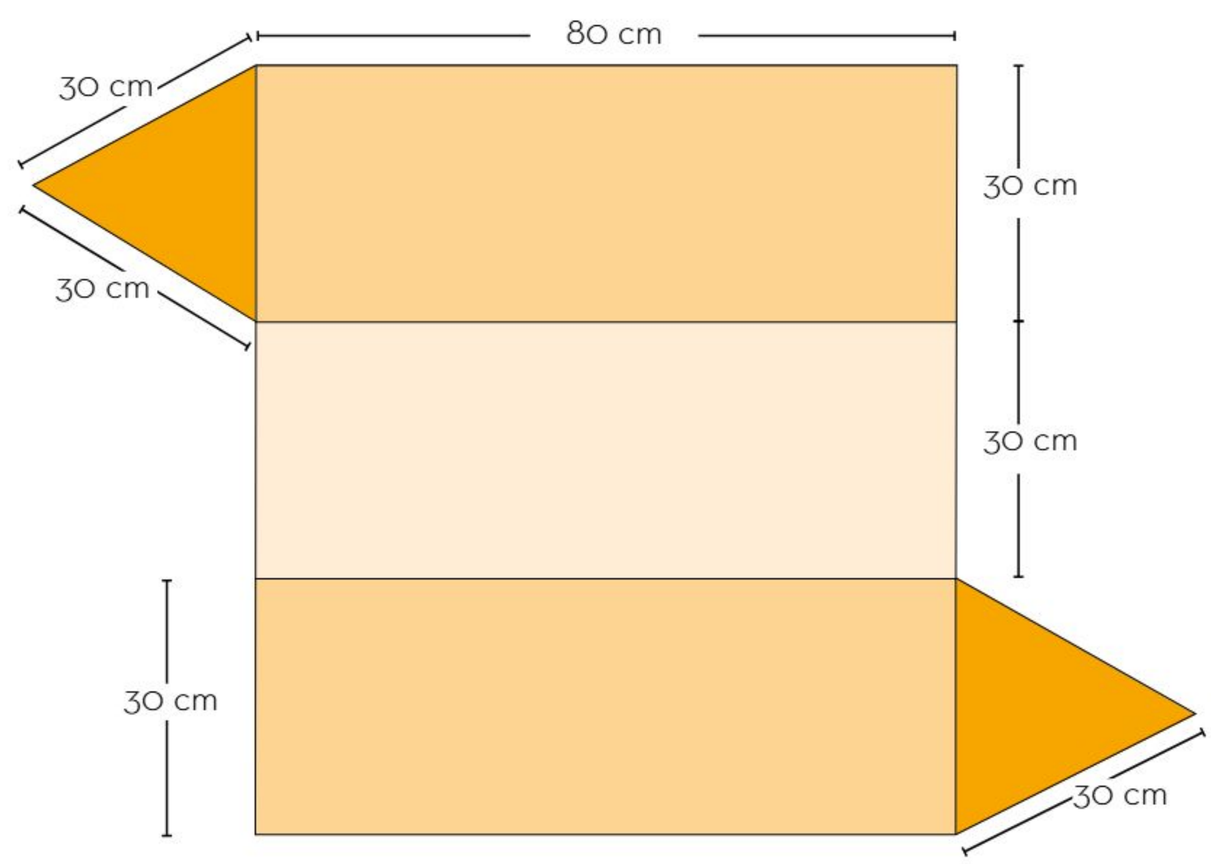
En el caso de los prismas, sus desarrollos planos se componen de dos polígonos congruentes, denominados *bases*, y de sus caras laterales, las cuales serán rectángulos congruentes si las bases son polígonos regulares.

Ejemplo 1
Trazar el desarrollo plano del prisma de la imagen, el cual tiene como bases dos triángulos equiláteros congruentes.



En primer lugar, se identifica la forma de las caras del prisma. En este caso, las bases son dos triángulos equiláteros con medidas de 30 cm por lado. Las caras laterales son tres rectángulos, donde un lado mide 30 cm y el otro mide 80 cm.

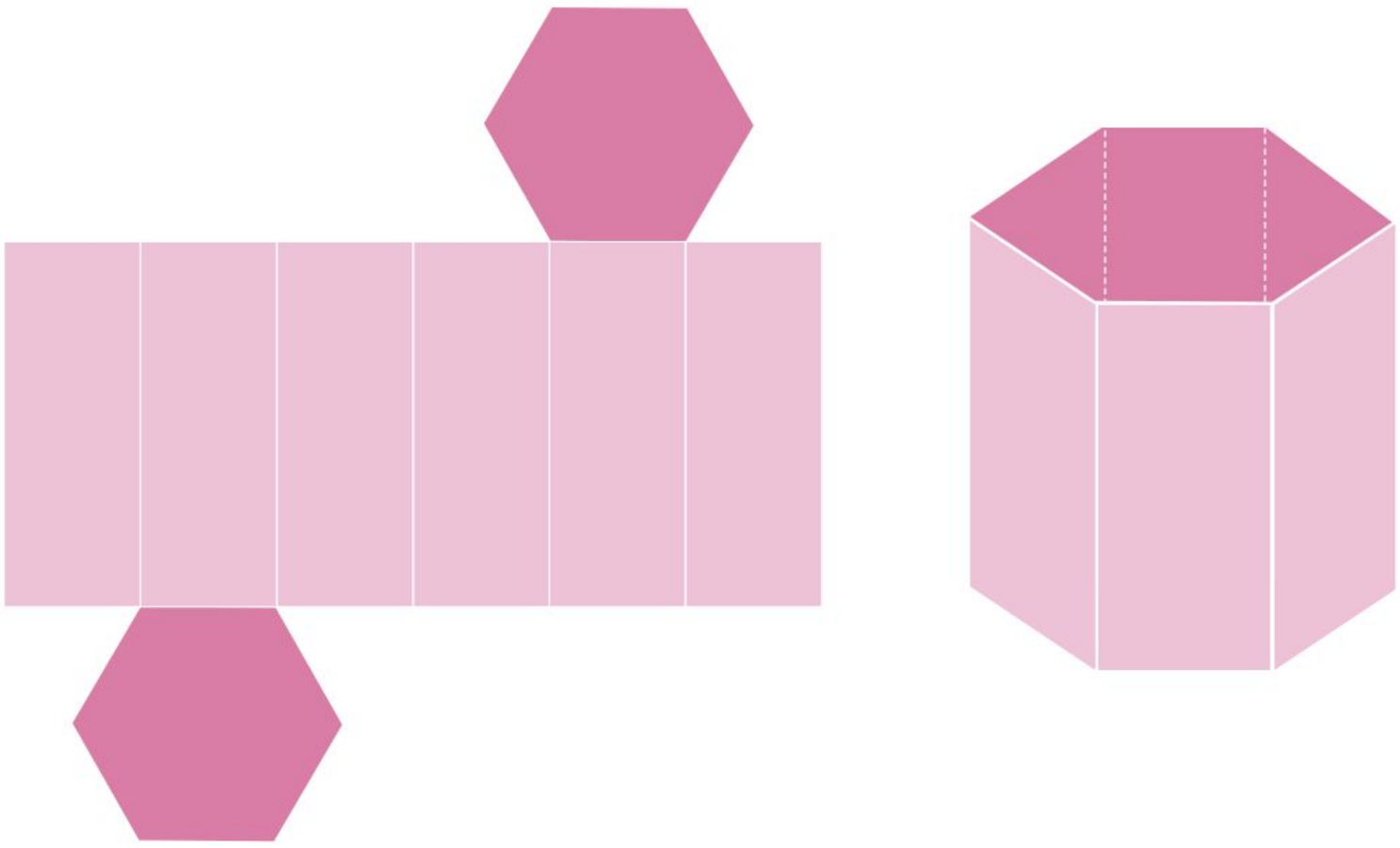
Una vez identificados los polígonos que forman el prisma, se ubican en el plano para hacerlos coincidir con las uniones de las aristas.



Se puede verificar el cumplimiento de dos requisitos: las bases no comparten ninguna arista, y los rectángulos de las caras laterales comparten su lado mayor.

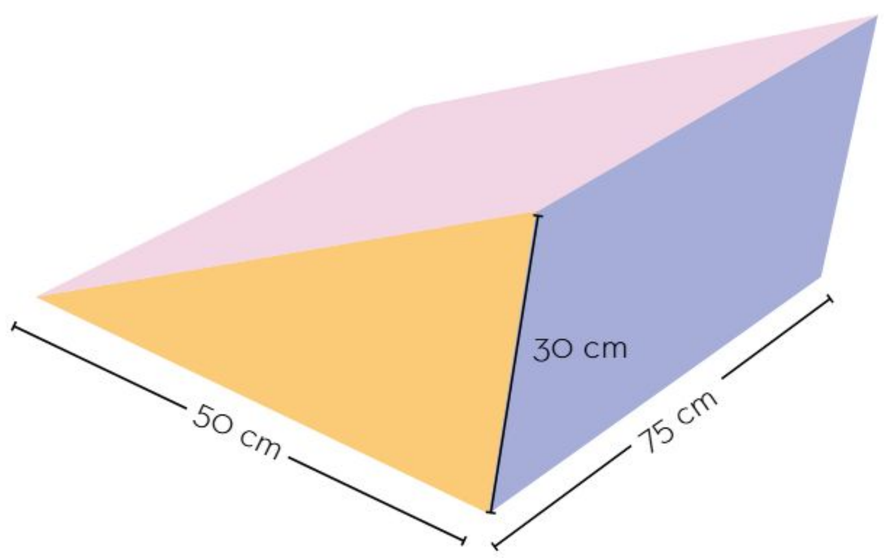
Ejemplo 2

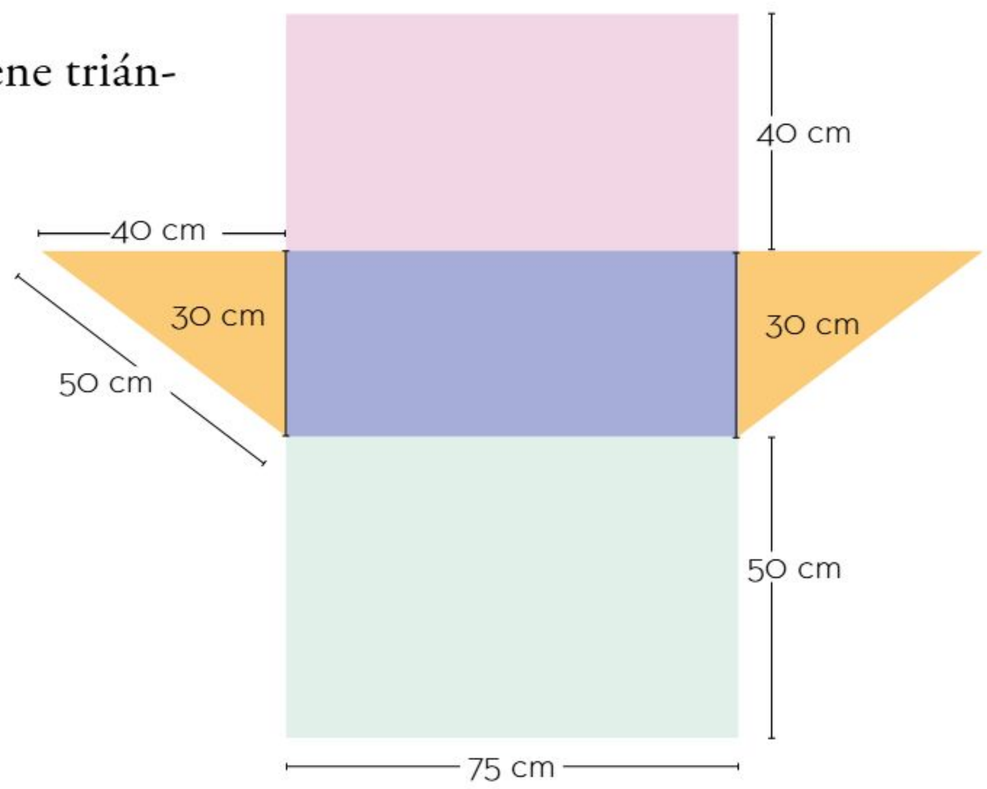
La siguiente imagen se compone de seis caras identificadas como rectángulos del mismo tamaño y dos más identificadas como hexágonos regulares los cuales, además, son congruentes entre sí. Por lo tanto, el poliedro es un prisma de base hexagonal.



Ejemplo 3

Obtener el desarrollo plano del siguiente prisma que tiene triángulos rectángulos como bases.



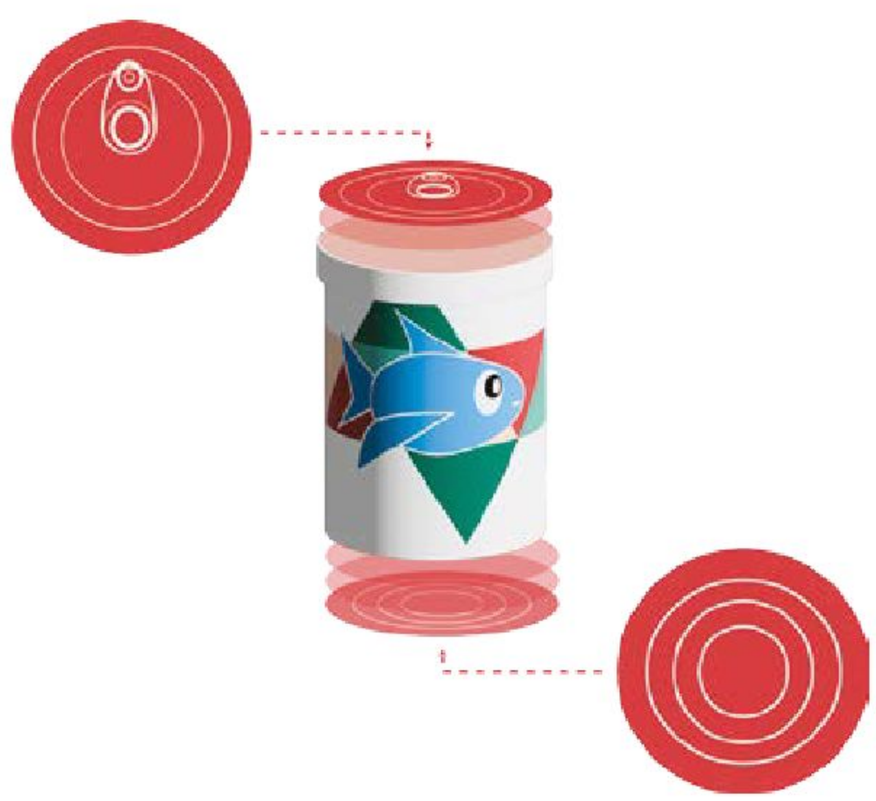


Las caras del poliedro son dos triángulos rectángulos de 40 cm de base, 30 cm de altura y 50 cm de hipotenusa; un rectángulo cuyos lados miden 30 cm y 75 cm; otro rectángulo de medidas 50 cm y 75 cm; adicionalmente, hay un rectángulo con medidas de 40 cm y 75 cm.

Un sólido geométrico se puede construir a partir de su desarrollo plano, el cual es una representación de sus caras, por lo que gracias a dicho desarrollo se puede obtener el área del sólido. Este cuerpo geométrico puede tener diferentes desarrollos planos, pero se debe verificar la unión entre sus vértices y sus aristas para que, efectivamente, se logre su construcción.

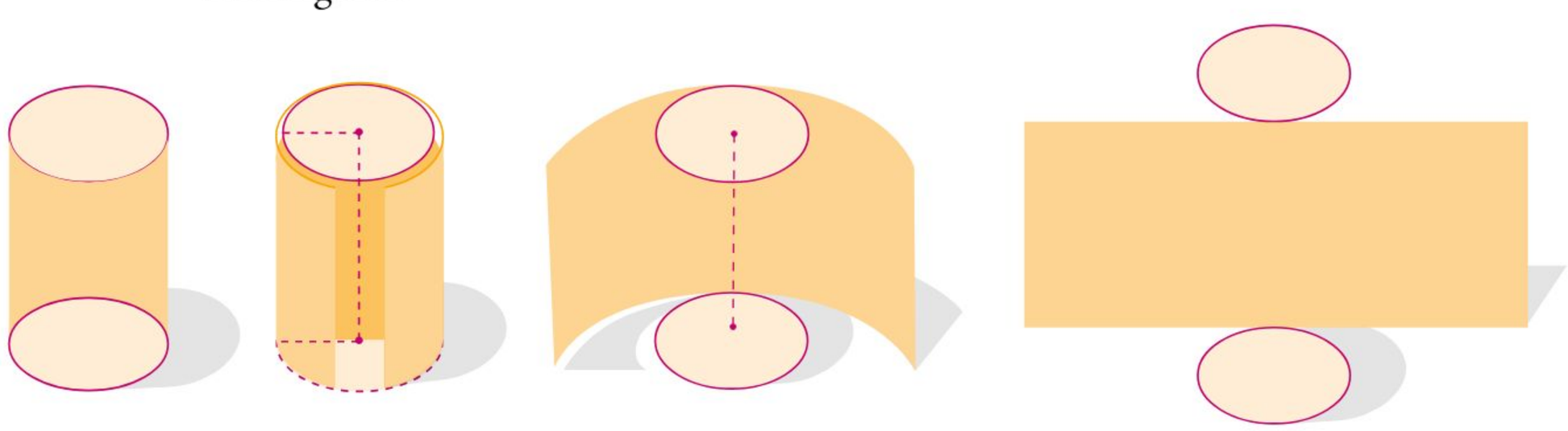
Construcción de desarrollos planos de cilindros, pirámides y conos

Muchos recipientes se fabrican con forma cilíndrica, son resistentes y fáciles de hacer. Una lata para almacenar algún producto consta de un rectángulo y dos círculos; esas tres piezas conforman su desarrollo plano.



Cilindro

El desarrollo plano del cilindro se construye mediante círculos congruentes para sus bases y un rectángulo, el cual conforma la cara lateral curva. En el siguiente desarrollo se muestra cómo se obtienen estas figuras:



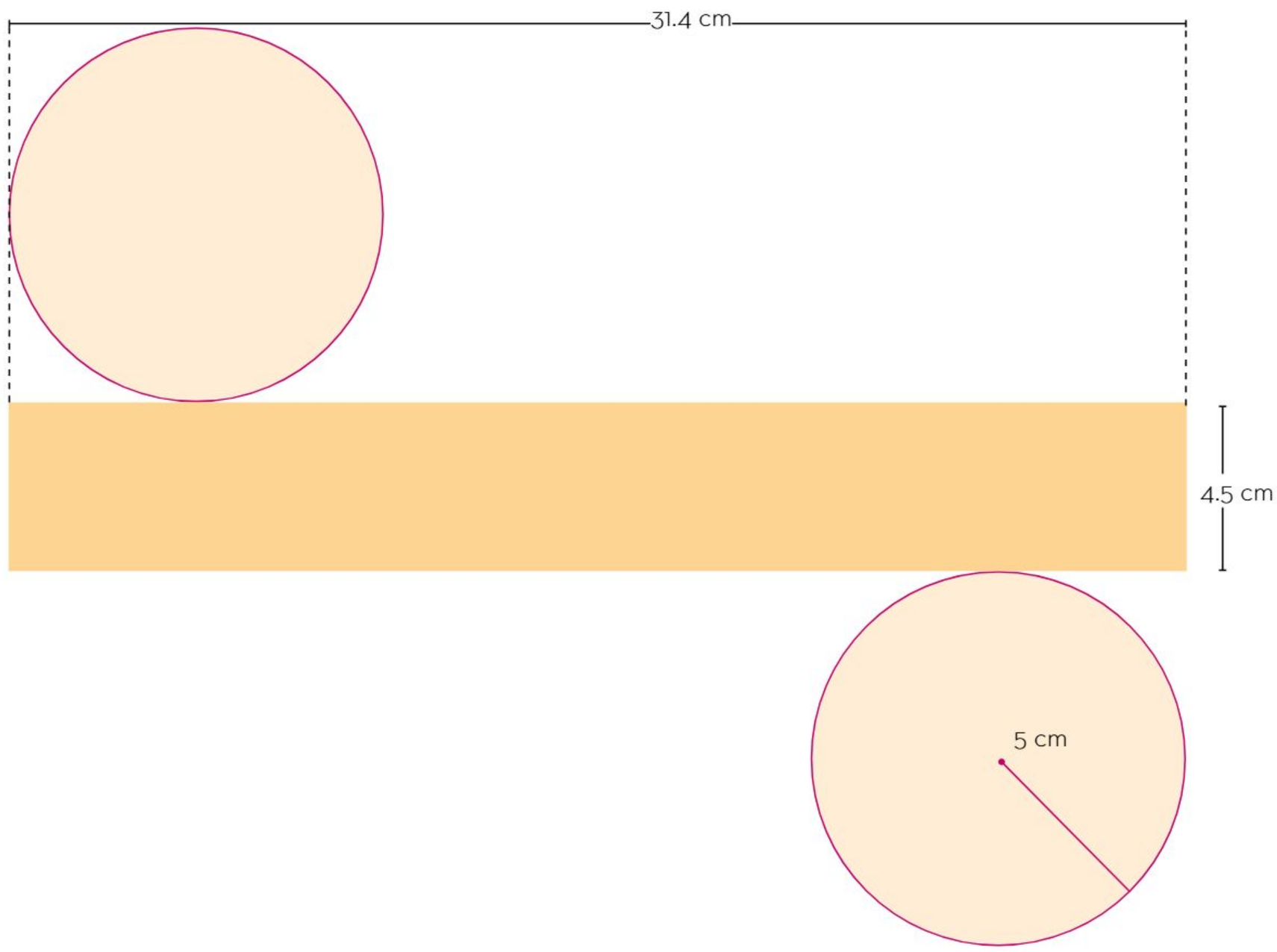
Ejemplo

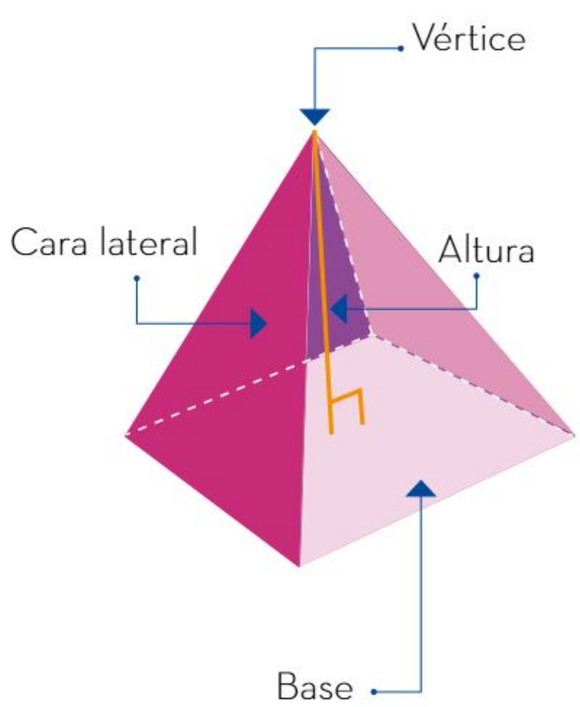
Construir el desarrollo plano de un cilindro con una base de 5 m de radio y altura de 4.5 cm. El desarrollo se compone de dos círculos cuyos radios miden 5 cm y un rectángulo. Una de las medidas del rectángulo coincide con la altura del cilindro, mientras que la otra, con el perímetro de cada círculo. Se considera $\pi = 3.14$ y alguna de las siguientes fórmulas, ya sea que se conozca el radio r o el diámetro D de la base.

Lado $= 2\pi r$ Lado $= \pi D$

Lado $= 2\pi(5 \text{ cm}) = 10\pi \text{ cm} \approx 31.4 \text{ cm}$

Con esta información, se construye el desarrollo plano. En la siguiente imagen a escala se muestran las medidas para su construcción.

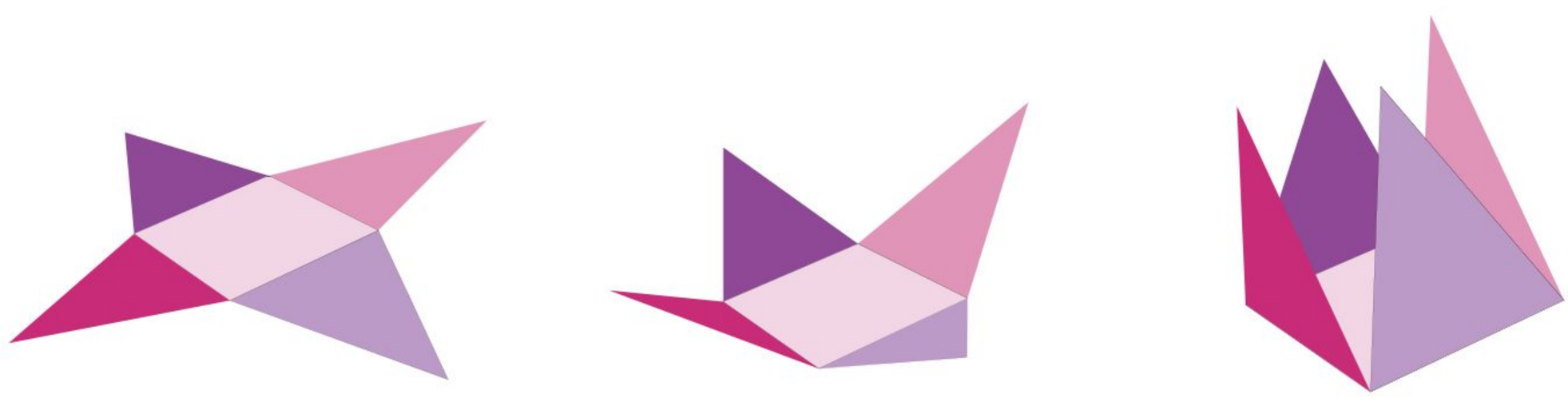




Pirámide

Una pirámide es un poliedro compuesto por una base en forma de polígono, y por caras laterales cuyas formas son triángulos. Estos últimos se unen en el vértice de la pirámide, del cual parte la altura, que es la distancia perpendicular que hay entre éste y la base.

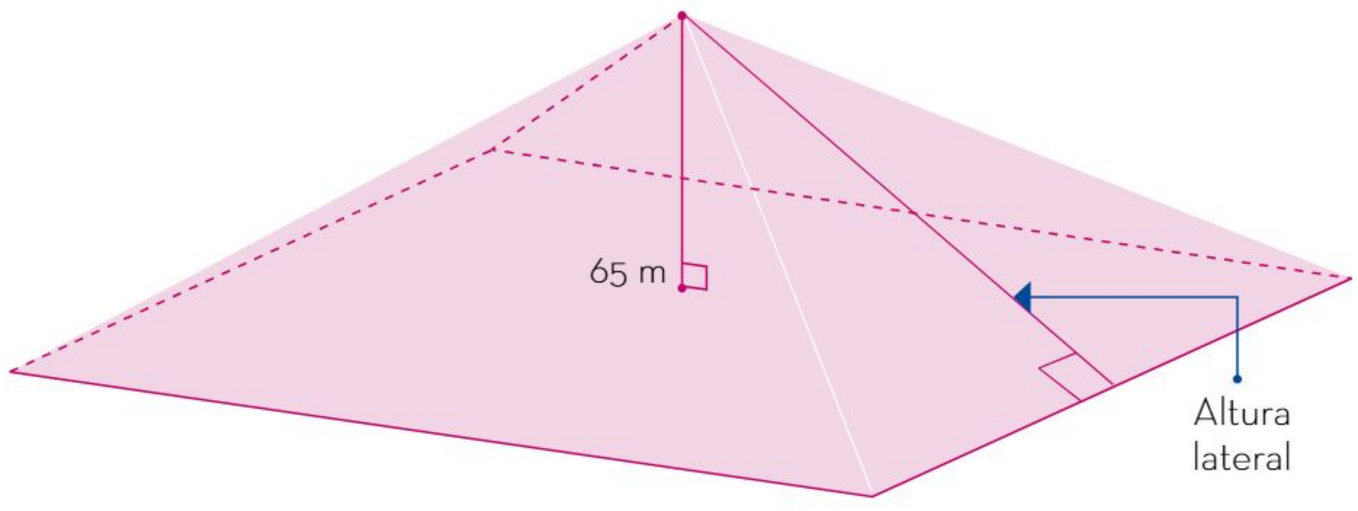
Una pirámide regular tiene como base un polígono regular; además, el segmento que une el vértice y el centro del polígono es perpendicular a la base. En la imagen de la izquierda se indican las partes principales de una pirámide regular, y en las de abajo, su desarrollo plano.



Ejemplo 1

La pirámide del Sol, ubicada en Teotihuacán, tiene una altura aproximada de 65 m, su base tiene la forma aproximada de un cuadrado, cuyo perímetro es de 794 m. Con esos datos se puede obtener el desarrollo plano, si se considera como una pirámide cuadrada regular.

En las siguientes imágenes se muestra una fotografía de la pirámide del Sol y un modelo simplificado de la misma.



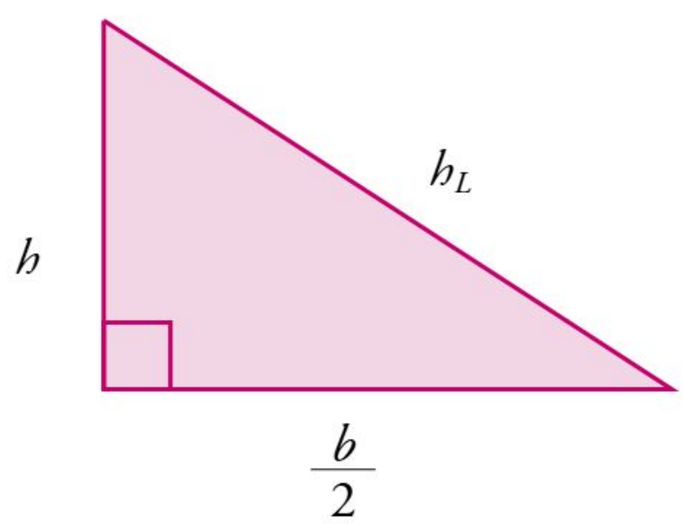
Para obtener el desarrollo plano, en primer lugar se identifican las medidas de la base. Como la base es un cuadrado y se conoce su perímetro p, la medida de sus lados b es:

$$b = \frac{p}{4} = \frac{794 \text{ m}}{4} = 198.5 \text{ m}$$

Después, se hallan las dimensiones de las caras laterales. Para esto se calcula la altura lateral h_L, que corresponde a cada cara triangular. Se puede relacionar esta medida con la altura h de la pirámide y la mitad de la base $\frac{b}{2}$.

En una pirámide de base cuadrada, la altura lateral se puede determinar con la siguiente expresión:

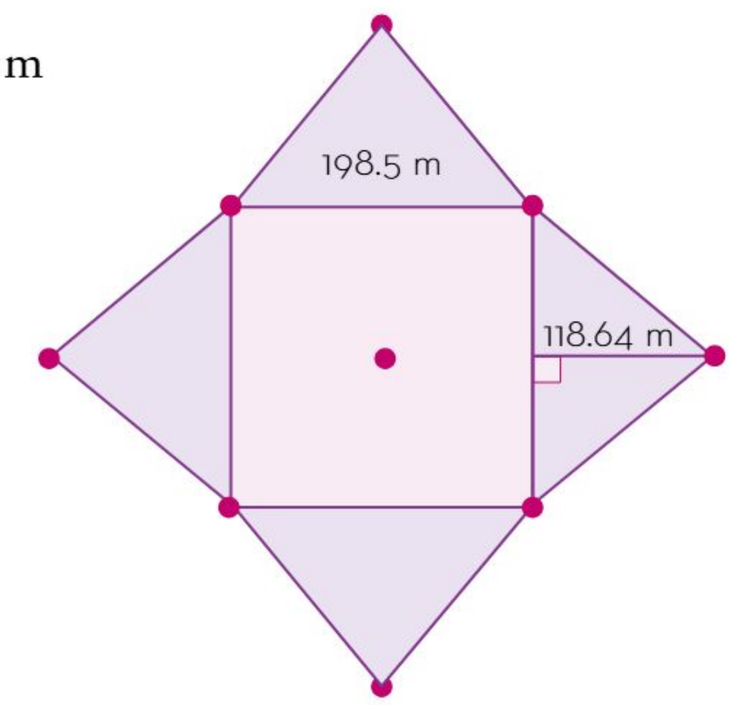
$$h_L = \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$$



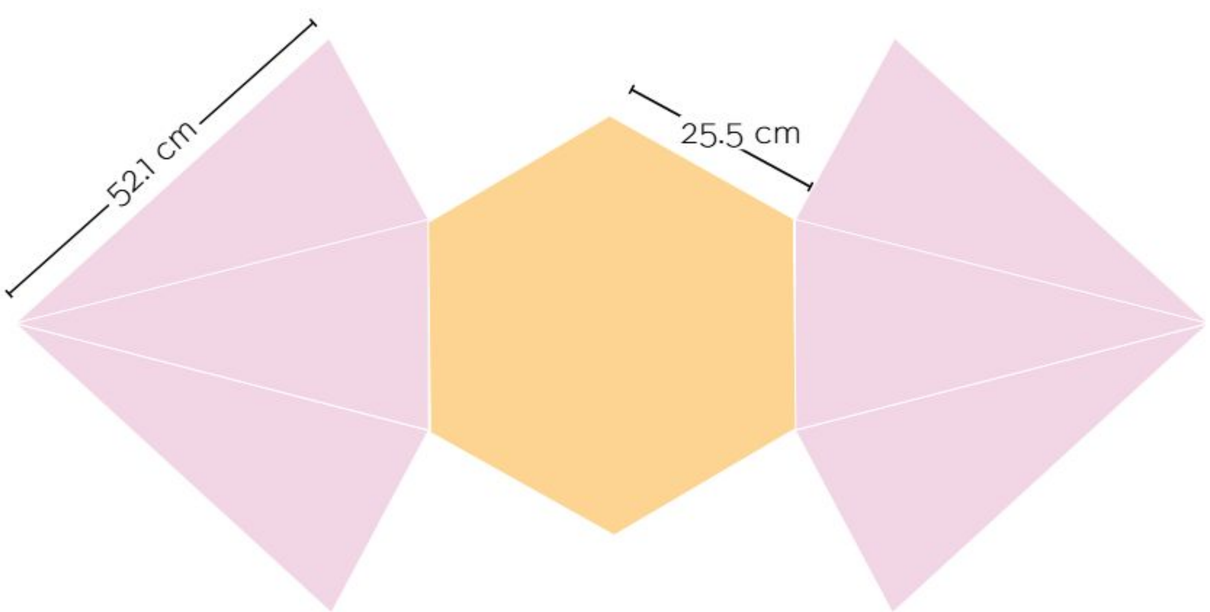
Se reemplazan los valores y se obtiene:

$$h_L = \sqrt{(65\ \text{m}^2) + \frac{(198.5\ \text{m})^2}{4}} = \sqrt{14\,075.5625\ \text{m}^2} \approx 118.64\ \text{m}$$

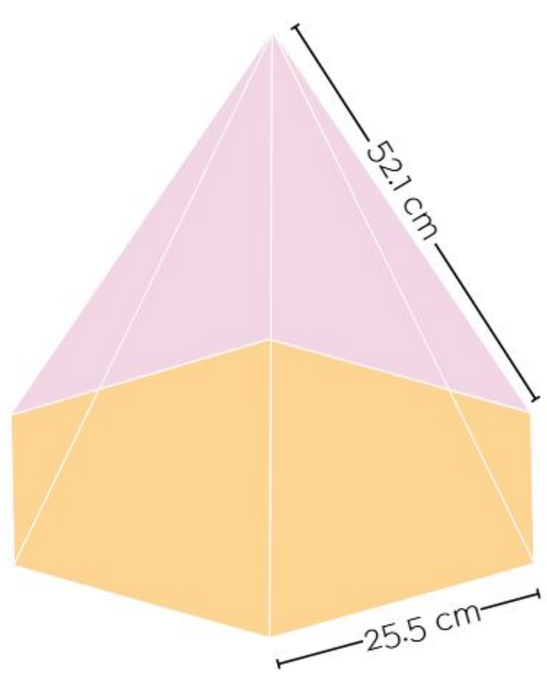
Como se conoce la altura de los triángulos, que son isósceles, el desarrollo plano de la pirámide es el siguiente:



Ejemplo 2
Identificar el cuerpo sólido que se obtiene con el siguiente desarrollo plano:



En el desarrollo se identifica un hexágono regular y seis triángulos isósceles congruentes. Estos elementos corresponden a una pirámide regular. De ésta se conoce el lado de la base y la distancia del vértice de la pirámide a cualquier vértice de dicha base.



Cono

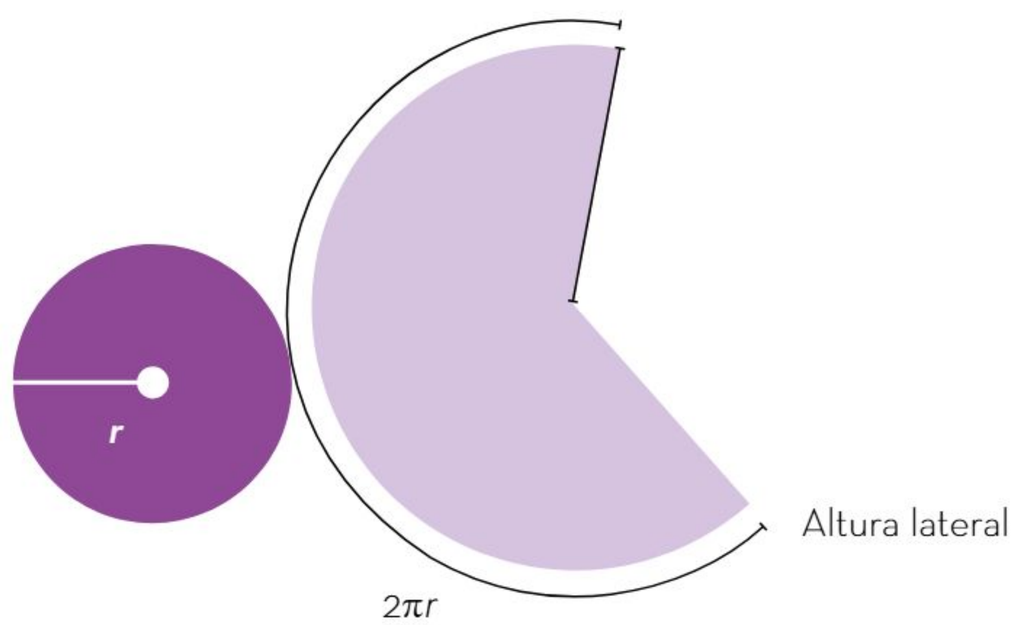
Un cono es un sólido geométrico delimitado por una cara curva y una cara plana; se define a partir de su base circular y un punto exterior al plano del círculo, el cual se denomina *vértice*.

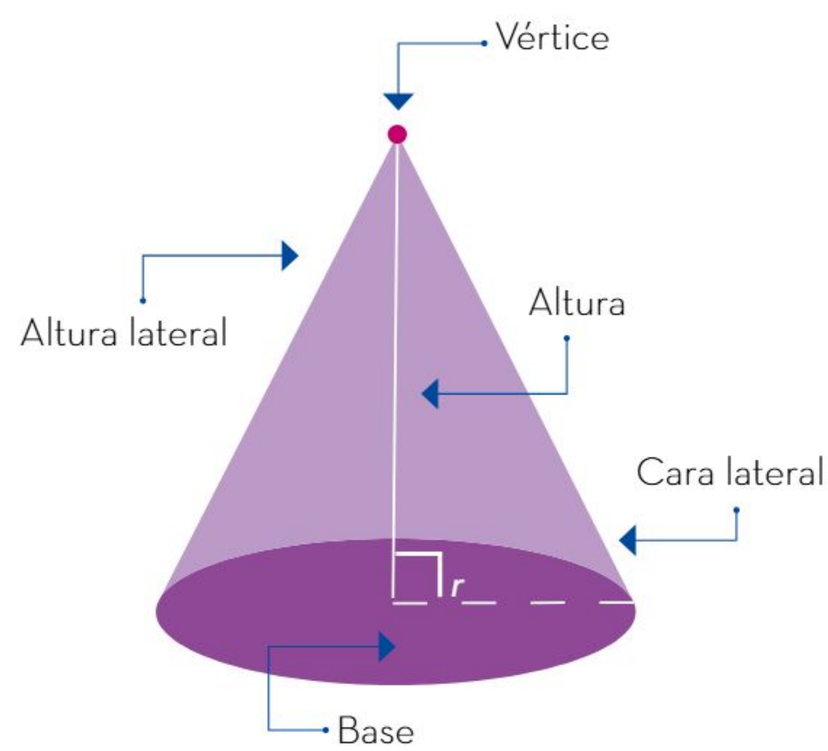
La cara lateral curva del cono corresponde a la unión de todos los segmentos que conectan el vértice con cada punto del perímetro de la base. La medida de uno de estos segmentos es la altura lateral del cono.

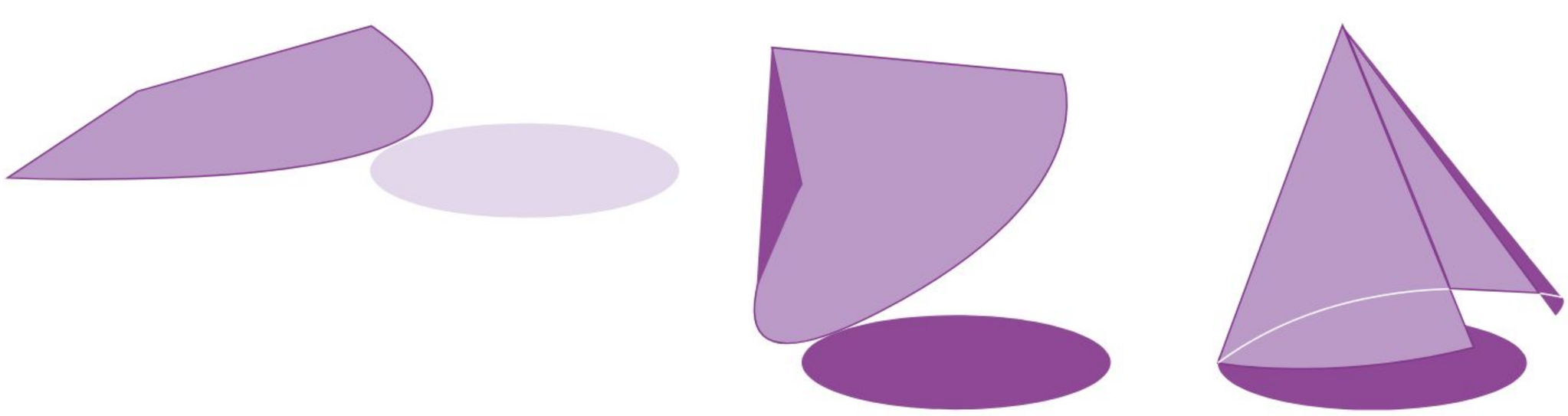
El desarrollo plano de un cono está compuesto del círculo de la base y de un sector circular de radio igual a la altura lateral.

El área del sector circular de la cara lateral se calcula con el radio de la base r y la altura lateral h_L:

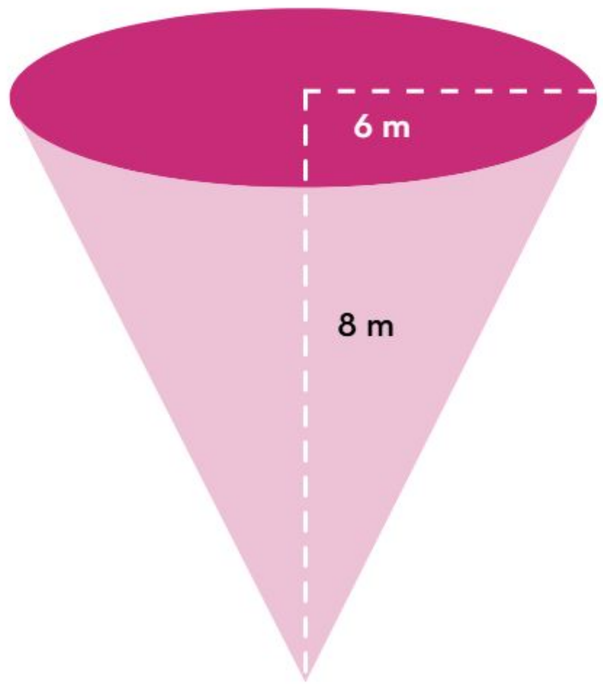
$$A_L = \pi r h_L$$





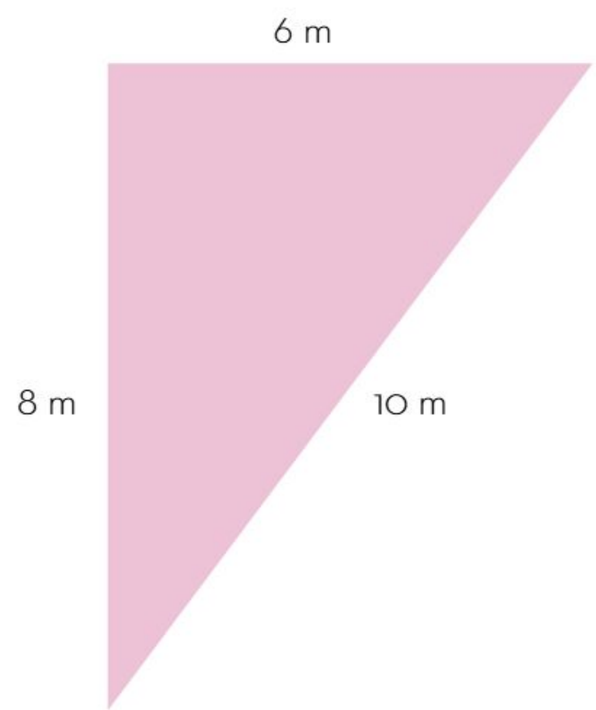


Ejemplo
Se tiene una escultura en forma de cono, como la que se muestra en la imagen.



La escultura se construyó a partir de una lámina de metal. Identificar el desarrollo plano que se hizo sobre ésta.

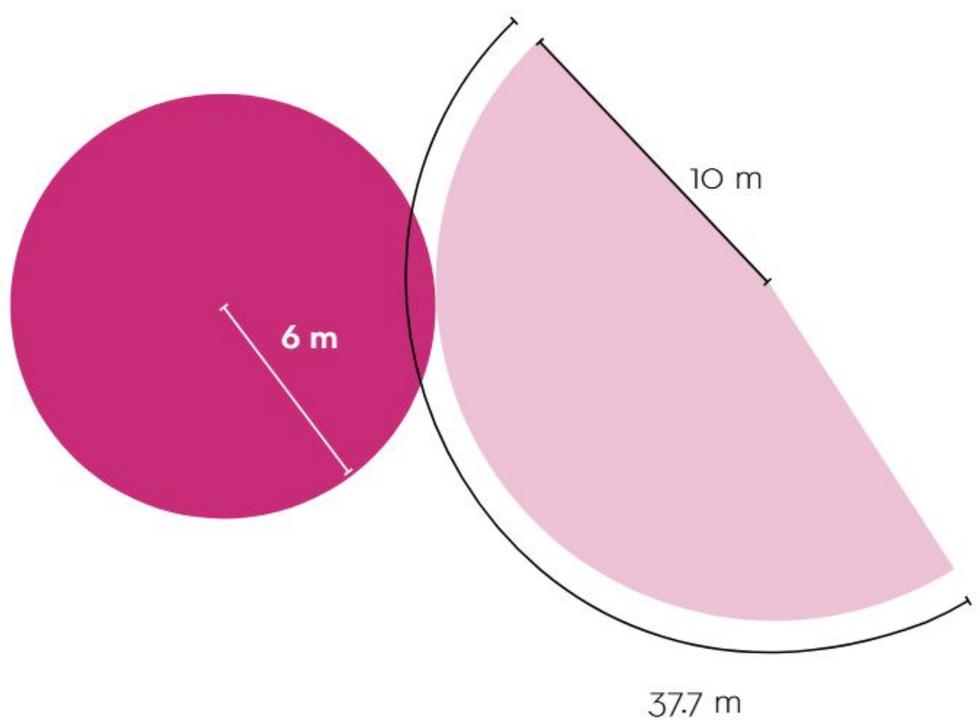
En primer lugar, se identifica la base del cono, la cual es un círculo de 6 m de radio. Para obtener la cara curva del cono, se tiene en cuenta que es una sección de círculo y que su radio es la distancia del vértice a cualquier punto de la circunferencia del círculo, es decir, su altura lateral. De esta forma, utiliza un triángulo rectángulo para obtener la medida deseada:



La longitud del lado curvo del sector circular coincide con el perímetro de la base:

$$L_C = 2\pi(6) \approx 37.7 \text{ m}$$

De esta forma, el desarrollo plano del cono de la escultura es:



Las pirámides son poliedros cuyo desarrollo plano se compone del polígono de su base y de los triángulos de sus caras laterales. Si la pirámide es regular, estos triángulos son isósceles.

Se pueden obtener desarrollos planos de sólidos geométricos que tengan caras curvas como el cilindro o el cono. El desarrollo del cilindro se compone de los círculos de sus bases y el rectángulo de la cara lateral. En el caso del cono, su desarrollo plano se compone del círculo de su base y de un sector circular.

Muchos de los sólidos geométricos presentes en el entorno se integran a partir de una representación como el desarrollo plano. Esta representación consta de las caras que delimitan el sólido geométrico. Recurrir a la construcción del desarrollo plano de éste permite obtener más fácilmente algunas de sus propiedades, por ejemplo, su área o su altura. Esta información es de gran interés en distintos procesos de manufactura.

Ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por factorización y fórmula general

Las ecuaciones de segundo grado de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ sirven para representar y resolver diferentes tipos de problemas donde la incógnita x no se puede despejar directamente, ya que está acompañada por un término con potencia dos.

Comprensión de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas

Cualquier ecuación de segundo grado se puede escribir de forma polinómica, es decir, se toma como modelo de estas ecuaciones la expresión $Ax^2 + Bx + C = 0$. La forma algebraica de las ecuaciones de segundo grado permite identificar cada uno de los términos que la componen para resolverla.

Las ecuaciones de segundo grado se llaman así porque el término de mayor grado es 2, es decir, el valor desconocido representado con una literal tiene exponente 2, y se representa como x^2. A estas ecuaciones también se les conoce como *cuadráticas*. Algunos ejemplos son los siguientes:

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$
$$6x + x^2 + 9 = 0$$
$$2x^2 - 7x = -6$$
$$x^2 = 16$$

No todas las ecuaciones cuadráticas que se presentaron como ejemplos están escritas de forma polinómica; sin embargo, al utilizar la expresión algebraica, cualquier ecuación cuadrática se puede escribir en forma polinómica. Esto último es útil para identificar cada uno de sus términos y aplicar la fórmula general para llegar a la solución.

En el primer ejemplo, la ecuación $x^2 + 8x + 12 = 0$ está escrita de forma polinómica; en este caso el término cuadrático es x^2, cuyo coeficiente es 1, entonces $A = 1$ ya que cuando un término no tiene coeficiente explicito, siempre tiene el valor de 1; el coeficiente del término lineal $8x$ es el 8, entonces $B = 8$, y el término independiente, aquel que no tiene literal, en la ecuación es $C = 12$. Así, la ecuación se puede escribir de la siguiente forma:

$$1x^2 + 8x + 12 = 0$$

Cuando la expresión cuadrática esté igualada a cero implica que los valores de las soluciones para x satisfacen la ecuación.

Una fórmula general hace posible resolver problemas particulares al calcular valores con una ecuación aplicable a todos los casos. La fórmula general para obtener las soluciones de una ecuación cuadrática es la siguiente:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Donde A, B, C son los respectivos coeficientes de los términos de la ecuación escrita en su forma polinómica. A continuación, se hará la sustitución de los coeficientes para hallar los valores de x. De esta manera, en la fórmula, para la ecuación del primer ejemplo se tiene:

$$x = \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(1)(12)}}{2(1)}$$

Se recomienda escribir los valores de las literales A, B, C entre paréntesis con sus respectivos signos para facilitar las operaciones. Por ahora, sólo se trabajará la sustitución.

En el segundo caso, $6x + x^2 + 9 = 0$, la expresión cuadrática está igualada a cero, pero los términos en la ecuación no están ordenados. Para resolverla, se reacomodan sus términos de la siguiente manera: primero se escribe el termino cuadrático, seguido del lineal y finalmente el independiente. Los coeficientes de los términos en ese orden corresponden a las literales A, B y C respectivamente.

$$6x + x^2 + 9 = 0$$

La ecuación escrita de forma polinómica es:

$$1x^2 + 6x + 9 = 0$$

Así, los valores correspondientes son éstos:

$$A = 1 \quad B = 6 \quad C = 9$$

Al sustituir los coeficientes de la ecuación en la fórmula general se obtiene lo siguiente:

$$x = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

La tercera ecuación, $2x^2 - 7x = -6$, tiene dos características: no está escrita en forma polinómica y tampoco está igualada a cero. Por ello, primero se establece la igualdad, es decir, se suma en ambos lados de la ecuación el inverso aditivo de -6, el cual es $+6$:

$$2x^2 - 7x + 6 = -6 + 6$$

De esta forma, la ecuación queda igualada a cero:

$$2x^2 - 7x + 6 = 0$$

Ahora, se tiene que los valores son $A = 2$, $B = -7$ y $C = 6$. Si en la ecuación hay signos negativos, el signo correspondiente se conserva, como en el caso de B en esta ecuación.

Al sustituir los coeficientes de la ecuación en la fórmula general se obtiene:

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(6)}}{2(2)}$$

En el cuarto caso, $x^2 = 16$, primero se ordena e iguala a cero la ecuación:

$$x^2 - 16 = 0$$

Después, se sustituyen los coeficientes en la fórmula general con los valores $A = 1$, $B = 0$ y $C = -1$:

$$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$$

Cuando no hay término lineal se tiene que $B = 0$, y cuando no hay término independiente $C = 0$, en ambos casos se tiene una ecuación incompleta.

En las ecuaciones cuadráticas siempre existe un término donde la literal x tiene potencia 2. Para resolver una ecuación cuadrática, primero se organizan sus elementos de forma polinómica con el modelo algebraico $Ax^2 + Bx + C = 0$. Así, es posible identificar los términos y los valores de sus coeficientes que se van a sustituir en la fórmula general.

Ejemplos de resolución de ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por la fórmula general

La aplicación de la fórmula general facilita el desarrollo de las operaciones matemáticas que se deberán realizar paso a paso.

Es importante recordar que la escritura de una ecuación cuadrática en su forma polinómica $Ax^2 + Bx + C = 0$ posibilita identificar los coeficientes que serán sustituidos en la fórmula general. Por lo tanto, ésta indica las operaciones matemáticas que se van a realizar y la secuencia que se debe seguir para obtener la solución de la ecuación:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

El primer ejemplo corresponde a la ecuación $1x^2 + 8x + 12 = 0$, donde los valores $A = 1$, $B = 8$ y $C = 12$ son sustituidos de la siguiente manera en la fórmula general:

$$x = \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(1)(12)}}{2(1)}$$

Se escriben los valores A, B y C entre paréntesis, con sus respectivos signos. Es esencial respetar los signos desde la sustitución y en cada una de las operaciones que se realizan para que el cálculo sea preciso.

Después de la sustitución, se resuelven las operaciones correspondientes siguiendo el orden jerárquico:

- Primero se eleva al cuadrado el término que tiene la potencia 2:

$$(8)^2 = (8)(8) = 64$$

- Después, se obtiene el producto de las multiplicaciones indicadas por los paréntesis:

$$-(8) = -8$$

$$-4(1)(12) = -4(12) = -48$$

$$2(1) = 2$$

Al resolver las operaciones, se tiene la siguiente expresión:

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2}$$

- Sigue la resta que está dentro de la raíz:

$$64 - 48 = 16$$

Y se sustituye:

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2}$$

- Se calcula la raíz cuadrada:

$$\sqrt{16} = 4$$

Y se sustituye:

$$x = \frac{-8 \pm 4}{2}$$

- Se hacen las operaciones de suma y resta del denominador ($\pm$) por separado y se usan subíndices para diferenciar las dos soluciones de la ecuación:

$$x_1 = \frac{-8 + 4}{2} = \frac{-4}{2} \qquad x_2 = \frac{-8 - 4}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

$$x_1 = -2 \qquad x_2 = -6$$

- Para verificar que las soluciones obtenidas son correctas, se sustituye cada valor en la ecuación cuadrática original $x^2 + 8x + 12 = 0$.

Sustitución para $x_1 = -2$:

$$(-2)^2 + 8(-2) + 12 = 0$$

$$4 - 16 + 12 = 0$$

$$0 = 0$$

Sustitución para $x_2 = -6$:

$$(-6)^2 + 8(-6) + 12 = 0$$

$$36 - 48 + 12 = 0$$

$$0 = 0$$

Es importante señalar que en la sustitución de los valores, cuando se eleva al cuadrado a un número, éste se debe multiplicar por sí mismo y, por lo tanto, el resultado siempre será positivo debido a la ley de los signos:

$$(+)^2 = (+)(+) = +$$
$$(-)^2 = (-)(-) = +$$

El siguiente paso es multiplicar los valores respectivos y respetar el signo del resultado. Las ecuaciones cuadráticas tendrán dos soluciones (dos números reales) cuando el resultado final del radicando de la raíz cuadrada sea positivo. En caso de que el radicando de la raíz cuadrada sea 0, la ecuación sólo tendrá una solución.

A continuación, se retoma el tercer ejemplo, $2x^2 - 7x = -6$, cuyos valores son $A = 2$, $B = -7$ y $C = 6$. La sustitución en la fórmula general se muestra aquí:

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(6)}}{2(2)}$$

Los pasos para la solución de dicha ecuación son los siguientes:

- Se eleva al cuadrado el término que tiene la potencia 2:

$$(-7)^2 = (-7)(-7) = 49$$

- Se calcula el producto de las multiplicaciones:

$$-(-7) = 7$$

$$-4(2)(6) = -4(12) = -48$$

$$2(2) = 4$$

Con este procedimiento se tiene la siguiente expresión:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4}$$

- Se hace la resta dentro de la raíz:

$$49 - 48 = 1$$

Y se sustituye:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4}$$

- Se calcula la raíz cuadrada:

$$\sqrt{1} = 1$$

Y se sustituye:

$$x = \frac{7 \pm 1}{4}$$

- Se obtienen los dos valores de la incógnita x que son solución de la ecuación:

$$x_1 = \frac{7 + 1}{4} = \frac{8}{4} \qquad x_2 = \frac{7 - 1}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x_1 = 2 \qquad x_2 = \frac{3}{2}$$

La segunda solución dio un número que no es entero y se simplificó la fracción al dividir entre 2 tanto al numerador como al denominador.

- Por último, se comprueba la igualdad en ambos casos al sustituir cada resultado en la ecuación original escrita de manera canónica $2x^2 - 7x + 6 = 0$.

Sustitución para $x_1 = 2$:

$$2(2)^2 - 7(2) + 6 = 0$$

$$2(4) - 14 + 6 = 0$$

$$8 - 14 + 6 = 0$$

$$0 = 0$$

Sustitución para $x_2 = \frac{3}{2}$:

$$2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{3}{2}\right) + 6 = 0$$
$$2\left(\frac{9}{4}\right) - \left(\frac{21}{2}\right) + 6 = 0$$
$$\frac{18}{4} - \frac{21}{2} + 6 = 0$$
$$\frac{36 - 84}{8} + 6 = 0$$
$$\frac{-48}{8} + 6 = 0$$
$$-6 + 6 = 0$$
$$0 = 0$$

En este caso, también se resolvieron las operaciones con las fracciones.

La fórmula general es una herramienta valiosa para resolver ecuaciones cuadráticas, las cuales sirven para modelar diferentes tipos de problemas. Por ejemplo, se pueden calcular ciertas áreas en geometría o encontrar el tiempo que tarda un objeto en caer desde cierta altura.

Se debe seguir cada paso del procedimiento y tomar en cuenta los signos de los números en cada operación matemática para llegar a la solución de la ecuación.

Ejemplos de resolución de ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por factorización

El método de factorización es una técnica empleada para resolver ecuaciones cuadráticas. Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como el producto de sus factores, es decir, en términos más sencillos. Sólo algunas ecuaciones cuadráticas son factorizables y hay diferentes formas de encontrar los factores correspondientes, lo cual depende de la estructura de la ecuación que se busca resolver.

Para aplicar el método de factorización se considera la siguiente ecuación:

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

La factorización consiste en obtener las expresiones más simples o mínimas en las que se puede descomponer la expresión cuadrática, mismas que tras multiplicarlas y simplificar los términos equivalen a la ecuación original. Para la ecuación anterior, se tiene la siguiente factorización:

$$(x + 2)(x + 6) = 0$$

El orden al escribir los factores no altera el producto, así que, también se puede escribir como:

$$(x + 6)(x + 2) = 0$$

Para comprobar que la factorización es correcta, se multiplican los factores con la propiedad distributiva, es decir, se multiplica cada término del primer factor por cada término del segundo factor. Esto permite obtener la expresión original de nuevo:

$$x(x + 6) + 2(x + 6) = 0$$

$$x^2 + 6x + 2x + 12 = 0$$

Al sumar $6x$ y $2x$ se obtiene $8x$, por lo tanto, la expresión es idéntica a la primera ($x^2 + 8x + 12 = 0$). Es importante resaltar que los números $+6$ y $+2$ sumados dan como total $+8$, y el resultado al multiplicarlos es $+12$. Ambos resultados coinciden respectivamente con los coeficientes de los términos lineal e independiente de la ecuación polinomial.

A continuación, se explican dos estructuras de la ecuación que se pueden utilizar para factorizar, cada una tiene sus propias reglas.

Estructura 1. Factorización en la ecuación polinómica cuando $A = 1$

Para factorizar una ecuación de la forma $x^2 + Bx + C = 0$ se deben encontrar dos números que multiplicados den el valor C y sumados el B, como se presentará a continuación.

- Primero se considera una ecuación de segundo grado con $A = 1$. Por ejemplo:

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

- Después, se buscan dos números que sumados den +6 (es el valor de *B*) y multiplicados den +9 (es el valor de *C*). Estos números son +3 y +3, por lo tanto, la factorización se escribe así:

$$(x+3)(x+3)=0$$

- Como el producto de los dos factores es cero, significa que al menos uno de ellos tiene que ser cero, por lo tanto, se deben igualar ambos factores. Esto permitirá encontrar los valores de x que dan el valor cero a cada factor, esto es:

$$x+3=0$$

Y, al despejar x:

$$x=-3$$

En esta ecuación, como los dos factores son iguales, llevan a la misma solución. Cuando los factores son diferentes, es necesario igualar a cero cada factor por separado y obtener ambas soluciones.

A continuación, se resuelve la ecuación sin término lineal:

$$x^2-16=0$$

- En este caso $B=0$, así que la ecuación se escribe de forma polinomial como:

$$x^2+0x-16=0$$

- Se buscan dos números que sumados den 0 y multiplicados, −16. Los números correspondientes son −4 y 4, así que la factorización es:

$$(x-4)(x+4)=0$$

- Al igualar a cero el primer factor se tiene:

$$x-4=0$$

- Con el primer despeje se obtiene:

$$x_1 = 4$$

- Se iguala a cero el segundo factor:

$$x + 4 = 0$$

- Se hace el segundo despeje:

$$x_2 = -4$$

Estructura 2. Factorización en la ecuación polinómica cuando $A \neq 1$

En este tipo de estructura, en la ecuación de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$, el valor de A es diferente de 1.

A continuación, se resuelve una ecuación de este tipo.

$$2x^2 - 7x + 6 = 0$$

- Primero, se multiplica toda la ecuación por el valor de A. Esta acción brinda una ecuación equivalente a la original.

$$2(2x^2 - 7x + 6 = 0)$$

- Se obtienen todos los productos excepto el de Bx, este último se deja indicado:

$$4x^2 - 7(2)x + 12 = 0$$

- Para la factorización, se toma en cuenta el factor común de los términos cuadrático y lineal como muestra el ejemplo, dicho factor es la raíz cuadrada del término cuadrático:

$$(2x \quad)(2x \quad) = 0$$

- Para encontrar el segundo término de cada factor, se buscan dos números que multiplicados den $+12$ y sumados -7. Se resalta que el primer valor es el resultado de AC y el segundo es el valor de B.

- Considerando los signos, los números buscados son -3 y -4 y la factorización obtenida es la siguiente:

$$(2x-3)(2x-4)=0$$

Igualando a cero el primer factor se tiene:

$$2x-3=0$$

Despejando se obtiene:

$$x_1=\frac{3}{2}$$

Igualando a cero el segundo factor se tiene:

$$2x-4=0$$

Despejando se obtiene:

$$x_2=\frac{4}{2}=2$$

Estos resultados son los mismos que se obtuvieron en el apartado anterior usando la fórmula general.

> Para dar solución a una ecuación cuadrática por el método de factorización, primero se debe analizar su estructura, como se desarrolló en los ejemplos presentados, al identificar si $A=1$ o $A\neq 1$. Es importante recordar que el análisis de la estructura de la ecuación cuadrática aporta información para reconocer si se puede o no factorizar.

Se presentaron dos formas para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $Ax^2+Bx+C=0$, tanto cuando $A=1$ como cuando $A\neq 1$. Es conveniente primero escribir la ecuación en su forma polinómica o, al menos, identificar los valores correspondientes a las literales A, B y C. Este procedimiento dará elementos ya sea para utilizar el método de la fórmula general o el de factorización.

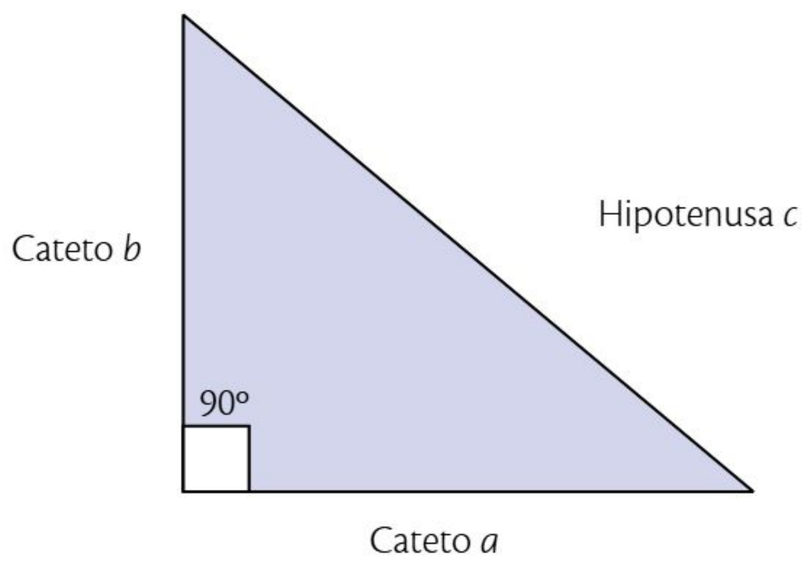
El método de la fórmula general es útil para resolver cualquier ecuación cuadrática, aunque, en algunos casos, la factorización puede ser más sencilla. Los resultados que se obtienen por el método de factorización o por la fórmula general siempre deben coincidir.

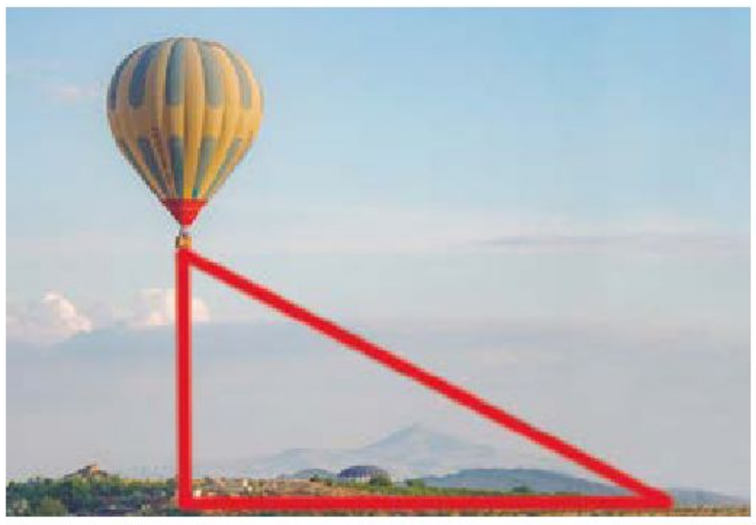
Formulación, justificación y uso del teorema de Pitágoras al resolver problemas

El estudio del teorema de Pitágoras se centra tanto en su formulación geométrica como en su enfoque analítico, además de examinar su justificación mediante la descomposición de figuras. Es de importancia conocer la aplicación práctica del teorema de Pitágoras y su contraparte inversa para la resolución de problemas relacionados con distancias inalcanzables, los cuales tienen como protagonistas a los triángulos rectángulos.

El teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras es un concepto fundamental que se relaciona estrechamente con los triángulos rectángulos. Un triángulo rectángulo se caracteriza por tener un ángulo de 90°, denominado *ángulo recto*, lo que justifica su nombre. Los dos lados que forman al ángulo recto se llaman *catetos* y el lado opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa*.



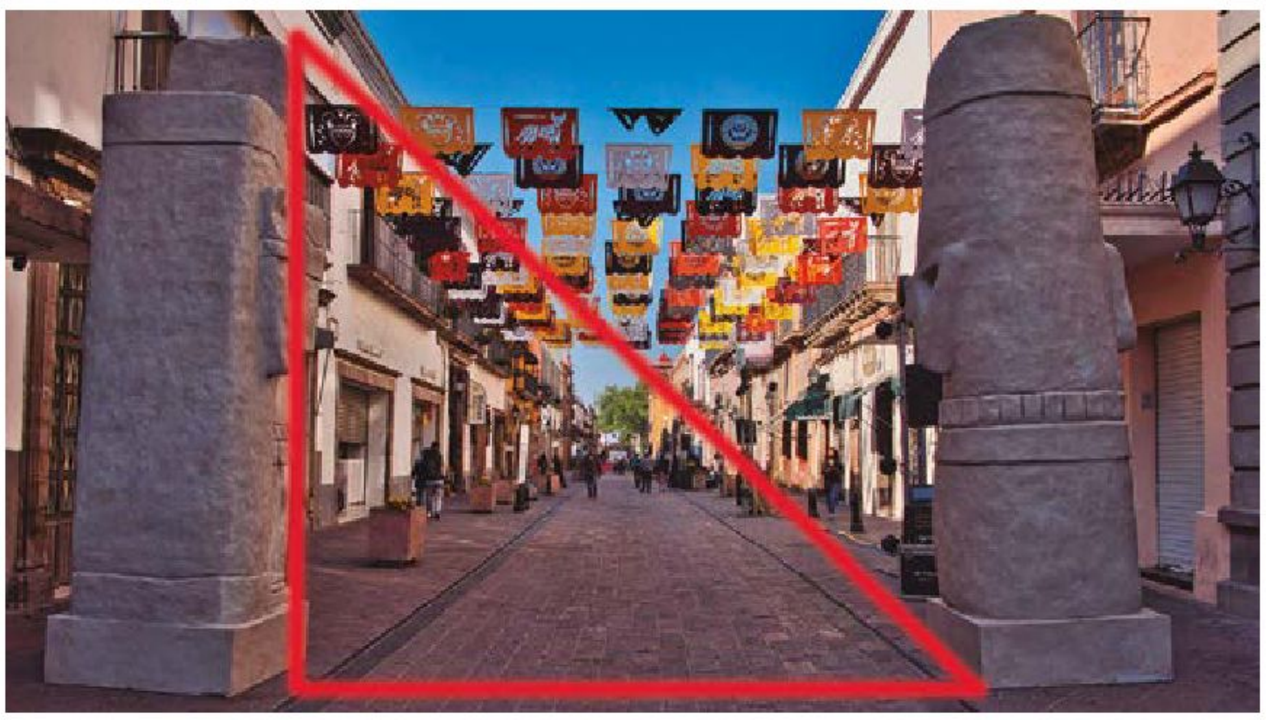


El teorema de Pitágoras se expresa de la siguiente manera: en cualquier triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

Si denotamos los catetos con las letras a y b, la hipotenusa con la letra c, se puede expresar el teorema algebraicamente como:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Esta ecuación constituye la formulación analítica del teorema de Pitágoras, también conocida como *fórmula pitagórica*. Dicha fórmula es de suma importancia para resolver problemas que involucran triángulos rectángulos, especialmente cuando se conocen dos de las medidas de sus lados. En la siguiente imagen puede emplearse el teorema de Pitágoras para calcular la distancia que hay entre el punto más alto de la figura de la izquierda y la base de una figura de la derecha, si se conocen la altura de la primera y la separación entre las bases.



Tomando en cuenta la formulación analítica del teorema, si se conocen los valores de los catetos *a* y *b* se puede obtener el valor de la hipotenusa *c* tras aplicar las raíces a ambos lados de la igualdad, esto es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

También se puede obtener el valor de uno de los catetos, como se muestra enseguida:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 - b^2 = a^2$$

$$\sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{c^2 - b^2} = a$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 - a^2 = b^2$$

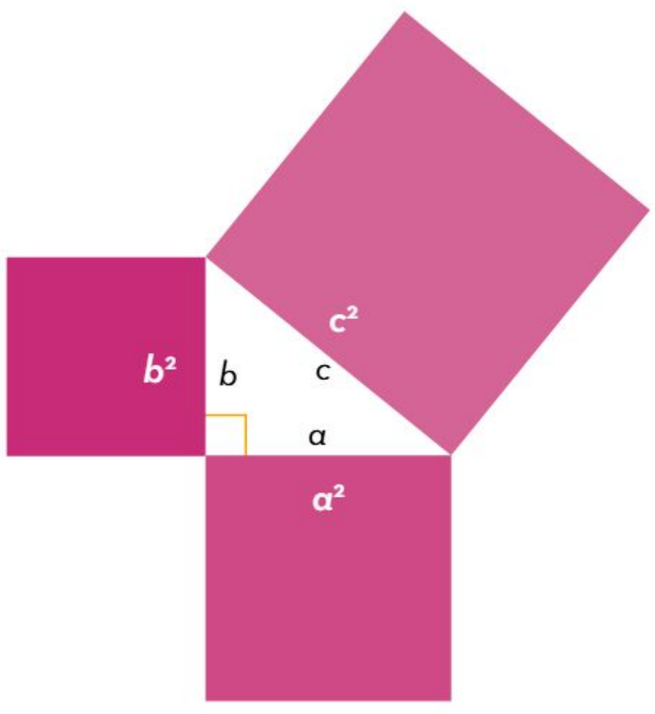
$$\sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{b^2}$$

$$\sqrt{c^2 - a^2} = b$$

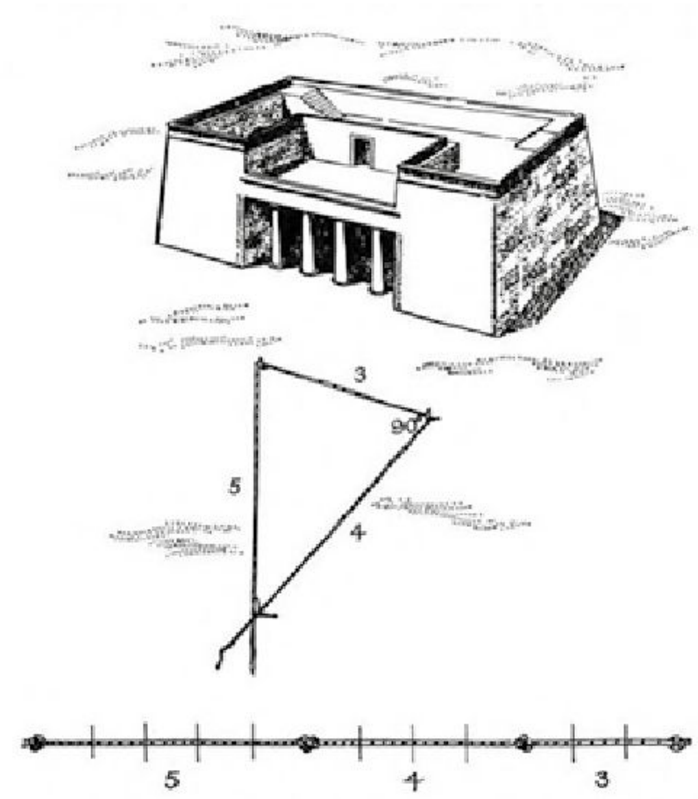
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

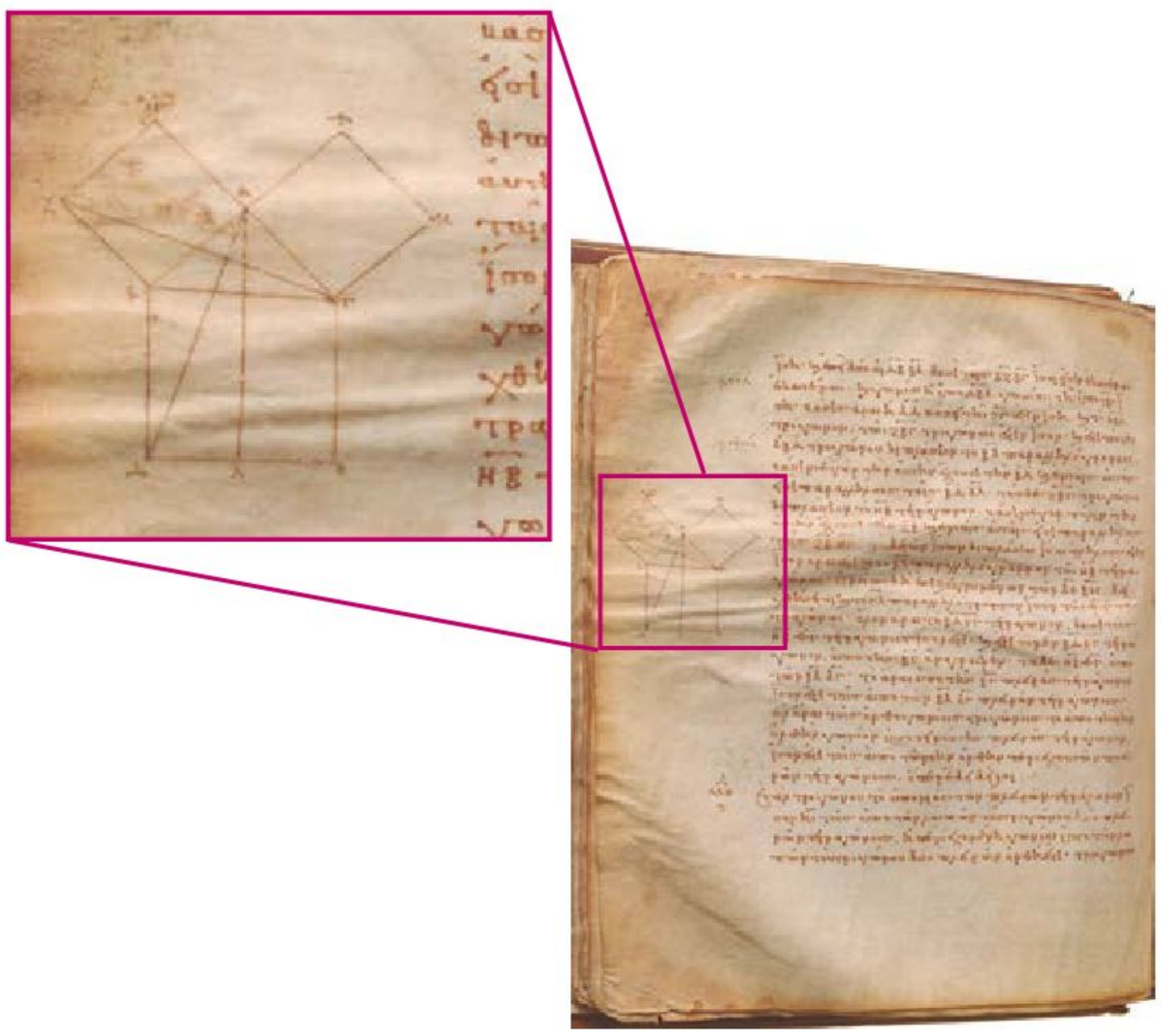
Mediante las expresiones analíticas antes mostradas, el teorema posibilita el manejo de datos numéricos, tales como medidas conocidas de objetos o distancias entre ellos. Además, permite el cálculo de una medida desconocida, que podría resultar inaccesible debido a obstáculos que impidan medirla directamente.

En su concepción original, el teorema de Pitágoras adopta una formulación geométrica. Mediante la construcción de cuadrados sobre cada uno de los lados del triángulo rectángulo, tal como se ilustra en la imagen, se establece que el área del cuadrado trazado sobre la hipotenusa es equivalente a la suma de las áreas de los cuadrados erigidos sobre los catetos del triángulo.



El teorema de Pitágoras es una herramienta matemática que tiene sus raíces en la Antigüedad. Los primeros indicios datan de la cultura babilónica, hace unos 5 700 años. No obstante, fueron los egipcios quienes contribuyeron a su popularización, utilizándolo en la construcción y en la delimitación de terrenos cuando el nivel del río Nilo se elevaba.





En el año 500 a. n. e., los griegos, liderados por Pitágoras y sus discípulos, revitalizaron este teorema. La escuela pitagórica, fundada por Pitágoras, desempeñó un papel esencial al presentar una demostración geométrica del teorema, como se ilustra en la imagen de la izquierda.

La escuela pitagórica, a pesar de la marginación que las mujeres enfrentaban en ese periodo en actividades científicas, permitió que jugaran un rol destacado en el avance del conocimiento matemático. De hecho, de los 32 miembros del círculo más cercano a Pitágoras, los llamados *mathematikoi*, 17 eran mujeres. La más importante fue Teano de Crotona (imagen de la derecha), nacida aproximadamente en el 547 a. n. e. Ella es considerada como la primera mujer matemática de la Antigüedad.

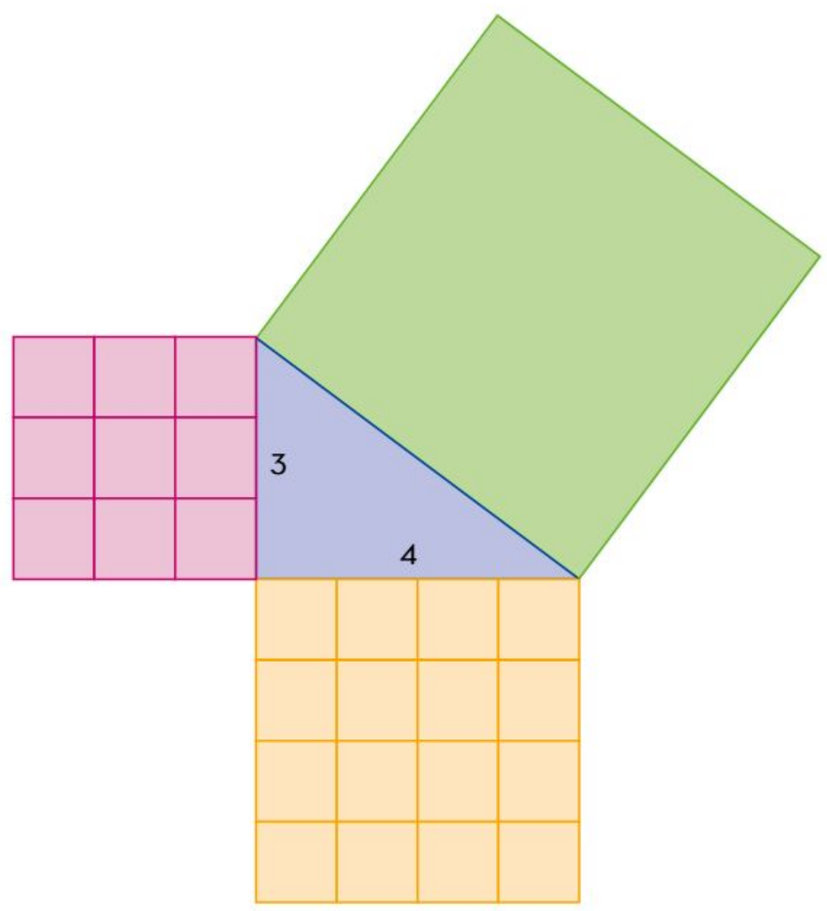
En México, las civilizaciones precolombinas también aplicaban las relaciones involucradas en el teorema de Pitágoras, tanto en la construcción de sus templos y ciudades como en diversos objetos.

A continuación, se presentan dos características que están presentes en las explicaciones que respaldan la relación entre el área del cuadrado trazado sobre la hipotenusa y la suma de las áreas de los cuadrados trazados sobre los dos catetos. Esto cumple que $c^2 = a^2 + b^2$.

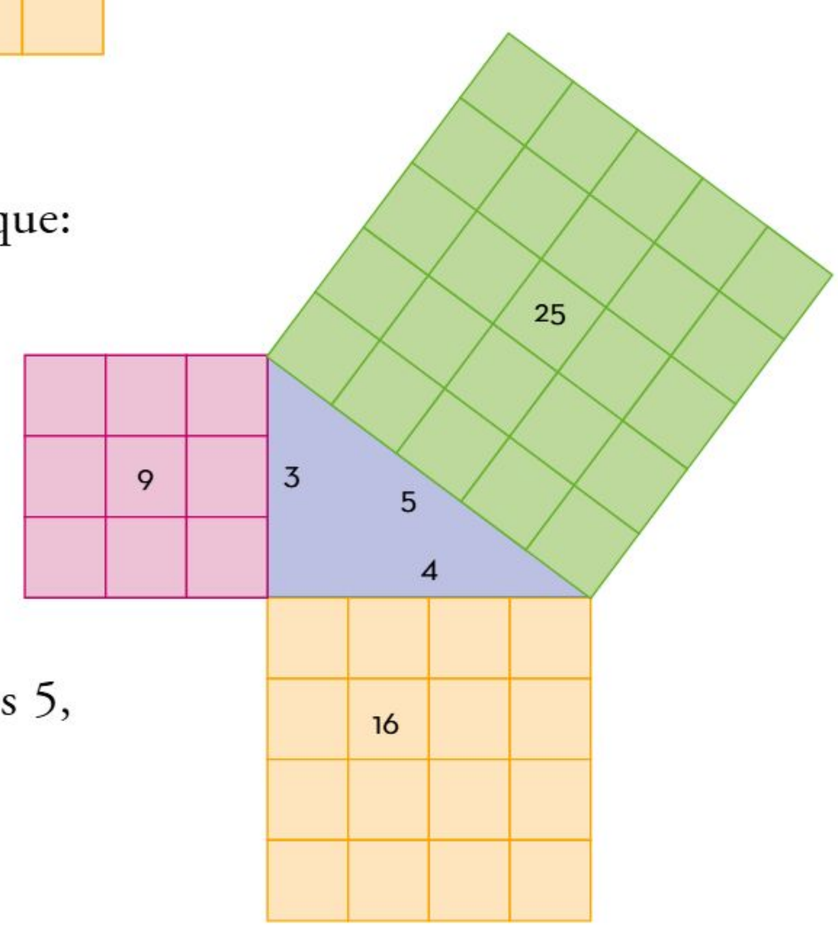
1. Se realiza una descomposición de los cuadrados que representan los catetos en otras figuras.

2. Las figuras obtenidas se acomodan en el cuadrado que está en la hipotenusa para tapizarlo por completo. Con ello, se verifica que la suma de las áreas de los catetos sea igual al área de la hipotenusa.

Se puede ilustrar este concepto con un ejemplo específico: si en el primer cuadrado trazado sobre un cateto hay 9 unidades cuadradas y en el otro cuadrado, trazado sobre el segundo cateto, 16 unidades cuadradas...



La hipotenusa tendrá 25 cuadrados, ya que:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (3)^2 + (4)^2$$

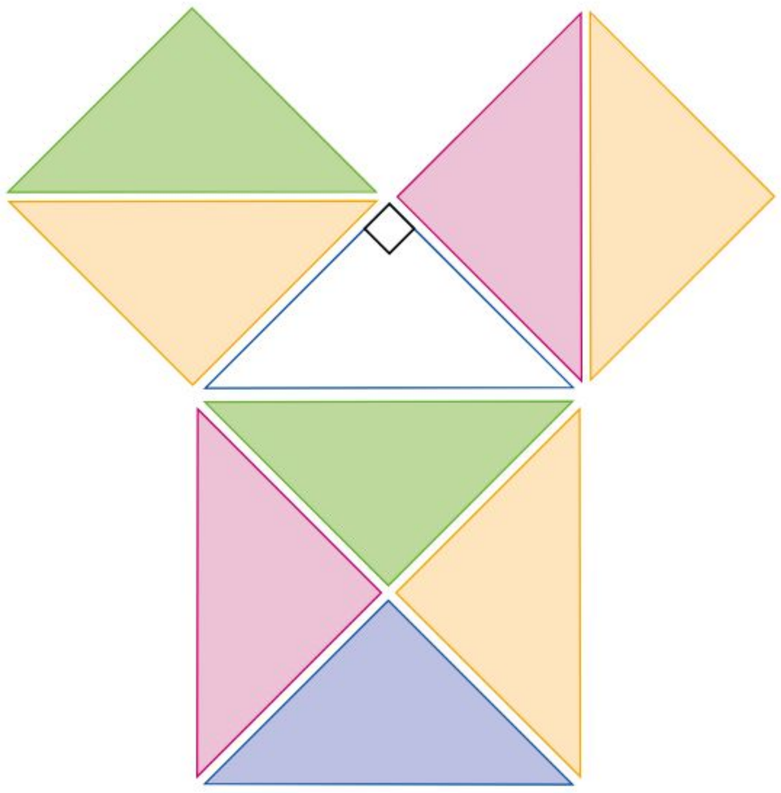
$$c^2 = 9 + 16 = 25$$

Por tanto, la medida de la hipotenusa es 5, pues:

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{25}$$

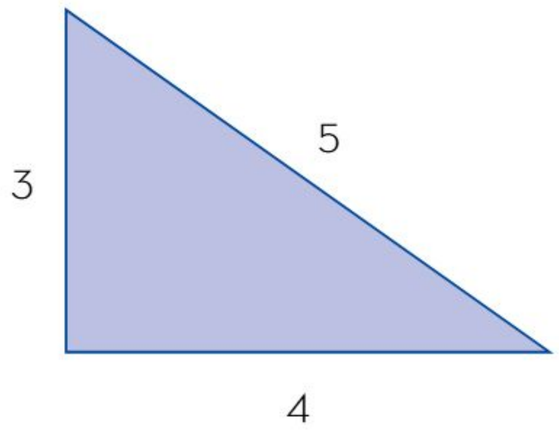
$$c = 5$$

En el libro *Diálogos*, escrito por Platón, aparece una justificación del teorema de Pitágoras elaborada por Sócrates, en la que se dividen los cuadrados en triángulos congruentes, como se muestra en la imagen. Esta justificación se usa en el caso particular de un triángulo rectángulo isósceles (además de tener un ángulo recto, sus catetos son iguales).



En la ilustración del teorema de Pitágoras en Egipto aparece la frase: "La escuadra de los arquitectos de los templos". Es una cuerda que mide 12 unidades con nudos que la dividen en 3, 4 y 5 partes, como se muestra en la imagen:

Si se ponen palos en cada nudo y se unen, se obtiene un triángulo rectángulo, como el de la imagen, conocido como *triángulo pitagórico*.



Lo anterior se conoce como el *inverso del teorema de Pitágoras*; lo cual quiere decir que es posible encontrar tres números con los que se obtiene un triángulo rectángulo. Si se sustituyen los valores correspondientes en la ecuación $c^2 = a^2 + b^2$, se obtiene una igualdad $5^2 = 3^2 + 4^2$; $25 = 9 + 16$; $25 = 25$. Otros ejemplos de ternas con las que se puede formar un triángulo rectángulo son 6, 8, 10 y 5, 12, 13.

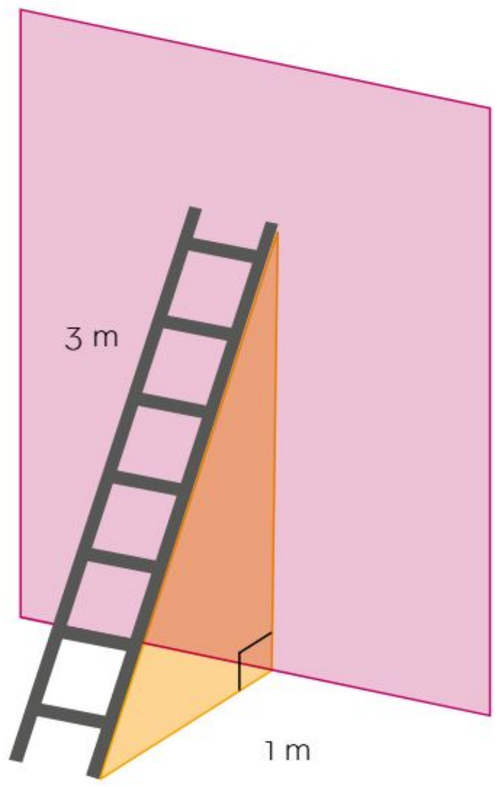
El teorema de Pitágoras dice: en todo triángulo rectángulo existe una relación entre sus lados que involucra el cuadrado de sus medidas. El inverso del teorema dice: si hay tres números y éstos satisfacen la fórmula $c^2 = a^2 + b^2$, entonces se forma un triángulo rectángulo.

Resolución de problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras permite resolver problemas geométricos y de cálculo de distancias. Para aplicar su fórmula, se requiere elevar al cuadrado un número y calcular raíces cuadradas. Principalmente, se emplea la fórmula del teorema de Pitágoras para resolver problemas que involucren cálculo de distancias.

En la vida cotidiana se presentan numerosas situaciones que se pueden resolver utilizando el teorema de Pitágoras. La mayoría de las paredes y de los árboles forman ángulos rectos con el piso; de igual manera, un objeto colgado forma un ángulo recto con el techo. A continuación, se muestran ejemplos de estos problemas.

Ejemplo 1
Una escalera de 3 m de longitud está recargada sobre la pared y el otro extremo dista de ella 1 m. El problema consiste en conocer la altura que alcanza la escalera sobre la pared.



Primero se identifica dónde está el ángulo recto y cuál es el triángulo rectángulo que se forma; para ello, es útil hacer una representación como se muestra en la imagen. En este caso la pared y el piso forman un ángulo recto. Después, se identifica si se conocen los valores de dos de los lados del triángulo. En este caso se conoce el valor de la hipotenusa "c" y de un cateto, "b".

En este caso $c = 3$ y $b = 1$, entonces se sustituyen los valores en la fórmula $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ y se resuelven las operaciones como sigue:

$$a = \sqrt{3^2 - 1^2}$$

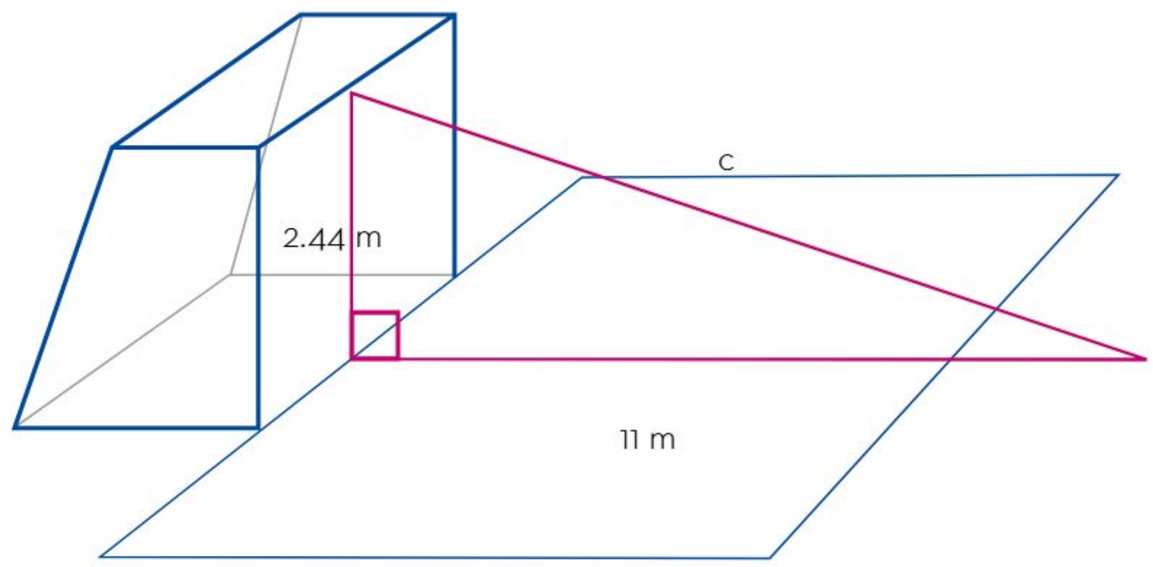
$$a = \sqrt{9 - 1}$$

$$a = \sqrt{8}$$

$$a \approx 2.83$$

La respuesta al problema planteado es que la altura que alcanza la escalera es de aproximadamente 2.83 m.

Ejemplo 2
La altura de una portería de futbol reglamentaria es de 2.44 m y la distancia desde el punto de penal hasta la línea de meta es de 11 m. Se desea conocer la distancia que hay entre el punto de penal y el punto central del larguero.



El ángulo recto se forma con la altura de la portería, que es perpendicular al piso, y por lo tanto se forma un triángulo rectángulo. El problema pregunta cuál es el valor de la hipotenusa, y ésta se obtiene con la fórmula $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Sustituyendo valores en la fórmula se tiene:

$$c = \sqrt{(2.44)^2 - (11)^2}$$

$$c = \sqrt{5.9536 + 121}$$

$$c = \sqrt{126.9536}$$

$$c \approx 11.27$$

Con base en lo anterior, la distancia entre el punto de penal y el punto central del larguero es de 11.27 m, aproximadamente.

Para resolver problemas que involucren el cálculo de una distancia, es importante identificar si hay un triángulo rectángulo involucrado, si se tienen los datos del problema y la medida que se desea obtener. Es necesario verificar si los datos son suficientes, si se requiere hacer otras operaciones o alguna búsqueda complementaria.

El teorema de Pitágoras es un gran legado de nuestros antepasados que nos ha permitido construir herramientas, casas y adquirir nuevos conocimientos. Desde la planificación arquitectónica hasta la navegación en la astronáutica, este teorema se convierte en una brújula confiable para resolver problemas reales. Su capacidad de establecer una conexión directa entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y la determinación de distancias y proporciones en el espacio tridimensional lo convierten en una herramienta esencial de matemáticos, científicos e ingenieros. En última instancia, el teorema de Pitágoras es mucho más que un enunciado geométrico; es un puente entre la teoría y la aplicación, entre la geometría y la realidad, que continúa guiándonos hacia soluciones precisas y eficaces en un mundo en constante evolución.

Lectura, interpretación y comunicación de gráficas estadísticas

Las gráficas estadísticas se utilizan ampliamente en la vida cotidiana. Es importante saber leerlas e interpretarlas porque brindan información útil para tomar decisiones.

Estrategias para leer, interpretar y comunicar gráficas estadísticas

Las gráficas estadísticas son herramientas esenciales para representar de manera organizada y simplificada una abundante cantidad de información recopilada. Las gráficas expresan o transmiten rápida y sencillamente las tendencias o regularidades de conjuntos de datos. Existen diferentes tipos de gráficas, así como múltiples estrategias para leerlas, interpretarlas y comunicarlas.

Las gráficas estadísticas permiten visualizar las frecuencias absolutas, relativas, acumuladas o relativas acumuladas de una variable, permitiendo incluso estimaciones mediante una inspección visual.

Los diferentes tipos de gráficas que se usan para representar las observaciones de un determinado fenómeno dependen de la variable en estudio. Una variable, compuesta por las características de las entidades bajo análisis, puede ser cuantitativa o cualitativa. Mientras la primera se cuantifica mediante números (como peso o edad), la segunda se define mediante descripciones o atributos (como sexo o profesión).

Las gráficas que, en general, se usan para representar las variables de tipo cuantitativo son las siguientes:

- Gráfica de líneas: proviene de una tabla de frecuencias. La abscisa especifica un valor de dato y la frecuencia de ocurrencia de tal valor se identifica con la ordenada.

- Histogramas: gráfico en el que los datos se dividen en intervalos de clase, cuyas frecuencias se muestran en barras. La altura de las barras coincide con el valor de la frecuencia. En el histograma el ancho de los rectángulos aporta información.

- Diagrama de tallo y hojas: similar a un histograma, con la excepción de que las frecuencias se indican en una lista con los últimos dígitos (las hojas) de los datos.

- Polígonos de frecuencias: gráfica en la que cada clase o variable se representa por un punto, cuya coordenada horizontal es la marca de clase y cuya coordenada vertical es la frecuencia. Los puntos del gráfico se unen mediante rectas.

Si la variable en estudio es del tipo cualitativo, las gráficas recomendadas son:

- Gráfica de barras: similar al histograma, excepto en que no se pretende dar continuidad a la escala horizontal.

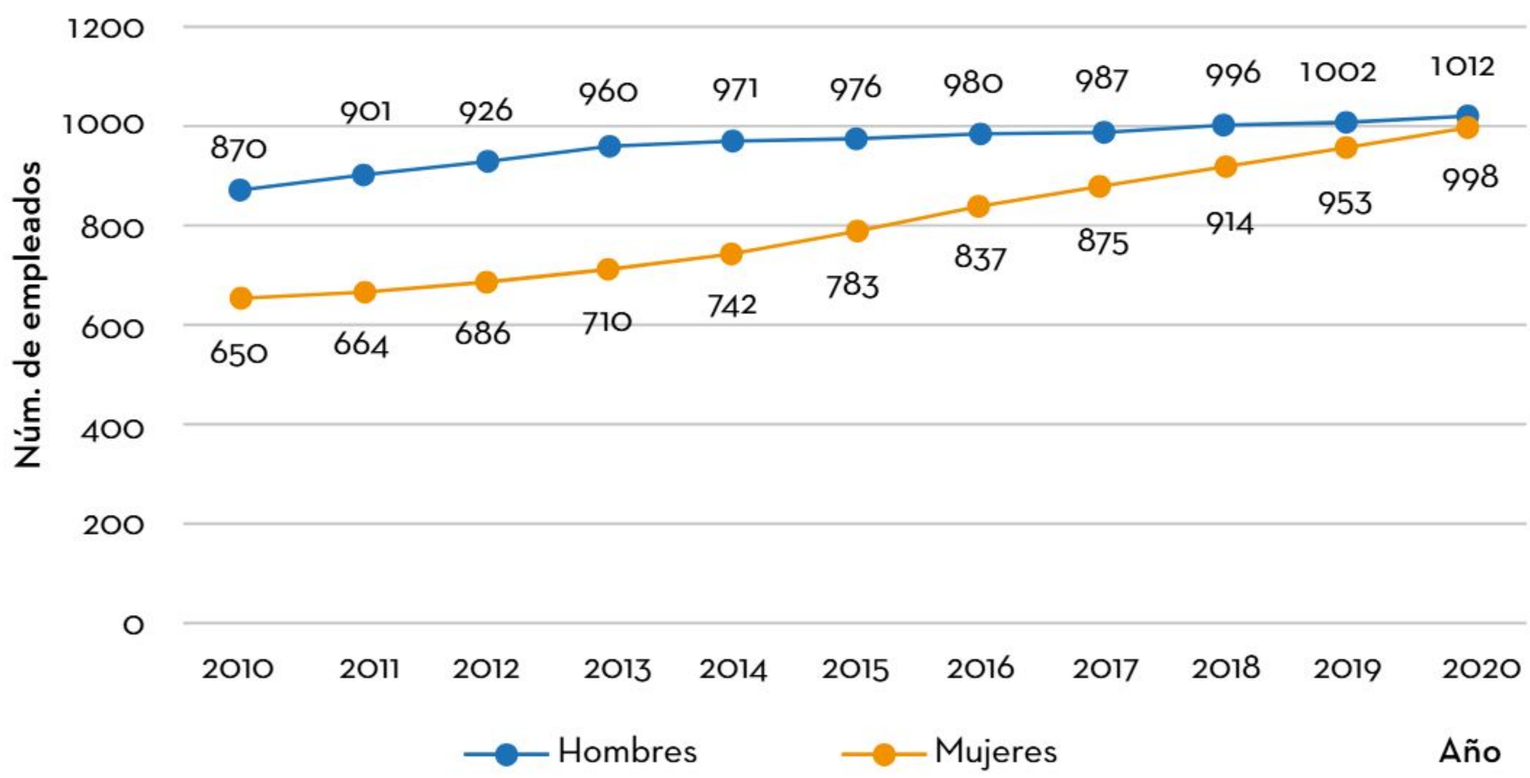
- Gráfica circular o de sector: representa las frecuencias relativas mediante la división de un círculo en sectores.

Una gráfica tiene la función de resumir información, por eso es importante saber interpretarla. El título de una gráfica estadística indica qué datos contiene, así como el orden en el que se presentan. Además, brinda un contexto para interpretarlos; por ejemplo, puede contener la región o las fechas en las que éstos se obtuvieron.

Las unidades también aportan información importante en las gráficas estadísticas. En ocasiones, éstas aparecen en el título, pero también se pueden encontrar en el mismo gráfico. A continuación, se presenta un ejemplo del uso de gráficas estadísticas en un banco.

Ejemplo
Con motivo del Día de la Mujer, los directivos de un banco publicaron un informe mostrando cómo evolucionó la distribución de hombres y mujeres entre sus empleados a lo largo del tiempo. Para lo anterior, utilizaron una gráfica de líneas porque permite representar la evolución de un fenómeno a lo largo del tiempo y observar su tendencia.

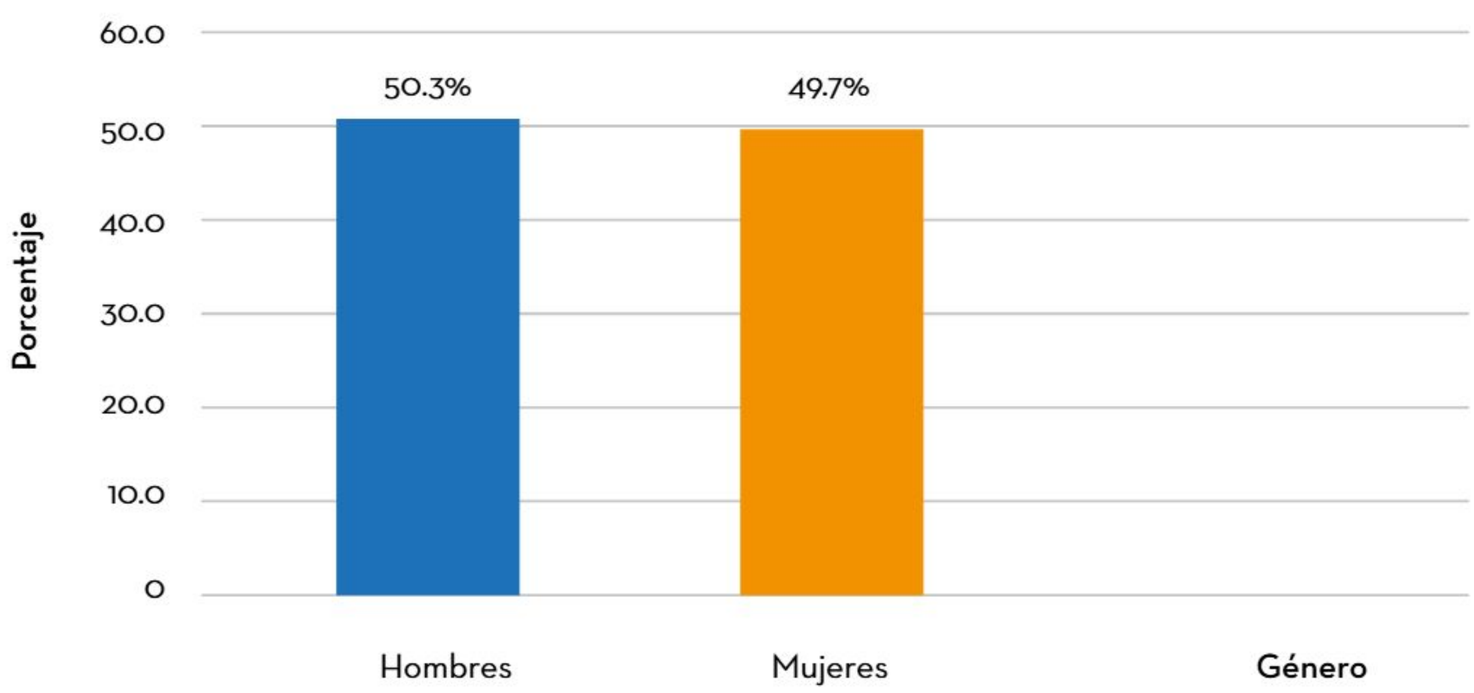
Evolución anual del género de los trabajadores en el banco



Los directivos argumentaron que a partir de 2013 se implementó una nueva política de contratación para reducir la brecha de género, y desde entonces contrataron una proporción mayor de mujeres que de hombres. Esta tendencia se observa en la disminución de la distancia entre las líneas anaranjada y azul.

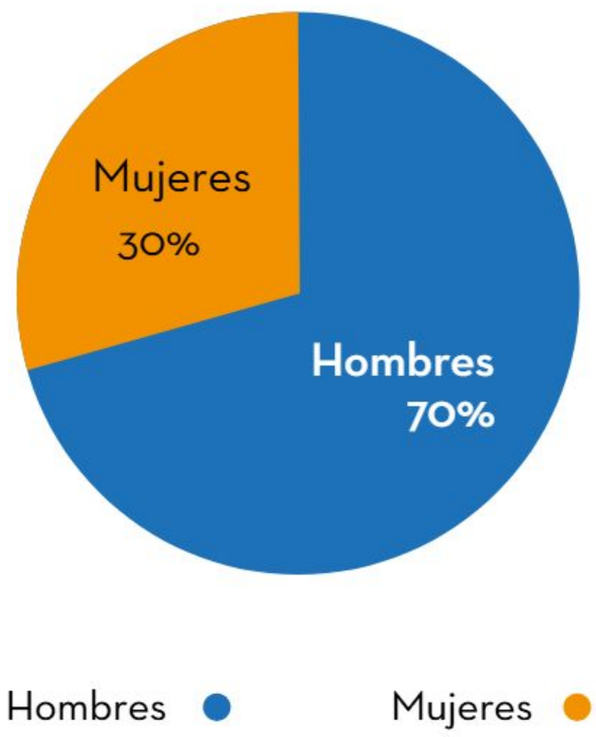
Los directivos enriquecieron el informe con una gráfica de barras para comparar la proporción de hombres y mujeres en el banco en 2020 y justificar la paridad de género; una gráfica de barras permite comparar frecuencias o proporciones entre distintas variables.

Porcentaje de trabajadores en el banco por género en 2020



Sin embargo, en una reunión interna, la directora de Recursos Humanos mostró la gráfica circular a los demás directivos. Una gráfica circular permite ver las proporciones o los porcentajes en los que se divide la totalidad de una variable. En este caso, le permitió a la directora demostrar a los directivos que, aunque se ha reducido la diferencia entre la cantidad de empleadas y empleados, en las posiciones directivas aún existe una brecha en la paridad de género. A partir de esta junta se tomó la decisión de promover el ascenso de más mujeres dentro del banco.

Posiciones directivas en el banco por género



Para interpretar las gráficas estadísticas siempre se requiere conocer el contexto en el que los datos se obtuvieron y buscar más información que permita crear una historia a partir de las gráficas.

La información transmitida depende del tipo de gráfica utilizada. Tan importante es reconocer qué información transmite una gráfica como aquella que omite. Los medios de comunicación y las redes sociales están repletos de gráficas estadísticas acompañadas de historias al respecto. Saber interpretarlas es útil para ser ciudadanos más responsables y críticos.

Las gráficas estadísticas son importantes porque, además de expresar y comunicar una gran cantidad de información de manera sintética, permiten observar tendencias y patrones, hacer inferencias y tomar decisiones, como lo hicieron los trabajadores del banco en el ejemplo.

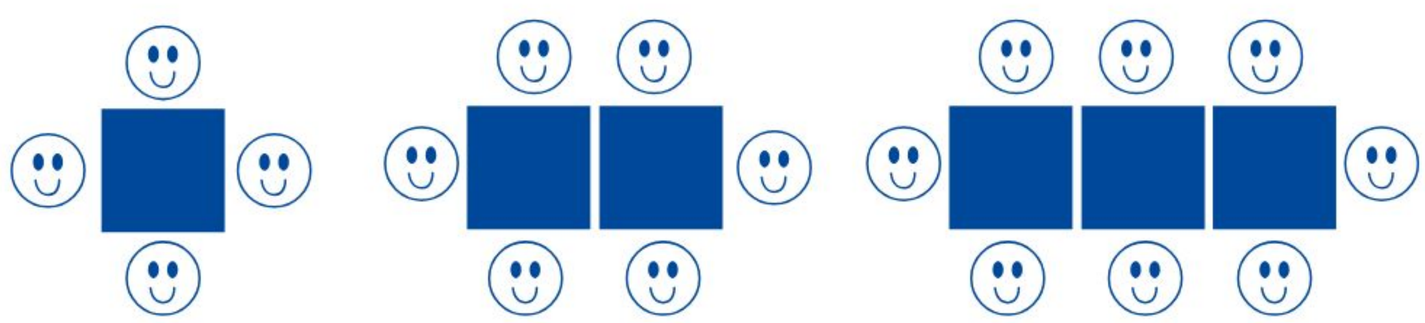
Relación e interpretación de la variación de dos cantidades a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica

La noción de variación se ha desarrollado a lo largo de la historia. Experimentó un periodo de auge entre los siglos XIV y XVII, cuando se centró el interés en el estudio de las cualidades en situaciones de movimiento, la intensidad luminosa, la intensidad del calor, entre otros. La variación permite describir el comportamiento de un fenómeno mediante el modelo matemático que lo representa. Es importante identificar cuáles variables intervienen en la variación, así como el papel que juega la covariación para su respectiva interpretación. La covariación se caracteriza por la coordinación de los valores de dos variables a medida que cambian simultáneamente. Para describir el comportamiento de la variación y covariación se pueden usar representaciones tabular, gráfica y algebraica.

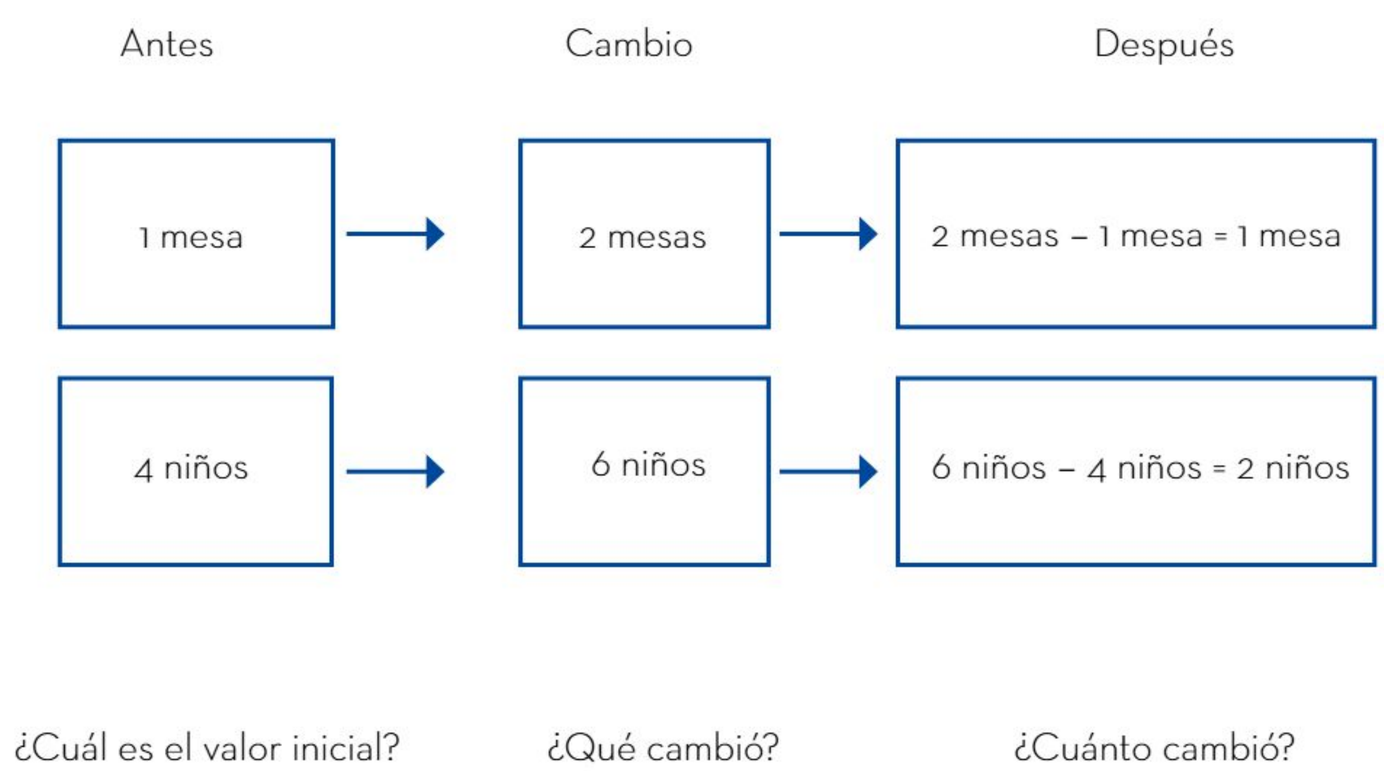
Comprensión de la variación y la covariación

Todo lo que circunda al ser humano está en movimiento, incluso lo aparentemente inmóvil. Todo está en constante cambio o variación; sería imposible concebir el mundo como estático e inmutable. Comprender la variación implica conocer los conceptos de variable, función y covariación. La *variable* es lo que cambia, la *función* indica de qué manera se relacionan las variables y la *covariación* se refiere a la coordinación de los cambios de las variables por parte de quien interpreta la variación.

En matemáticas interesa el estudio de la variación porque permite calcular y analizar el comportamiento de los cambios. Para dar cuenta de la variación es necesaria, en primer lugar, la comparación entre esas cantidades para obtener las diferencias. Por ejemplo, en una fiesta se acomodan mesas e invitados como se muestra en la figura.



En la primera parte se acomodan 4 niños, en la segunda, 6. La cantidad de niños cambió de 4 a 6, mientras la cantidad de mesas cambió de 1 a 2. Los cambios pueden calcularse por medio de restas o diferencias. En la siguiente imagen podemos ver el proceso de variación.



La variación ocurre siempre y cuando haya cantidades o datos cambiantes. En el caso de las mesas y la distribución de los niños en la fiesta, se tienen los siguientes datos:

Distribución de mesas y niños

Mesas	1	2	3	4	...
Niños	4	6	8	10	...

De acuerdo con los datos de la tabla se puede deducir que:

1. Cambia la cantidad de mesas y de niños. Estas cantidades son las variables.
2. A determinada cantidad de mesas le corresponde una determinada cantidad de niños: a 1 mesa le corresponden 4 niños; a 2 mesas, 6; a 3 mesas, 8, y así sucesivamente. Esto se puede escribir de la siguiente forma: (1, 4), (2, 6), (3, 8), ...
3. Los cambios en la cantidad de mesas provocan una modificación en la cantidad de niños. Si las mesas aumentan de 1 a 2, la cantidad de niños se incrementa de 4 a 6. Si aumentan las mesas de 2 a 3, los niños lo hacen de 6 a 8, y así sucesivamente.
4. Se pueden anticipar las cantidades covariantes si se deduce el patrón de relación entre ambas cantidades. Para conocer la cantidad de niños, se multiplica por 2 la cantidad de mesas y se suman 2. Algebraicamente, esto se representa como $n = 2m + 2$, donde n representa la cantidad de niños y m la cantidad de mesas. Por ejemplo, a 10 mesas les corresponden 22 niños y a 20, les corresponden 42.

La variación se puede calcular mediante restas o diferencias, es decir, a una cantidad x_2 de la variable x, se le resta la cantidad anterior x_1, esto es, $x_2 - x_1$. Esta variable x puede estar relacionada al menos con otra variable, como y; así, al valor de x_2 le corresponde uno de y_2, como al valor de x_1, el de y_1. Los cambios en x tienen su correspondiente cambio en y: la modificación en x, obtenida para $x_2 - x_1$, genera la correspondiente en y, así como en $y_2 - y_1$. Esto se aprecia con las variaciones en la estatura promedio de los adolescentes, cuyos datos aparecen en la siguiente tabla. Las variables son la edad x y la estatura promedio y.

Datos del estudio de edades y esturas promedio

Edad en años (x)	11	12	13	14	15
Estatura promedio en centímetros (y)	140	145	150	155	160

En la tabla anterior la variación de la edad de 12 a 13 años es:

$$x_1 = 12, \text{ y } x_2 = 13$$

La diferencia se calcula como:

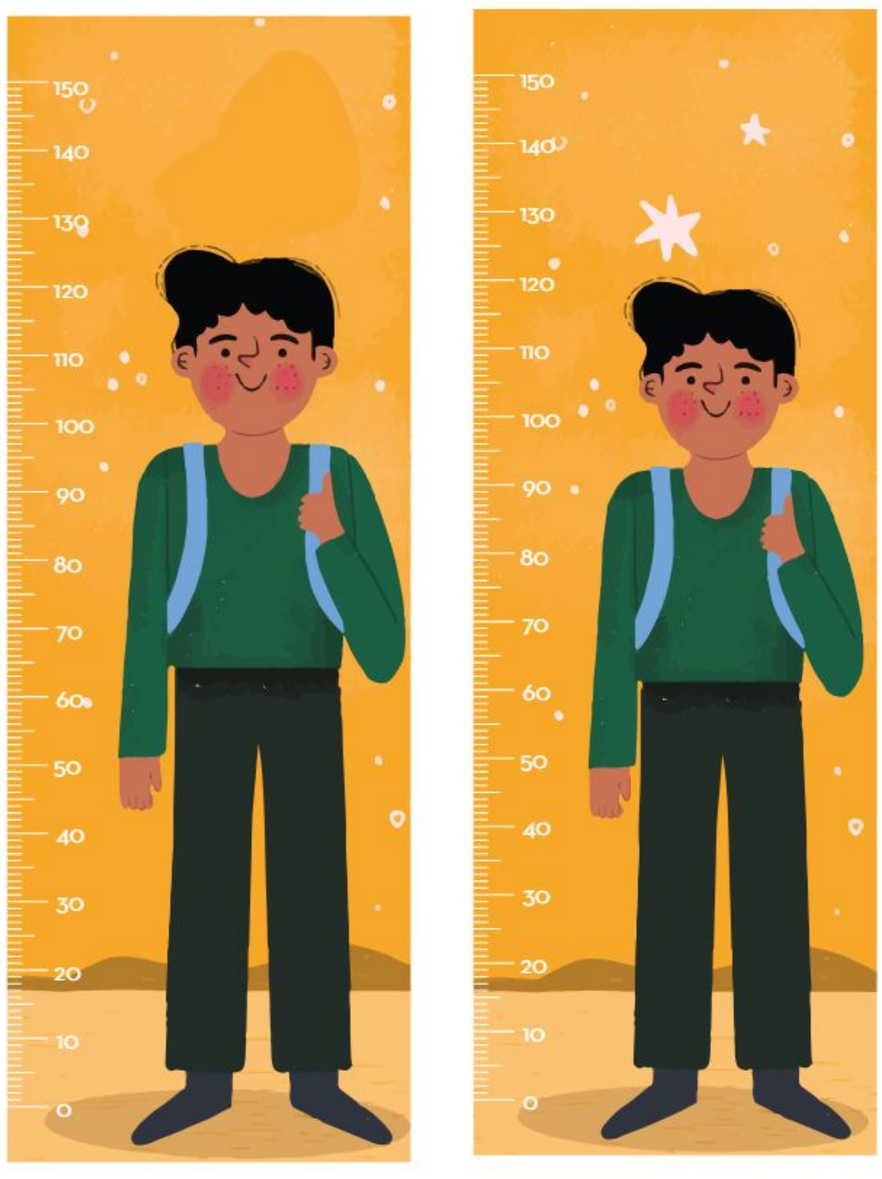
$$x_2 - x_1 = 13 - 12 = 1$$

La edad aumentó 1 año.

La variación de la estatura (y) correspondiente se calcula con restas similares:

$$y_1 = 145; y_2 = 150$$
$$y_2 - y_1 = 150 - 145 = 5$$

La estatura aumentó 5 cm.



Mediante la variación se notan aumentos o disminuciones como en el ejemplo anterior, donde sólo hay aumentos. Sin embargo, esos cambios no se dieron de forma aislada, pues una variación en la edad ocasionó cambios en la estatura: de 12 a 13 años la estatura aumentó 5 cm. Mediante más cálculos se puede comprobar que de 13 a 14 años la estatura aumentó 5 cm, y de 14 a 15 años aumentó lo mismo. Identificar la coordinación de los cambios en las distintas variables es un aspecto esencial de la covariación.

En un proceso de variación y cambio, participan al menos dos cantidades o variables que no cambian de forma independiente, sino que varían de manera simultánea y dependiente. Estas variables son consideradas covariantes, lo que significa que los cambios en una de ellas provocan cambios en la otra. La covariación se manifiesta en el hecho de que las cantidades cambiantes están interconectadas, de manera que cada modificación en una de ellas se refleja en un ajuste correspondiente en la otra. Para una comprensión profunda de la variación, resulta esencial coordinar constantemente los valores y los cambios de ambas cantidades cambiantes, permitiéndonos anticipar los valores futuros en el proceso de variación.

Representaciones tabular, algebraica y gráfica de la variación y la covariación

El estudio del comportamiento de algunos fenómenos se realiza a través de la variación en cada una de las variables involucradas, pero también de la covariación para su respectiva interpretación. En el movimiento de los autos, por ejemplo, son cambiantes la distancia y el tiempo; mientras se llena o se vacía un tinaco, cambian la altura del nivel del agua y el tiempo.

Las representaciones tabular, algebraica y gráfica facilitan el estudio de la variación. Enseguida, se exponen ejemplos de cada una de estas representaciones.

Representación tabular

Ejemplo
A una cubeta cilíndrica con capacidad de 20 l le cae agua a razón de 0.5 litros por segundo.

En esta situación, las variables son el volumen del agua en la cubeta y el tiempo que tarda en llenarse. El volumen se mide en litros (l) y el tiempo en segundos (s). La razón de cambio es de 0.5 litros por segundo (l/s), lo que corresponde a la razón constante dada. En el primer segundo entran 0.5 l, en el segundo siguiente se completa 1 l, en el tercero 1.5 l. La tabla reúne la información de las variaciones.

Variación y covariación del llenado de la cubeta

	Tiempo en segundos	Volumen en litros	
	1	0.5	
+1	2	1	+0.5
+1	3	1.5	+0.5
+1	4	2	+0.5
+26	...	...	+0.5 × 26
	30	15	
+10	40	20	+0.5 × 10

Para obtener el volumen específico en cualquier tiempo se deduce el patrón de relación entre las variables, se suma recurrentemente 0.5 o se multiplica 0.5 por la cantidad de segundos transcurridos, 0.5 por 1; 0.5 por 2; 0.5 por 3, etcétera.

La covariación se describe mediante cuatro pasos y se representa en la tabla anterior.

1. Inicia con la coordinación de los valores de correspondencia entre las dos variables: a 1 s le corresponde 0.5 l, a 2 s le corresponde 1 l, a 3 s le corresponde 1.5 l. Escrito como parejas de números sería: (1, 0.5), (2, 1), (3, 1.5).
2. Se identifica la dirección del cambio; en este caso, si el tiempo aumenta, también el volumen lo hace.
3. Se describe la medida del cambio de una variable respecto de la otra: el tiempo aumenta 1 s y el volumen aumenta 0.5 l.
4. Se determina la razón a la que entra el agua, esto es, 0.5 l por segundo. Además, a cada aumento uniforme en el tiempo (de uno en uno) le corresponden aumentos uniformes en el volumen: 0.5 l por cada segundo que aumenta en el tiempo.

Representación algebraica

Las relaciones entre las variables se pueden representar mediante expresiones algebraicas. Para este propósito, retomando el ejemplo anterior, el volumen puede expresarse con la letra y, usando la letra x para el tiempo. La tabla siguiente muestra los valores de y en una disposición donde se puede apreciar un patrón o una regularidad en dependencia con los valores de x, ya que se obtienen al multiplicar su correspondiente valor de x por 0.5; por tanto, la relación entre las variables y y x está dada mediante la expresión $y = 0.5x$. Esta expresión algebraica indica que el volumen aumenta 0.5 veces el tiempo.

Evidencia de la relación entre el volumen y el tiempo

x	1	2	3	...	40	x
y	0.5	1	1.5	...	20	y
y	(0.5)(1) = 0.5	(0.5)(2) = 1	(0.5)(3) = 1.5	...	(0.5)(40) = 20	$0.5x = y$

Mediante la expresión $y = 0.5x$ se pueden generar todos los valores que se deseen, por ejemplo, si $x = 1$, entonces $y = (0.5)(1) = 0.5$; si $x = 10$, $y = (0.5)(10) = 5$; y si $x = 100$, $y = (0.5)(100) = 50$, de ahí se pueden generar las parejas de la forma (x, y) de la siguiente manera: (1, 0.5), (10, 5), (100, 50). Para efectos de la covariación la expresión $y = 0.5x$ permite:

- Tener presente que la dependencia de la variable y en la variable x se da mediante esa expresión algebraica.
- Generar las parejas de números.
- Coordinar sus valores correspondientes.

En el apartado anterior se introdujeron las expresiones algebraicas $x_2 - x_1$ y $y_2 - y_1$ para calcular los cambios en las variables x y y, respectivamente. Se utiliza la letra griega Δ para representar incrementos en una variable. Así, $\Delta x = x_2 - x_1$ es el incremento en la variable x y $\Delta y = y_2 - y_1$ el incremento en la variable y. La covariación consiste en coordinar esos cambios entre Δx y Δy. Si x cambia de 1 a 2, entonces y lo hace de 0.5 a 1, es decir, si $\Delta x = 2 - 1 = 1$, entonces $\Delta y = 1 - 0.5 = 0.5$. Si x cambia de 2 a 3, y lo hace de 1 a 1.5, es decir, $\Delta x = 3 - 2 = 1$, entonces $\Delta y = 1.5 - 1 = 0.5$, y así sucesivamente.

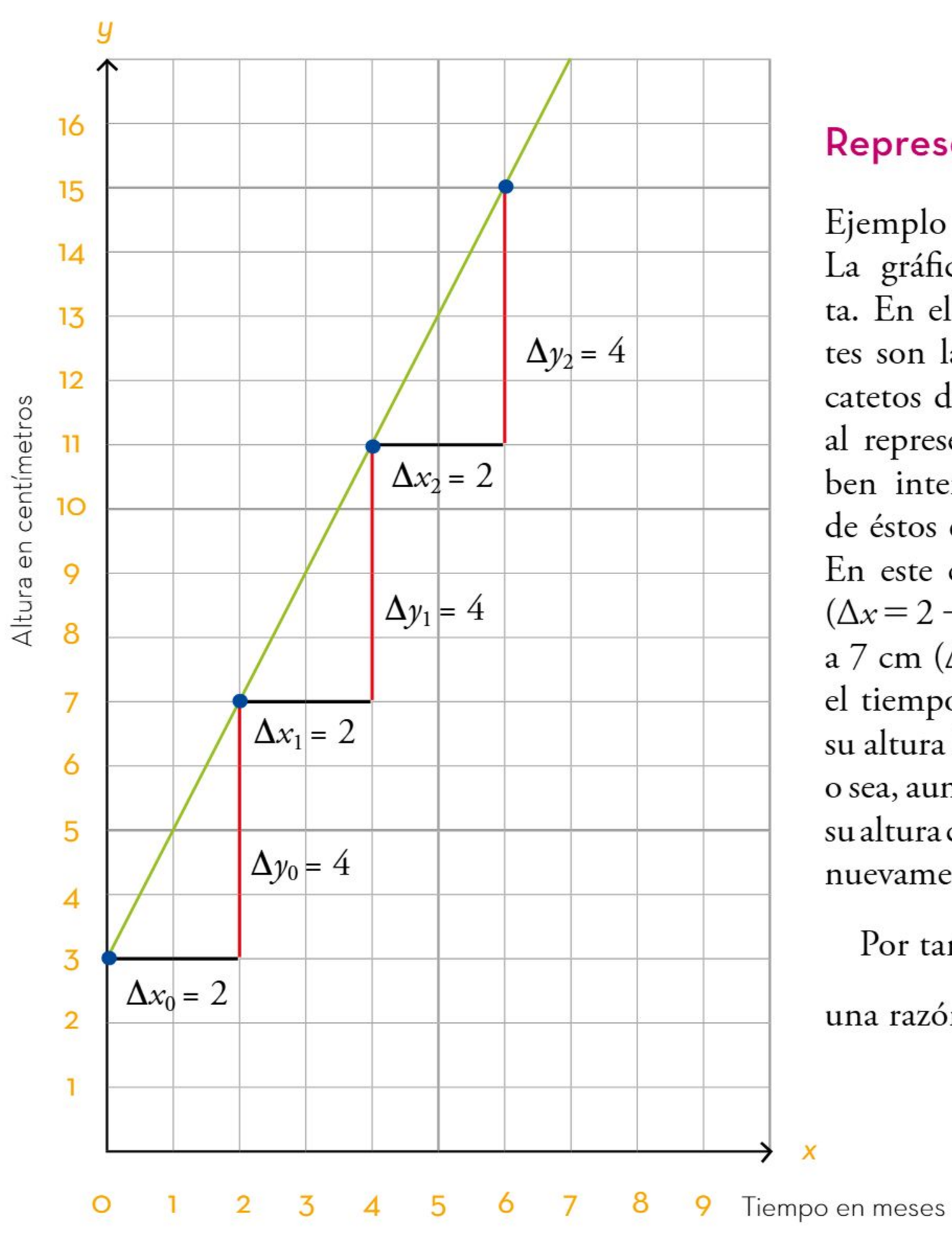
Finalmente, la variación se mide mediante razones de cambio. Una razón de cambio de y respecto de x se define como el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ que denota el cambio en y entre el cambio en x. La expresión algebraica que la representa es:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Con ella, las razones de cambio anteriores se obtendrían así:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 0.5}{2 - 1} = 0.5 \text{ y } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.5 - 1}{3 - 2} = 0.5$$

En términos de la covariación se puede decir que, a incrementos uniformes del tiempo (de 1 s en 1 s), corresponden incrementos uniformes en el volumen (aumenta 0.5 l): cada que transcurre un segundo, el volumen aumenta 0.5 l. En este caso, se dice que la razón de cambio es constante, ya que se puede verificar para otros valores de Δx y su correspondiente Δy cuyo resultado del cociente siempre será igual a 0.5.

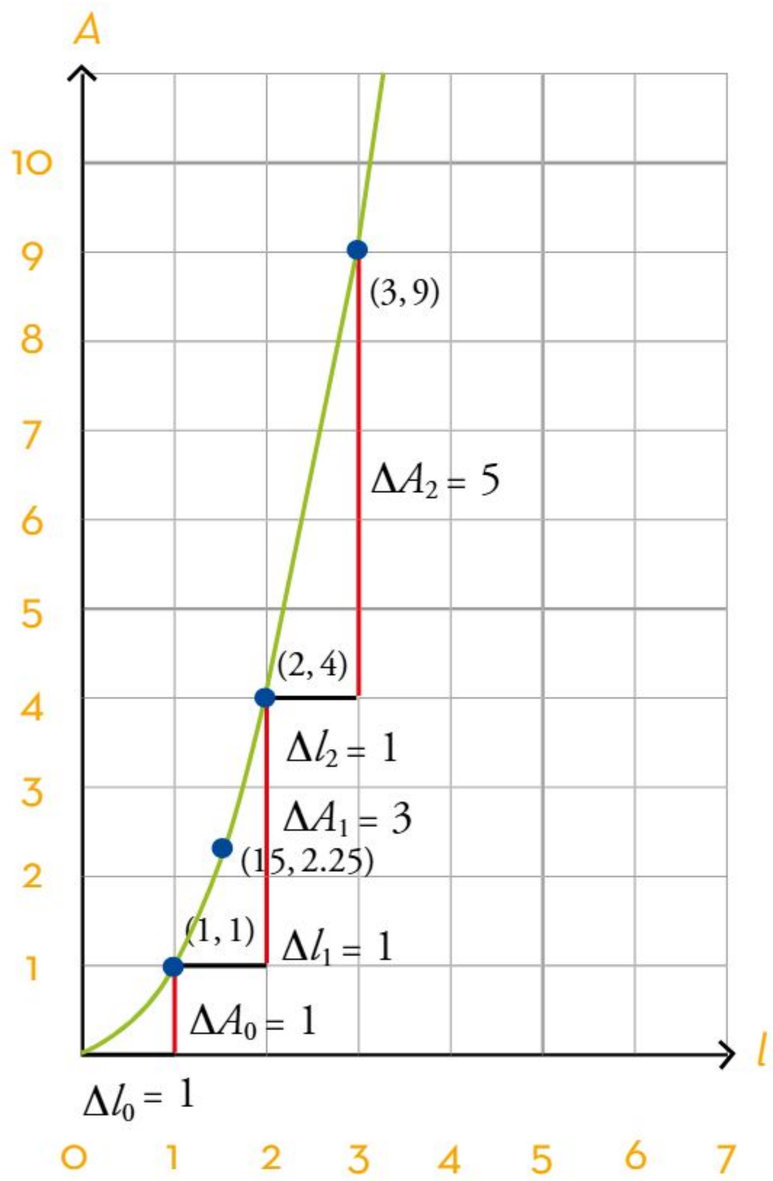


Representación gráfica

Ejemplo

La gráfica muestra el crecimiento de una planta. En ella se puede ver que las variables covariantes son la altura y el tiempo. Los Δx y Δy son los catetos de los triángulos rectángulos que se forman al representar los cambios de x y y, los cuales deben interpretarse en términos de la coordinación de éstos en la medida en que las variables cambian. En este caso, si el tiempo cambia de 0 a 2 meses ($\Delta x = 2 - 0 = 2$), entonces su altura cambia de 3 cm a 7 cm ($\Delta y = 7 - 3 = 4$), es decir, aumenta 4 cm. Si el tiempo cambia de 2 a 4 meses ($\Delta x = 4 - 2 = 2$), su altura lo hace de 7 cm a 11 cm ($\Delta y = 11 - 7 = 4$), o sea, aumenta 4 cm. Del mes 4 al 6 ($\Delta x = 6 - 4 = 2$), su altura cambia de 11 cm a 15 cm ($\Delta y = 15 - 11 = 4$), nuevamente aumenta 4 cm.

Por tanto, se puede concluir que la altura crece a una razón de $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{2} = 2$ cm por mes.



Las gráficas que representan la variación también pueden ser curvas como se muestra en la gráfica. En ella se representa el área de un cuadrado (en centímetros cuadrados) que depende de la medida de su lado (en centímetros) y esta relación se expresa algebraicamente como $A(l) = l^2$. Las variables covariantes son la medida del lado (l) y el área (A).

De acuerdo con la información gráfica, si la medida del lado cambia de 0 a 1 ($\Delta l = 1$), el área lo hace de 0 a 1 ($\Delta A_0 = 1$); si el lado cambia de 1 a 2 ($\Delta l = 1$), el área lo hace de 1 a 4 ($\Delta A_1 = 3$). Si l cambia de 2 a 3 ($\Delta l = 1$), A lo hace de 4 a 9 ($\Delta A_2 = 5$). Aquí los ΔA son variables, no constantes como en los casos anteriores. Sin embargo, para interpretar el proceso es necesario coordinar los valores correspondientes de las variables (l y A) y los incrementos en el área ocasionados por los incrementos en la longitud de su lado.

La variación se puede representar con apoyo de una tabla de valores, asignando cada variable x y y a una fila o columna. También las expresiones algebraicas son de mucha utilidad para representar la correspondencia entre variables. Del mismo modo, una gráfica es una representación visual en un plano cartesiano, en donde se pueden ver los valores de las variables representados por puntos del plano, cuyas coordenadas son (x, y) y los cambios de estas variables, representados por los catetos de triángulos rectángulos.

Para la comprensión de la variación y covariación son de gran utilidad las representaciones tabulares, algebraicas y gráficas. Pasar de una tabla de valores a una representación algebraica, de una representación algebraica a una gráfica o de una gráfica a una tabla, ayuda a comprender qué y cómo cambia, a qué razón cambia, y también a coordinar los cambios.

Medidas de tendencia central y de dispersión en la toma de decisiones

Para tomar decisiones en estadística es importante conocer el comportamiento de los datos obtenidos a partir de una muestra. Con el fin de ilustrar algunos conceptos de interés, se realizará un ejercicio estadístico, a fin de saber el comportamiento de los goles que metió el mejor jugador de futbol de cierto equipo durante una temporada. Para estudiar los datos que se han obtenido, se puede tener una tabla en la que se describa el número de partidos jugados y el de goles del jugador. Sin embargo, esta información es insuficiente para saber más acerca del comportamiento de los goles que anotó el jugador. En tal situación, se usan algunas medidas estadísticas como las de tendencia central y de dispersión. Existen indicadores que pueden ser útiles para decidir seguir a dicho jugador la siguiente temporada.

Elección entre medidas de tendencia central y de dispersión

Las medidas de tendencia central son indicadores que permiten determinar alrededor de qué dato se agrupan los valores de una muestra y representan su comportamiento. Estas medidas son la media, la mediana y la moda. Para ilustrar estos conceptos se usarán los datos de goleo del jugador.

La media aritmética o media de la muestra representa el valor promedio de todas las observaciones. Para n datos de una muestra $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ donde cada x_i es una medición, se define la *media* como la suma de todos los valores y se divide entre el total de datos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

Para el ejemplo del goleador, se tiene la tabla en la que se describe el número de partidos jugados y el de goles del jugador. Así, la media muestral es la suma de los goles entre el total de partidos jugados.

Partido	1	2	3	4	5	6	Total
Núm. de goles del jugador	3	2	0	1	3	3	12

$$\bar{x} = \frac{3 + 2 + 0 + 1 + 3 + 3}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Quiere decir que en promedio el jugador metió dos goles por partido en la temporada. Este valor se reconoce en estadística como el *valor central*.

La *mediana* es el valor que divide los datos en dos partes iguales. Para obtener la mediana, primero se ordenan los datos de menor a mayor. El número de datos puede ser par o impar. Por ejemplo, los siguientes siete valores {1, 2, 4, 5, 6, 8, 9} (número impar de datos) están ordenados de menor a mayor; la mediana es el valor del centro, es decir el 5, ya que antes del 5 hay tres datos y después del 5 también hay tres.

Cuando la cantidad de datos de la colección sea un número par (caso de los goles), se ordenan los datos de menor a mayor, considerando su repetición. Entonces, el conjunto de goles queda como {0, 1, 2, 3, 3, 3}.

La mediana es el promedio de los dos datos centrales:

$$\text{Mediana} = \frac{2 + 3}{2} = 2.5$$

Para comprobar que este valor es la mediana, se observa que hay tres datos antes del 2.5 y tres datos después del 2.5.

La *moda* es el valor que se repite más veces. En el ejemplo de los goles anotados la moda es 3, ya que ese dato se repite tres veces.

En resumen, las medidas de tendencia central de los datos del goleador son las siguientes:

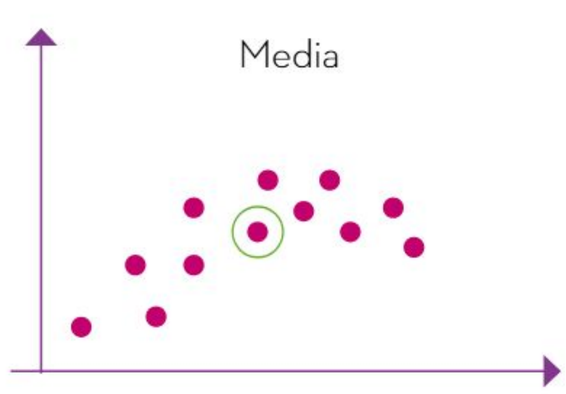
Media (valor central o promedio)	2
Mediana (divide los datos en dos partes iguales)	2.5
Moda (valor que se repite más)	3

Medidas de dispersión

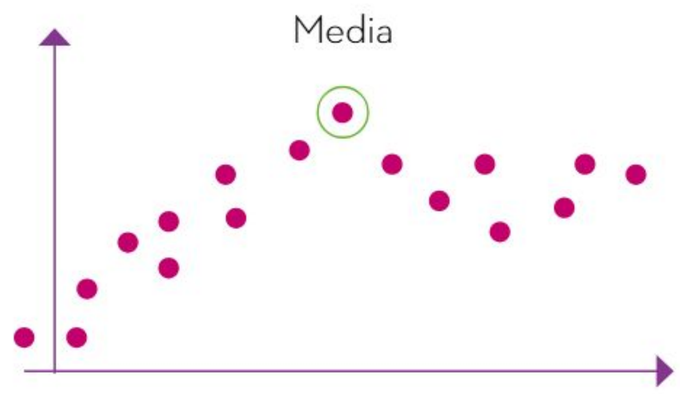
En el análisis de datos, también se busca saber qué tan próximos están los datos del valor central, es decir, si hay suficiente cercanía de datos al promedio. Esto significa que la media representa bien los datos y, con base en ello, se pueden tomar decisiones. Estas medidas se llaman *medidas de dispersión*. Así, las medidas de dispersión son los indicadores de la cercanía de los datos al valor central. Dos de estas medidas son el rango medio y la desviación media.

Un rango grande significa que los datos tienen mucha dispersión (están muy separados del valor promedio), un rango chico indica poca dispersión en los datos (es decir, éstos están cerca del valor promedio). Es importante que se tenga un rango pequeño (poca dispersión) para que la media represente bien los datos.

A continuación, se exponen dos gráficas, una muestra poca dispersión en los datos alrededor del promedio y la otra indica mucha dispersión de los datos. En la primera gráfica los datos están más cercanos a la media y éstos se pueden representar por ella.



Poca dispersión de datos



Mucha dispersión de datos

En la gráfica con menor dispersión, los datos están más cerca del valor promedio.

El rango medio es el promedio aritmético de las medidas menor y mayor de los datos.

$$RM = \frac{\text{Valor mínimo} + \text{Valor máximo}}{2}$$

También es una medida de variación de los datos.

En el caso de los goles el rango medio es $RM = \frac{0 + 3}{2} = 1.5$

Esta medida indica qué tan separados están el número de goles máximo y mínimo en promedio; en este caso se puede decir que el rango medio es de prácticamente 2 goles, es decir, es un rango grande e indica mucha dispersión.

Otro indicador de la dispersión de los datos es la desviación media, que es el promedio de las diferencias entre los datos y la media aritmética tomados en valor absoluto.

El valor absoluto de un número en la recta numérica es la distancia de ese número al cero, es decir, es el mismo número, pero con signo positivo ya que es una distancia.

Así, la desviación media es la suma de las distancias de cada número a la media entre el total de datos.

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^{n} | x_i - \bar{x} |}{n}$$

En el ejemplo de los goles del jugador:

$$DM = \frac{|0-2| + |1-2| + |2-2| + |3-2| + |3-2| + |3-2|}{6} = \frac{2+1+0+1+1+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

La desviación media (DM) indica la dispersión de los datos respecto del valor promedio: si es pequeña implica poca variación de los datos y lo contrario indica mucha dispersión de los datos.

En el caso de los goles, la desviación media es un gol, es decir, si el promedio de goles es de 2, habrá veces que el jugador podría anotar tres goles y en otros casos, sólo uno. Esto significa que el promedio de goles no es representativo del comportamiento de goleo del jugador.

En el siguiente ejemplo, se utilizan los conceptos descritos anteriormente para determinar y comparar las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y de dispersión (rango medio y desviación media) de dos conjuntos de datos y observar su utilidad para la toma de decisiones.

Ejemplo

En un estudio realizado por el Departamento de Ingeniería Mecánica, se compararon las varillas de acero que abastecen dos compañías, a fin de determinar cuál de ellas podría ser la próxima proveedora en la construcción de un puente. Se fabricaron 10 resortes de muestra con las varillas de metal proporcionadas por cada una de las compañías y se registraron sus medidas de flexibilidad en la tabla de la siguiente página.

La idea es hallar las medidas de tendencia central y de dispersión de los datos de ambas compañías.

Compañía A	6.5, 6.7, 6.8, 7.0, 8.0, 8.5, 8.7, 8.7, 9.2, 9.3
Compañía B	9.6, 9.7, 9.8, 9.9, 10.1, 10.2, 10.2, 11.0, 11.0, 11.0

Compañía A	**Compañía B**
Media: $\frac{6.5+6.7+6.8+7.0+8.0+8.5+8.7+8.7+9.2+9.3}{10}=7.94$	Media: $\frac{9.6+9.7+9.8+9.9+10.1+10.2+10.2+11+11+11}{10}=10.25$
Mediana: 8.25	Mediana: 10.15
Moda: 8.7	Moda: 11
Rango medio: $RM=\frac{6.5+9.3}{2}=7.9$	Rango medio: $RM=\frac{9.6+11}{2}=10.3$

Desviación media de la compañía A:

$$DM=\frac{|6.5-7.94|+|6.7-7.94|+|6.8-7.94|+|7-7.94|+|8-7.94|+|8.5-7.94|+|8.7-7.94|+|8.7-7.94|+|9.2-7.94|+|9.3-7.94|}{10}=0.952$$

Desviación media de la compañía B:

$$DM=\frac{|9.6-10.25|+|9.7-10.25|+|9.8-10.25|+|9.9-10.25|+|10.1-10.25|+|10.2-10.25|+|10.2-10.25|+|11-10.25|+|11-10.25|+|11-10.25|}{10}=0.45$$

Resumen para la compañía A:

Media (promedio)	7.94
Mediana	8.25
Moda	8.7
RM	7.9
DM	0.952

Resumen para la compañía B:

Media (promedio)	10.25
Mediana	10.15
Moda	11
RM	10.3
DM	0.45

Análisis:

Se puede afirmar que la compañía A tiene un valor promedio (7.94) de flexibilidad más pequeño que la compañía B (10.25) y su desviación media es grande (casi una unidad, 0.952), es decir, hay más dispersión de los datos respecto al promedio de flexibilidad. La compañía B tiene un promedio de flexibilidad mayor (es favorable), además se tiene mayor consistencia en los valores obtenidos, ya que los valores centrales son cercanos entre sí, y la desviación media es pequeña, lo cual es preferible para tomar decisiones en favor de la compañía B.

Se concluye que la flexibilidad en el material de la compañía B es mejor a la que ofrece la compañía A.

Para la toma de decisiones, las medidas de tendencia central son muy útiles siempre que la desviación media y el rango medio sean pequeños respecto del valor central.

Eventos independientes y dependientes, y cálculo de su probabilidad de ocurrencia

En los volados se apuesta a veces por un mismo evento o resultado, ya sea águila o sol, debido a que cierta cara de la moneda trae suerte, pero al hacerlo no siempre se gana. Por tal razón, es importante conocer las características y diferencias entre eventos independientes y eventos dependientes, con la finalidad de tomar una decisión de manera fundamentada.

Eventos dependientes

Dos eventos son dependientes cuando la ocurrencia de uno influye en el resultado del otro. En este sentido, es importante reconocer las características de los eventos dependientes, con la finalidad de estimar de forma correcta la probabilidad de ocurrencia de algunos resultados del espacio muestral de un fenómeno aleatorio, ya que cuando el azar está presente no hay certeza de qué va a ocurrir y sólo se puede tener una idea aproximada.

La probabilidad permite estimar la ocurrencia de un evento para tener una idea de qué resultado es más o menos probable.

Ejemplo 1
Se lanzó un dado ordinario, se quiere saber la probabilidad de obtener un cuatro en su cara superior, una pista es que salió un número par.

Lo primero que se debe tener en cuenta es el espacio muestral del fenómeno aleatorio, el cual se denota con el símbolo Ω. A continuación, se presentan de forma extensiva todos y cada uno de los posibles resultados del experimento "lanzar un dado".

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ahora, si se definen los eventos A y E como "lanzar un dado y que el resultado sea 4" y "lanzar un dado y que el resultado sea un número par", respectivamente, tienen como espacios muestrales los siguientes conjuntos:

$$\Omega_A = \{4\}$$
$$\Omega_E = \{2, 4, 6\}$$

La cardinalidad es el número de elementos de un conjunto. Por lo tanto, la cardinalidad del espacio muestral del evento E tiene tres resultados posibles, mientras que la cardinalidad del espacio muestral del evento A es de sólo un resultado. Por lo tanto, la probabilidad de que en el dado haya caído 4 y se condiciona al hecho de que se obtuvo un número par, representado por $P(A \mid E)$, se estima de la siguiente manera simplificada:

$$P(A \mid E) = \frac{\text{Cardinalidad de } A}{\text{Cardinalidad de } E}$$

$$P(A \mid E) = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 2
Al lanzar un dado, se desea estimar la probabilidad de obtener un 6, si se sabe que salió un número mayor que 2.

En este caso, se define con F al evento "lanzar un dado y que el resultado sea mayor que 2", el cual tiene como espacio muestral al conjunto de todos aquellos números mayores que 2, es decir, {3, 4, 5, 6}. Enseguida, se representa de forma extensiva:

$$\Omega_F = \{3, 4, 5, 6\}$$

Si ahora se define al evento B como "lanzar un dado y que el resultado sea 6", sólo hay un resultado posible, por lo cual su espacio muestral es $\Omega_B = \{6\}$. Así, la probabilidad representada por $P(B \mid F)$, se estima de la siguiente manera simplificada:

$$P(B \mid F) = \frac{\text{Cardinalidad de } B}{\text{Cardinalidad de } F} = \frac{1}{4}$$

En teoría de conjuntos, la *probabilidad condicional* se representa mediante la expresión siguiente:

$$P(B \mid F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$

Aquí el símbolo $\cap$ significa "intersección".

Lo anterior significa que se debe calcular la probabilidad de la intersección de ambos eventos y dividirla entre la probabilidad del otro evento. En la tabla siguiente se muestra el cálculo para los dos ejemplos desarrollados:

Cálculo de la probabilidad de la ocurrencia simultánea de dos eventos dependientes a partir de la probabilidad condicional

$P(A \mid E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$	$P(B \mid F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$
1. Se sustituyen las probabilidades correspondientes: $P(A \mid E) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}}$	1. Se sustituyen las probabilidades correspondientes: $P(B \mid F) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6}}$
2. Se simplifican las probabilidades, aplicando las propiedades de las proporciones: $P\left(\frac{A}{E}\right) = \frac{(1)(6)}{(3)(6)} = \frac{1}{3}$	2. Se simplifican las probabilidades, aplicando las propiedades de las proporciones: $P\left(\frac{B}{F}\right) = \frac{(1)(6)}{(4)(6)} = \frac{1}{4}$

Eventos independientes

Dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno no afecta el resultado de otro. Al respecto, es conveniente reconocer las características de los eventos independientes, con la finalidad de estimar correctamente la probabilidad de un evento a partir de reconocer el espacio muestral que conforma todos los posibles resultados de un fenómeno aleatorio.

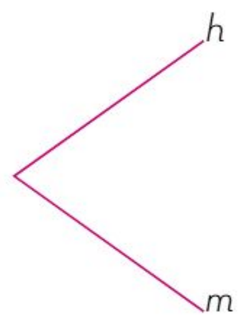
La probabilidad tiene muchas aplicaciones en diversas disciplinas científicas como la economía, la sociología o la demografía, e incluso la política. A continuación, se presenta un ejemplo de aplicación de la probabilidad en la genética, en particular, relacionado con la idea de independencia de eventos.

Ejemplo

Una pareja de recién casados desea que sus primeros dos hijos sean una mujer y un hombre sin importarles el orden de su nacimiento, es decir, puede nacer primero la mujer y después el varón o viceversa.

Para estimar la probabilidad del evento deseado por la pareja, se deben identificar todos los posibles resultados que conforman este fenómeno aleatorio, para ello se pueden representar todos los casos posibles en un diagrama de árbol.

Al considerar los dos primeros hijos de la pareja, tanto en el primer nacimiento como en el segundo, sólo existen las opciones de que sea hombre (h) o sea mujer (m), es decir, la probabilidad de que sea uno u otro es la misma, en este caso $\frac{1}{2}$.

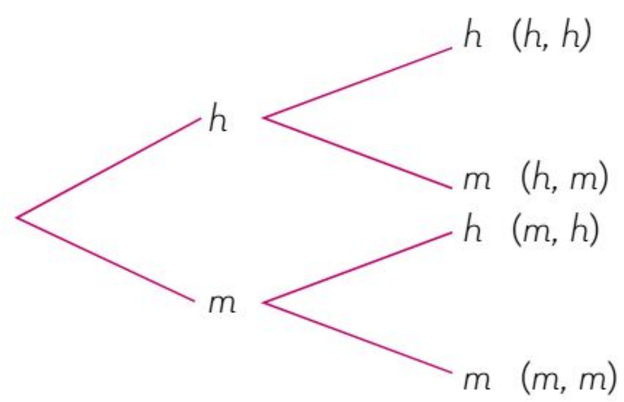


Si primero nace un hombre, el segundo nacimiento puede ser una mujer o un hombre y lo mismo ocurre si primero nace una mujer, el segundo nacimiento será mujer u hombre. En otras palabras, el sexo del primer hijo o hija no afecta ni determina cuál será el sexo del segundo, eso quiere decir que los eventos "sea hombre" y "sea mujer" son independientes.

Con base en lo anterior, son cuatro eventos que conforman este fenómeno aleatorio y de manera extensiva se representan como sigue:

$$\Omega = \{(h, h);\ (h, m);\ (m, h);\ (m, m)\}$$

Cada uno de estos eventos tiene una probabilidad de ocurrencia de un cuarto, ya que están en relación con el número total de casos posibles. En el diagrama de árbol de la siguiente página se representa la probabilidad de cada uno de los eventos.



Cuando los eventos son independientes, la probabilidad de la ocurrencia conjunta es igual a la multiplicación de las probabilidades de cada uno de los eventos, esto se conoce como *la regla del producto*. Entonces, la probabilidad de que tanto el primero, como el segundo hijo sean hombres, se obtiene multiplicando dos veces la probabilidad de ser hombre.

$$P(h,\ h) = P(h \cap h) = P(h) \times P(h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Esto mismo se confirma para los demás eventos que conforman el espacio muestral, cuando se consideran los dos primeros hijos de la pareja:

$$P(h,\ m) = P(h \cap m) = P(h) \times P(m) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(m,\ h) = P(m \cap h) = P(m) \times P(h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(m,\ m) = P(m \cap m) = P(m) \times P(m) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Dos de estos cuatro eventos ayudan a estimar la probabilidad de que nazcan un hombre y una mujer sin importar el orden, por lo tanto, la probabilidad es de dos cuartos, lo cual se puede verificar mediante el uso de la regla de la adición.

$$P(h, m) + P(m, h) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

El estudio de algunos fenómenos aleatorios se realiza mediante la idea de simulación; para ello, se utilizan algunos objetos que permiten la comprensión de la idea de azar. En el caso de los nacimientos, se pueden simular utilizando dos monedas ordinarias y realizar 80 veces la repetición del fenómeno aleatorio, considerando que águila sea hombre y sol sea mujer, o viceversa.

La distinción de eventos dependientes de los que son independientes permite estimar adecuadamente la probabilidad de ocurrencia de un evento, con la finalidad de tener una mayor comprensión de la naturaleza de la idea de azar.

Además, el estudio de los eventos dependientes e independientes debe llevarse a cabo tanto con un enfoque frecuencial como con uno clásico, ya que así se pueden contrastar los resultados obtenidos de manera empírica con los resultados obtenidos de forma teórica.

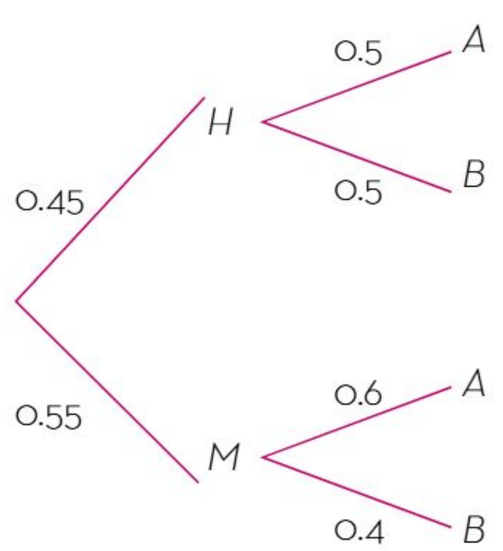
Cálculo de probabilidad de eventos dependientes e independientes

La probabilidad de ocurrencia de eventos dependientes o independientes se puede identificar en distintas situaciones y contextos. A continuación, se proporcionarán algunos ejemplos en los que se pueden apreciar sus aplicaciones.

Ejemplo 1

En una elección por la gubernatura de una entidad del país, se conformaron dos alianzas: *A* y *B*. De acuerdo con el padrón electoral, 45% de los votantes son hombres y 55%, mujeres. Además, se sabe que 50% de los hombres votó por *B* y el otro 50%, por *A*. 20% de las mujeres votó por *B* y 60%, por *A*. Los demás electores se abstuvieron. Se elige una persona al azar que haya votado, se desea saber la probabilidad de que sea hombre dado que votó por la alianza *B*.

Para saberlo, primero se representan los porcentajes en forma decimal, lo cual es válido ya que la medida de probabilidad de un evento sigue comprendida en el intervalo cerrado [0, 1], o bien la suma de eventos complementarios es igual a la unidad.



$P(H \cap B) = P(H) \times P(H \mid B) = (0.45)(0.5) = 0.225$

$P(M \cap B) = P(M) \times P(M \mid B) = (0.55)(0.4) = 0.22$

Se utiliza la expresión mostrada en los apartados anteriores y se consideran los eventos de la manera siguiente:

$$P(H \mid B) = \frac{P(H \cap B)}{P(B)}$$

Ahora bien, la probabilidad de la intersección de que sea hombre (H) y haya votado por la alianza B ($P(H \cap B)$) se obtiene multiplicando los valores de sus eventos respectivamente: $P(H \cap B) = P(H) \times P(B) = (0.45)(0.5) = 0.225$.

De hecho, aquí sólo se aplica la regla del producto e independencia, es decir, la probabilidad de uno no influye en la probabilidad de ocurrencia del otro.

La probabilidad de la intersección de que sea mujer (M) y haya votado por la alianza B es $P(M \cap B) = P(M) \times P(B / M) = (0.55)(0.4) = 0.22$, ya que también se trata de dos eventos independientes.

Para obtener la probabilidad de votar por la alianza B, se debe sumar la probabilidad de la intersección de que sea hombre (H) y haya votado por la alianza B, y la probabilidad de la intersección de que sea mujer (M) y haya votado por la alianza B, es decir:

$$P(B) = P(H \cap B) + P(M \cap B)$$

$$P(B) = 0.225 + 0.22 = 0.445$$

Finalmente, para conocer la probabilidad de elegir una persona al azar y que ésta sea hombre dado que votó por la alianza B, se calcula lo siguiente:

$$P(H \mid B) = \frac{P(H \cap B)}{P(B)}$$

$$P(H \mid B) = \frac{0.225}{0.445} = 0.505$$

Otra situación relacionada con el cálculo de eventos independientes y dependientes es el registro estadístico de conductores de motocicleta que usan casco al transitar en una ciudad, tanto para hombres como para mujeres y, a partir de éstos, estimar la probabilidad de salvar o no su vida en un accidente. De esta manera, los gobernantes pueden tomar decisiones en materia de políticas públicas para salvaguardar la integridad de los conductores de motocicletas.

El cálculo de la probabilidad de eventos independientes y dependientes es trascendental para afrontar el riesgo y la incertidumbre en espacios muestrales finitos, ya que se les puede relacionar con diversas situaciones y contextos. De esta manera, el sujeto puede discernir entre lo más probable o lo menos probable y, a su vez, tomar decisiones sobre una base científica, racional y, sobre todo, ética.

Regla de la suma para el cálculo de probabilidades

Existen diferentes fenómenos de azar vinculados con eventos mutuamente excluyentes, los cuales no pueden ocurrir al mismo tiempo. Para obtener la probabilidad de ocurrencia de dos o más de esos eventos disjuntos, se utiliza la regla de la suma.

Comprensión de la regla de la suma para el cálculo de probabilidades

Cuando dos eventos mutuamente excluyentes, *A* y *B*, forman parte de un mismo espacio muestral, la probabilidad de ocurrencia de uno u otro se calcula sumando las probabilidades de que ocurra cada evento.

Para calcular la probabilidad simple de ocurrencia de un evento (*A*), se relacionan el número de casos favorables y el número total de casos posibles:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos posibles}}$$

Dicha relación se vincula directamente con la ley de Laplace (el cociente entre los casos probables y los casos posibles de un experimento con una variable aleatoria), aplicable a casos donde los eventos tienen la misma probabilidad.

Ejemplo 1
Determinar la probabilidad de obtener un 2 en la cara que queda hacia arriba cuando se lanza un dado ordinario.

Sólo una de las seis caras del dado tiene dos puntos, la probabilidad del evento *A*, obtener como resultado el 2, es:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Asimismo, la probabilidad del evento *B* que caiga 4 es $\frac{1}{6}$ porque sólo una cara tiene 4 puntos y el dado tiene 6 caras en total, por lo tanto, $P(B) = \frac{1}{6}$.

Los eventos *A* y *B* son colecciones de resultados del mismo espacio muestral y no ocurren al mismo tiempo, por lo tanto son eventos mutuamente excluyentes. Para calcular la probabilidad de obtener 2 o de que caiga 4 al lanzar un dado, se suman las probabilidades de ocurrencia de cada uno de estos eventos:

$$P(A \text{ o } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

La probabilidad resultante es la probabilidad acumulada de los dos eventos.

Este resultado se conoce como la *regla de la suma* para el cálculo de probabilidades de eventos mutuamente excluyentes.

La probabilidad de ocurrencia de *A* o *B*, eventos mutuamente excluyentes, se obtiene de la siguiente manera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

Donde el símbolo $\cup$ significa "unión" y $A \cup B$ se define como el evento que contiene los resultados del espacio muestral que pertenecen al evento A o al evento B o a ambos.

Por lo tanto, la probabilidad de que ocurra el evento compuesto A o B también se puede ver como la probabilidad de la unión de los eventos A y B, es decir:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ y } P(A \text{ o } B) = P(A \cup B)$$

El evento A o B se puede describir como la probabilidad de obtener 2 o 4 cuando se arroja un dado, pero también como la probabilidad de que caiga un número par menor que 6.

Ejemplo 2

Si se lanza un dado, se sabe que la probabilidad del evento C, obtener 6, es igual a $\frac{1}{6}$; dicho de otro modo, $P(C) = \frac{1}{6}$. Con base en la información, se quiere determinar la probabilidad de que caiga 2, 4 o 6.

Para obtener esa probabilidad se utiliza la *regla de la suma* para eventos mutuamente excluyentes, ya que los eventos A, B y C lo son.

La expresión $P(A \text{ o } B \text{ o } C)$ representa la probabilidad de obtener 2, 4 o 6 en la cara superior del dado; al aplicar la regla de la suma, el resultado se obtiene adicionando las probabilidades de ocurrencia de cada evento:

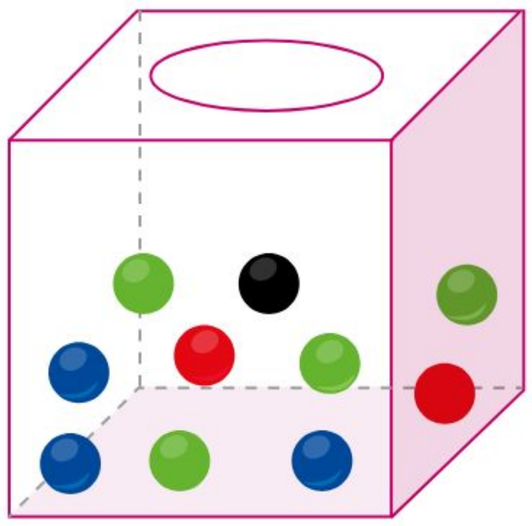
$$P(A \text{ o } B \text{ o } C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

Donde:
A es el evento 2 y $P(A)$ es la probabilidad de 2.
B es el evento 4 y $P(B)$ es la probabilidad de 4.
C es el evento 6 y $P(C)$ es la probabilidad de 6.

La probabilidad de ocurrencia del evento A o B o C también se calcula como se muestra enseguida, dado que son eventos mutuamente excluyentes.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

Si bien el evento A o B o C se puede describir como la probabilidad de obtener 2, 4 o 6 al lanzar un dado, también puede ser descrito como la probabilidad de que caiga un número par.



Ejemplo 3
Una urna contiene 2 bolas rojas, 3 azules, 4 verdes y una negra. Determinar la probabilidad de que, al extraer una bola, ésta sea de color rojo, azul o negro.

La probabilidad de extraer una bola de color rojo (R) es $P(R) = \frac{2}{10}$; azul (A), $P(A) = \frac{3}{10}$, y negra (N), $P(N) = \frac{1}{10}$.

La probabilidad de extraer una bola roja, azul o negra se puede obtener de la manera siguiente:

La expresión P(R o A o N) representa la probabilidad de obtener una bola de color rojo, azul o negro. Por lo tanto:

$$P(R \cup A \cup N) = P(R) + P(A) + P(N)$$

$$P(R \cup A \cup N) = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$$

Si bien el evento R o A o N se puede describir de esa manera, también se puede describir como la probabilidad de que, al extraer una bola, ésta no sea de color verde.

La probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos mutuamente excluyentes se calcula por medio de la regla de la suma. Si se quiere obtener la probabilidad de A o B, se suman las probabilidades de ambos eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Existen diversos fenómenos cuyos espacios muestrales se componen por eventos mutuamente excluyentes. Para calcular la probabilidad de dos o más eventos de este tipo, se utiliza la regla de la suma.

Regla del producto para el cálculo de probabilidades

Cuando se realiza un experimento donde intervienen dos eventos independientes (*A*, *B*), los resultados pueden ser distintos si la operación se hace solamente con uno de ellos o con los dos. Hay, entonces, diferencias entre elegir uno de ellos o elegir ambos; *A* o *B* es diferente de *A* y *B*.

Comprensión de la regla del producto para el cálculo de probabilidades

Existen situaciones donde se pide cumplir dos o más condiciones dadas, es decir, no sólo se debe satisfacer alguna o la mayoría, sino todas las condiciones. En este tipo de situaciones, si los eventos son independientes, las condiciones forman una conjunción y su probabilidad se calcula con la regla del producto.

La regla del producto se utiliza para calcular la probabilidad conjunta de que ocurran los eventos A y B a la vez, donde la ocurrencia de A no afecta la ocurrencia de B; en ese caso se dice que A y B son eventos independientes en un espacio muestral. El cálculo de la probabilidad conjunta de A y B se hace multiplicando la probabilidad del evento A por la probabilidad el evento B.

Si A y B son eventos independientes, entonces:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

Ejemplo 1
Para avanzar en el tablero de un juego de mesa, cada jugador en su turno debe lanzar dos dados al azar, uno de seis caras y otro de nueve. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzarlos salgan solamente números pares?

Los eventos planteados (que tanto en el dado de seis caras como en el de nueve salgan números pares) son independientes, ya que no hay restricción entre ambos dados para que algún número deba salir o no.

La pregunta plantea dos condiciones: la primera es que salga un número par en el dado de seis caras, se nombra "Evento A"; la segunda, sacar un número par en el dado de nueve caras, se denomina "Evento B".

Espacio muestral: Seis resultados posibles para el dado de seis caras y nueve para el de nueve caras ({1, 2, 3, 4, 5, 6} y {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, respectivamente).

Evento A: Salga un número par en el dado de seis caras.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Evento B: Salga un número par del dado de nueve caras.

$$P(B) = \frac{4}{9}$$

La probabilidad de que en ambos dados salga un número par es:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \text{ y } B) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Por tanto, la probabilidad de obtener en ambas caras números pares al lanzar los dos dados es de $\frac{2}{9}$.

Ejemplo 2
Dos paleterías de una localidad vendieron en un día 300 paletas. La paletería "La esquina" vendió 36 paletas de leche y 144 de agua; la paletería "La central", 24 de leche y 96 de agua. Si se escoge al azar una paleta del total vendido, ¿cuál es la probabilidad de que esa paleta sea de leche de la paletería "La central"?
Espacio muestral: 300 paletas vendidas.
Evento *C*: Comprar una paleta de leche.

$$P(C) = \frac{36+24}{300} = \frac{60}{300} = \frac{1}{5}$$

Evento *D*: Comprar una paleta en la paletería "La central".

$$P(D) = \frac{24+96}{300} = \frac{120}{300} = \frac{2}{5}$$

Probabilidad de escoger una venta al azar que sea una paleta de leche comprada en la paletería "La central":

$$P(\text{C y } D) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

La probabilidad de escoger una venta al azar que sea una paleta de leche y se haya vendido en la paletería "La central" es de $\frac{2}{25}$.

En ambos ejemplos, la probabilidad de cumplir los dos eventos es menor a la probabilidad de cada uno de los eventos:

Ejemplo 1:

$P(A \text{ y } B) < P(A)$ $\quad$ $P(A \text{ y } B) < P(B)$

$\frac{2}{9} < \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{2}{9} < \frac{4}{9}$

Ejemplo 2:

$P(C \text{ y } D) < P(C)$ $\quad$ $P(C \text{ y } D) < P(D)$

$\frac{2}{25} < \frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{25} < \frac{2}{5}$

Si en un experimento al azar dos eventos tienen que ocurrir simultáneamente y éstos son independientes, entonces las probabilidades de los eventos se multiplican entre sí. Cuando se aplica de la regla del producto, la probabilidad conjunta obtenida siempre es menor a la probabilidad de que ocurra cualquiera de los eventos considerados.

Comprender la regla del producto en el cálculo de probabilidades permite determinar la probabilidad de cumplir dos eventos al mismo tiempo, siempre y cuando éstos sean independientes. En los ejemplos presentados, se observa que la probabilidad de cumplir ambos eventos es menor a la probabilidad de cualquiera de los eventos por separado. Esto se debe a que los casos donde se cumplen las dos condiciones a la vez son menores a los casos donde se cumple una u otra de las condiciones. Para el cálculo de la probabilidad conjunta de dos eventos, se debe tener en cuenta la relación existente entre ellos.

Representaciones algebraicas de áreas y volúmenes en cuerpos geométricos

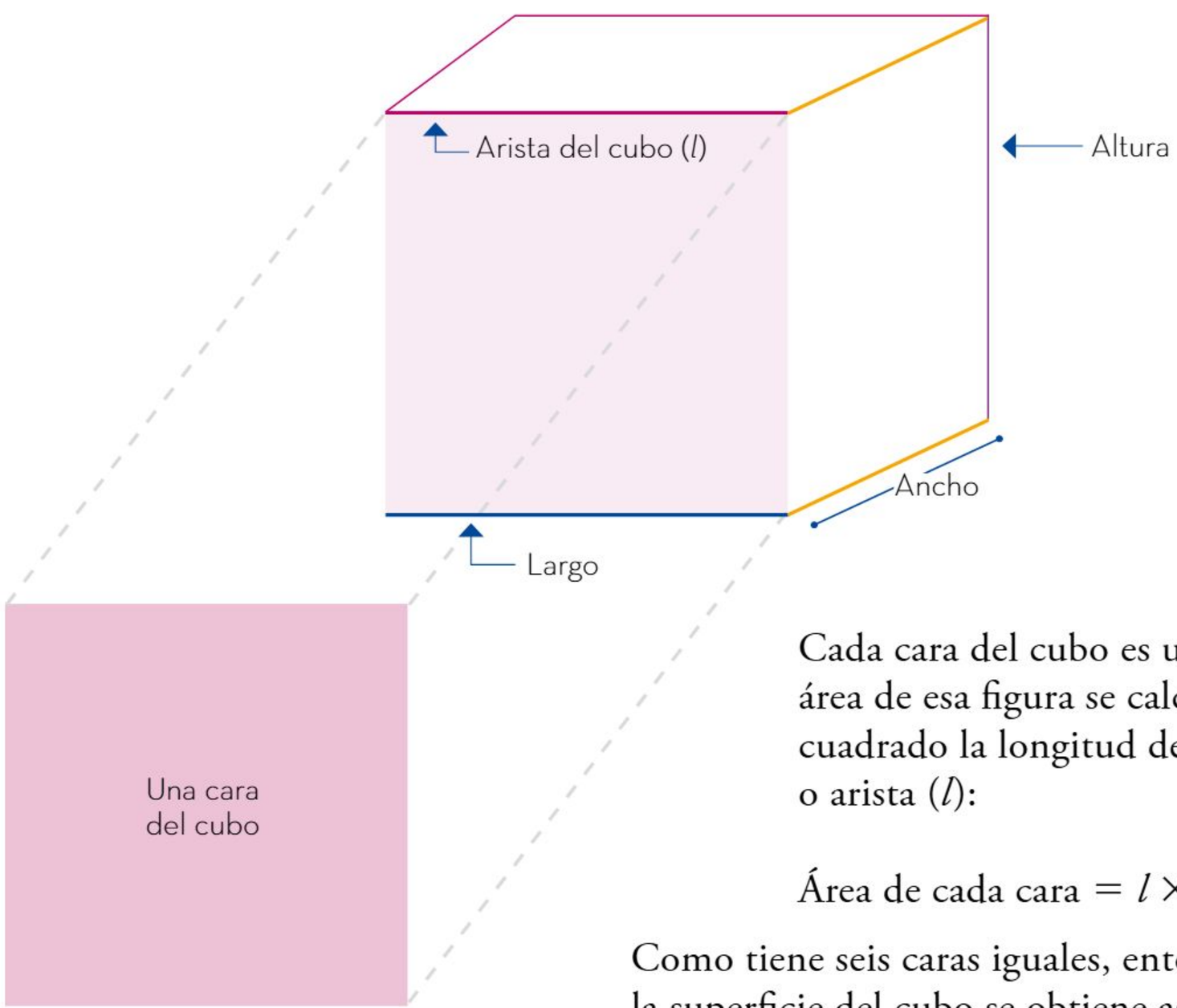
El área y el volumen de cuerpos geométricos se pueden calcular por medio de ecuaciones o fórmulas que constituyen sus representaciones algebraicas.

Es necesario identificar cada uno de los términos que representan las variables y las constantes de esas fórmulas para calcular correctamente los valores que se requieran.

Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

Un cuerpo geométrico es un objeto que ocupa un espacio y tiene tres dimensiones: largo o profundidad, anchura y altura. Sus caras son figuras geométricas. Es posible utilizar expresiones algebraicas para representar las áreas de las caras y el volumen de un cuerpo geométrico.

La siguiente figura corresponde a un cubo. Se trata de un cuerpo geométrico con seis caras cuadradas, todas ellas con las mismas dimensiones. La medida de cualquier lado de un cuadrado o arista del cubo se puede representar con cualquier letra; en este caso, se ha elegido la letra *l*.



Cada cara del cubo es un cuadrado. El área de esa figura se calcula al elevar al cuadrado la longitud de cualquier lado o arista (l):

Área de cada cara $= l \times l = l^2$

Como tiene seis caras iguales, entonces el área de la superficie del cubo se obtiene así:

Área del cubo $= 6l^2$

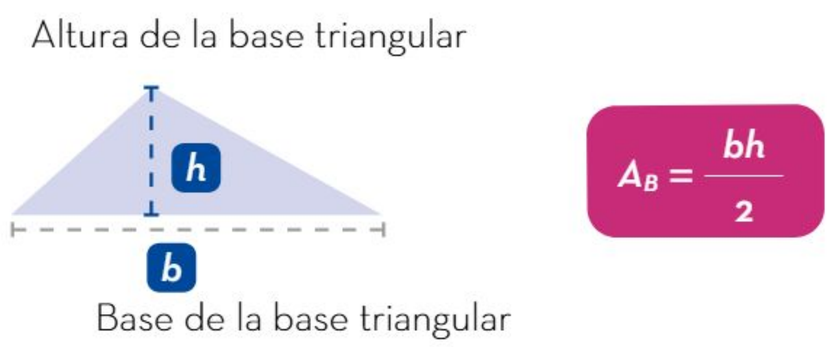
Las seis caras del cubo son cuadradas, por ello, su volumen resulta de multiplicar tres veces la longitud de las aristas, es decir, se eleva al cubo:

Volumen del cubo $= l \times l \times l = l^3$

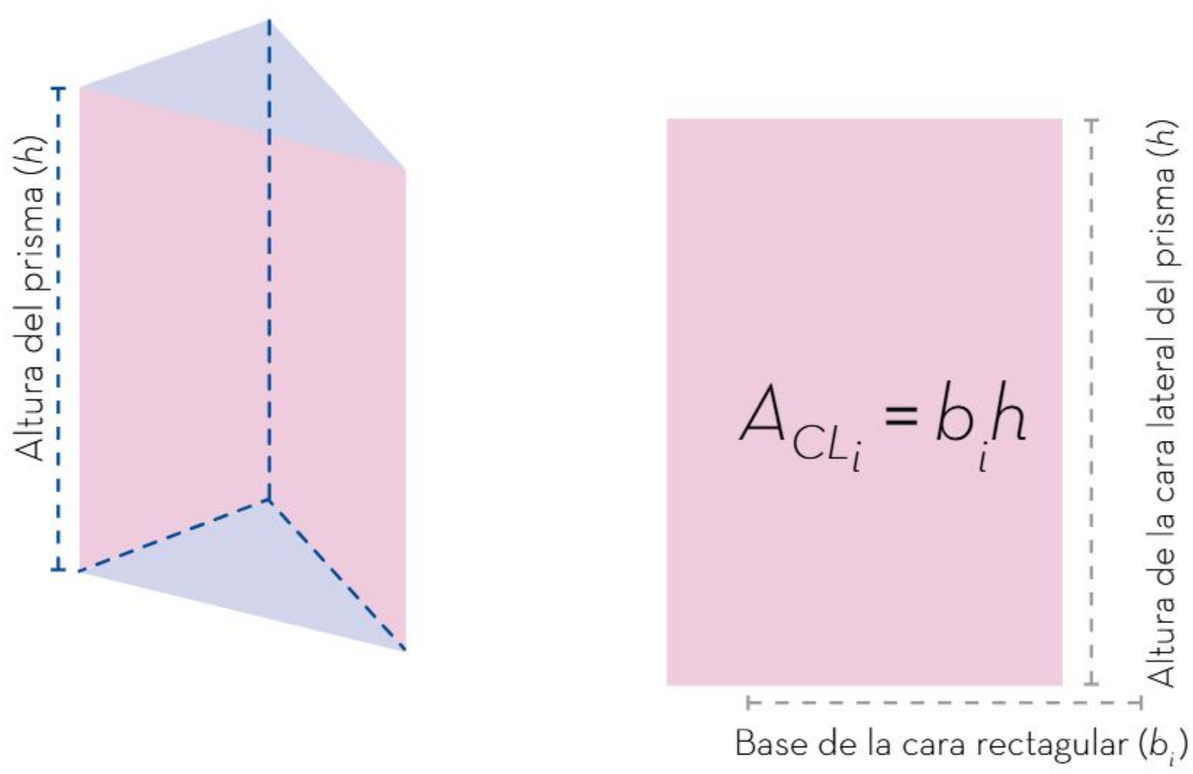
Los prismas son cuerpos geométricos que se caracterizan por presentar dos caras paralelas e iguales llamadas *bases*, y porque sus caras laterales son rectangulares. El cubo es el único prisma donde las bases cuadradas son iguales a los rectángulos laterales.

El nombre de un prisma depende de la forma de su base. Por ejemplo, un prisma cuya base es un rectángulo se llama *prisma rectangular*, un prisma de base pentagonal se llama *prisma pentagonal* y lo mismo sucede con las diferentes formas.

El área total (A_T) de la superficie de un prisma se obtiene sumando el área de las bases (A_B) y el área lateral (A_L). El área lateral (A_L) es la suma de las áreas de todas las caras laterales (A_{CL}) del prisma. En la siguiente imagen, se muestra un prisma triangular:



$$A_B = \frac{bh}{2}$$



El prisma anterior es de base triangular, por lo tanto, tiene tres caras laterales rectangulares. El área lateral de este prisma es la suma de las áreas de estas tres caras laterales rectangulares:

$$A_L = A_{CL_1} + A_{CL_2} + A_{CL_3}$$

El área total se obtiene:

$$A_T = A_B + A_B + A_L$$

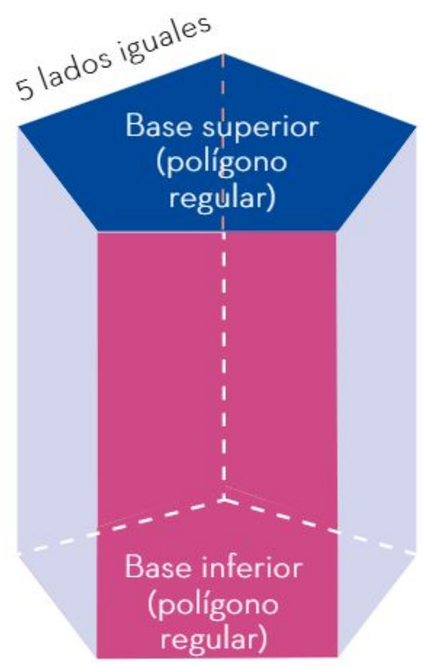
Como las bases del prisma son iguales, entonces:

$$A_T = 2A_B + A_L$$

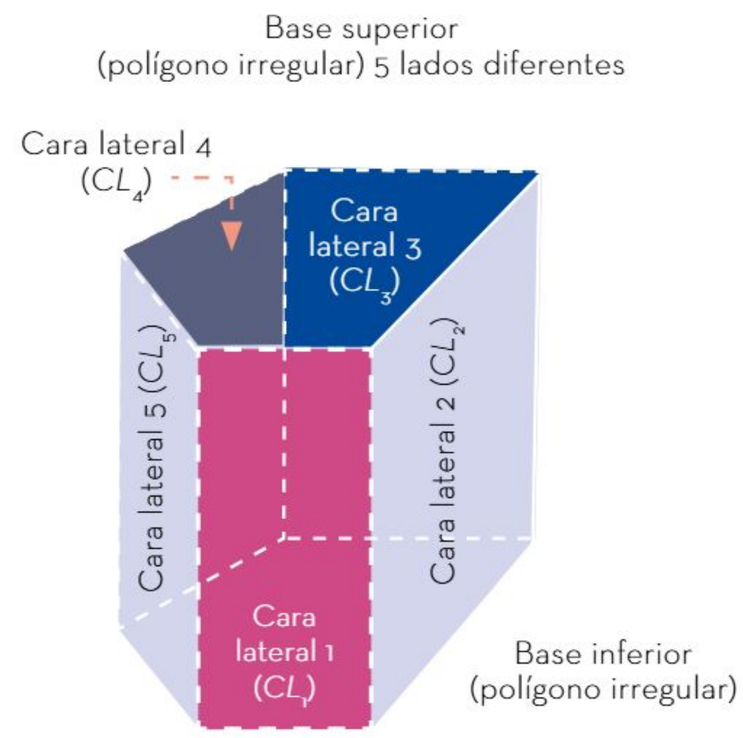
Cuando las bases del prisma son polígonos regulares, es decir, tienen sus lados de igual longitud, es posible simplificar la fórmula para calcular el área lateral (A_L). De lo contrario, para obtener A_L, primero se debe calcular el área de cada una de las caras laterales, luego se suman, como se muestra en la siguiente imagen, donde se ve un prisma pentagonal de base regular y uno de base irregular.

Para obtener el volumen de un prisma (V) se multiplica el área de la base (A_B) por la altura del prisma (h):

$$V = A_B h$$

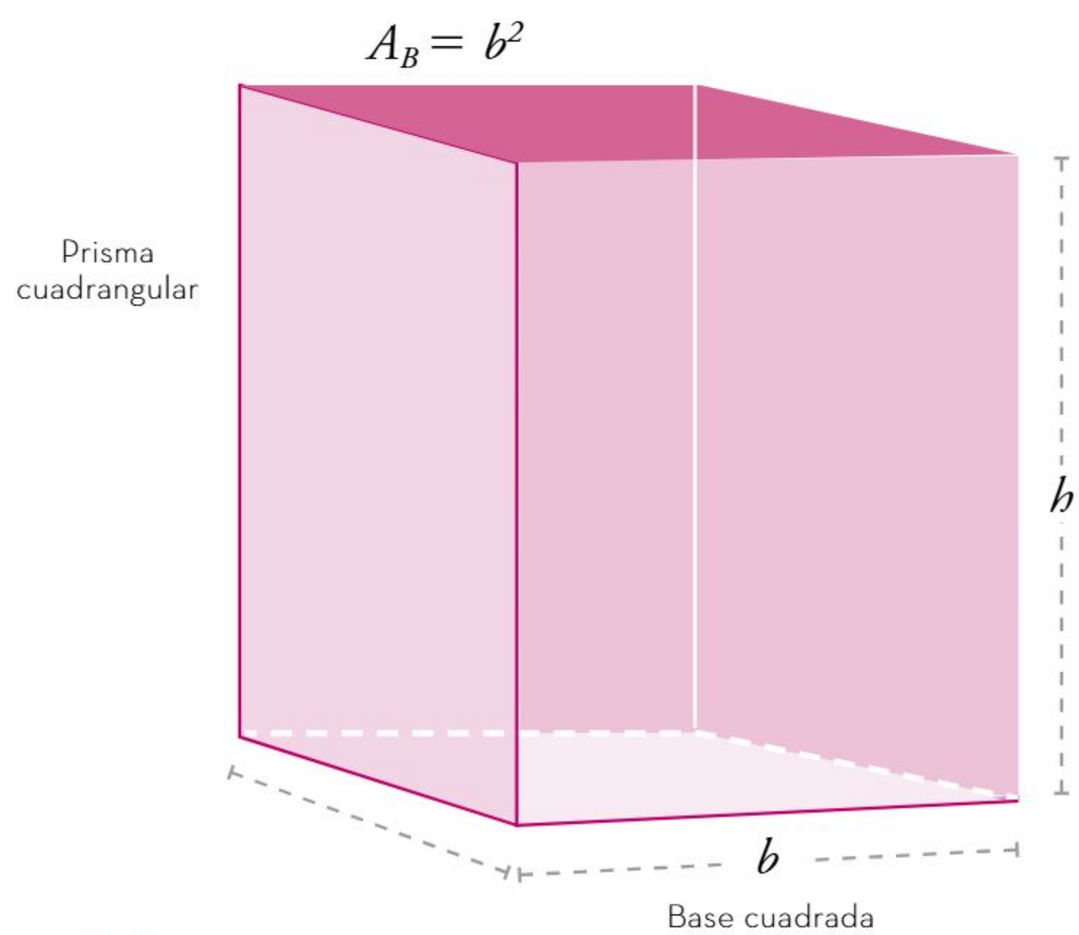


$$A_L = 5A_{CL}$$



$$A_L = A_{CL_1} + A_{CL_2} + A_{CL_3} + A_{CL_4} + A_{CL_5}$$

A continuación, se presentan las fórmulas para calcular el área de la superficie de un prisma cuadrangular y su volumen.



$$A_{CL} = bh$$
$$A_L = 4bh$$
$$A_T = 2A_B + A_L$$
$$A_T = 2b^2 + 4bh$$

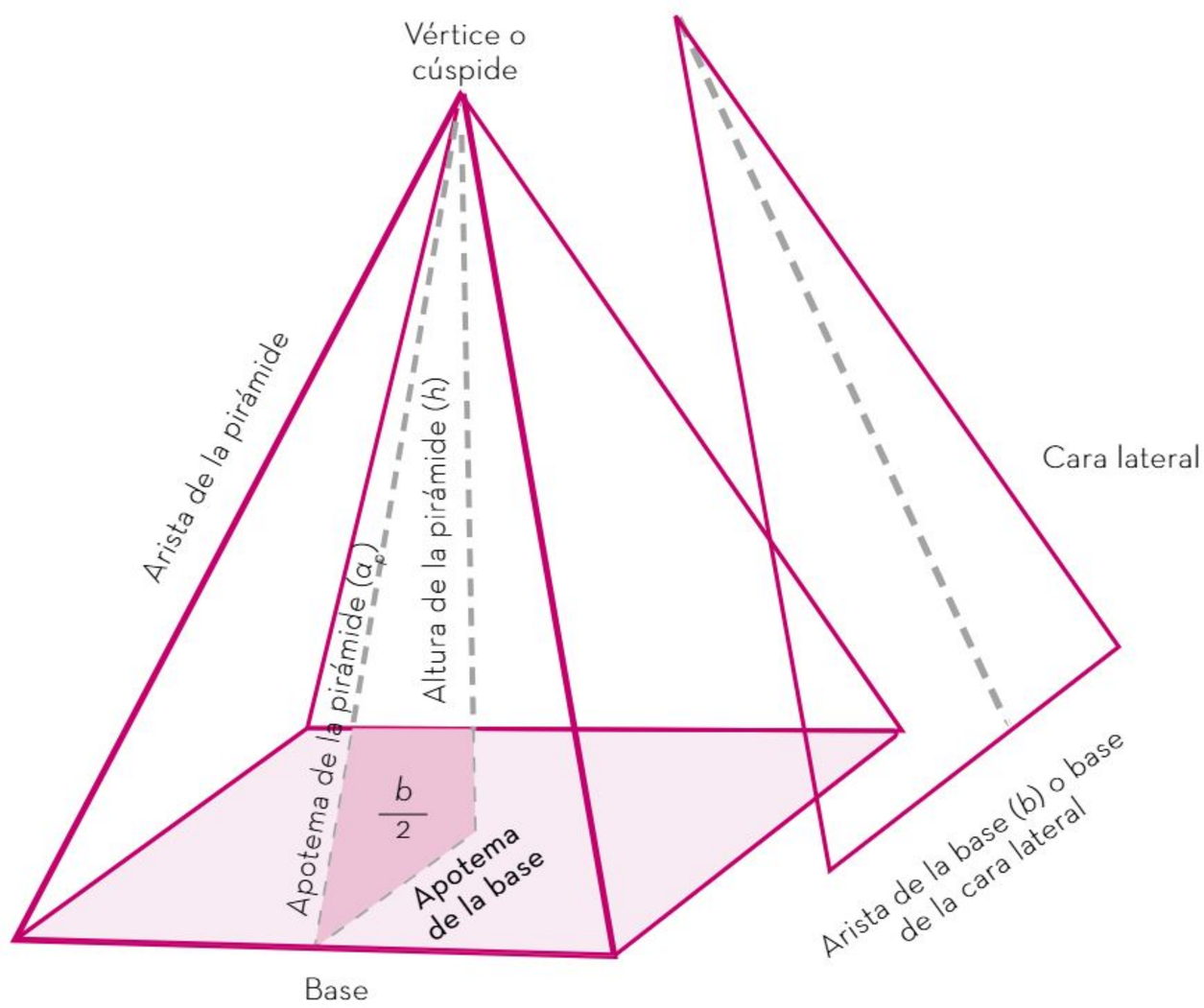
$$V = A_B h$$
$$V = b^2 h$$

Otros cuerpos geométricos

Existen varios cuerpos geométricos diferentes a los prismas, cada uno con sus propias características y propiedades. Entre ellos se cuentan las pirámides, los cilindros y los conos.

Las pirámides son cuerpos geométricos con una base plana y una serie de caras triangulares que convergen en un punto llamado *vértice* o *cúspide*.

A continuación, se muestra una pirámide cuadrangular y la forma como se calculan su área y volumen:



Como las caras laterales son triángulos, se aplica la fórmula:

$$A_{CL} = \frac{ba_p}{2}$$

Donde a_p es la altura de la cara lateral o apotema de la pirámide.

Ya que, en este caso, la base es un cuadrado, se usa la fórmula:

$$A_B = b^2$$

A_L es la suma de las áreas de las caras laterales, por lo tanto, el área total de la pirámide es:

$$A_T = A_B + A_L$$

El volumen de una pirámide (V) se obtiene al multiplicar el área de su base (A_B) por la altura de la pirámide (h) y dividir el producto entre tres:

$$V = \frac{A_B h}{3}$$

El cilindro es un cuerpo geométrico que se compone de dos bases circulares iguales y paralelas, y una superficie curva lateral que se extiende entre ellas. La altura del cilindro es la distancia entre las dos bases, el radio es la distancia desde el centro de la base a cualquier punto de la circunferencia.

La superficie lateral de un cilindro puede desplegarse para formar un rectángulo cuya base es la circunferencia de la base del cilindro, y la altura es la misma del cilindro. Por lo tanto:

$$A_L = \text{circunferencia de la base} \times \text{altura del cilindro}$$

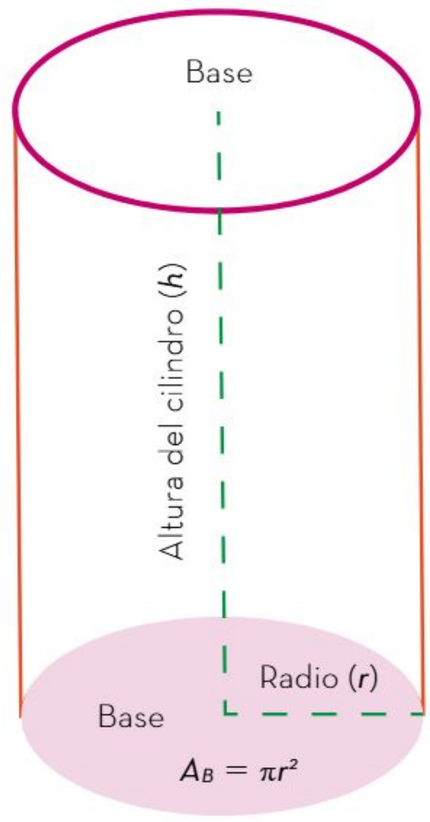
$$A_L = 2\pi rh$$

Así, el área total es igual a la suma de las dos áreas de las bases y el área lateral:

$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

El volumen del cilindro es el producto del área de la base por la altura del cilindro (h):

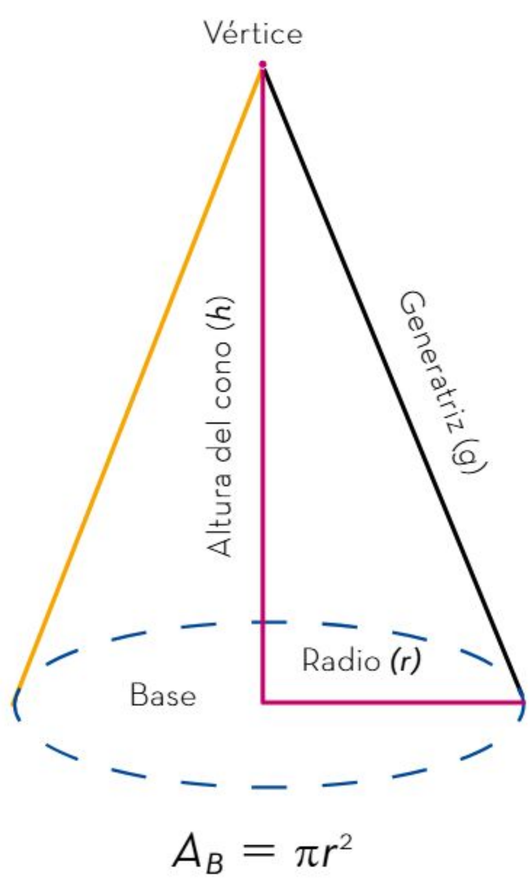
$$V = A_B h$$



El cono es un cuerpo geométrico que se forma a partir de una base circular y una superficie lateral curva, la cual se reduce de manera constante hasta llegar a un vértice.

La generatriz (g) es una línea recta que une el vértice de un cono con un punto en la circunferencia de su base; su longitud depende del radio y la altura del cono y se calcula con la fórmula:

$$g = \sqrt{r^2 + h^2}$$



El área lateral del cono se calcula como la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz, es decir:

$$A_L = \frac{2\,\pi r g}{2}$$

$$A_L = \pi r g$$

Por lo tanto:

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g$$

El volumen del cono (V) resulta de multiplicar el área de su base (A_B) por la altura del cono (h), luego se divide el producto entre tres:

$$V = \frac{A_B h}{3}$$

La representación algebraica de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos por medio de fórmulas permite realizar cálculos precisos y rápidos, sin necesidad de medir físicamente las dimensiones de cada figura. Esto es especialmente útil, por ejemplo, en el diseño de estructuras, planificación de proyectos de ingeniería y construcciones diversas. Las fórmulas permiten conocer la relación entre las dimensiones de un objeto para obtener una medida de interés.

Cálculo del valor de una variable en función de otras

El cálculo del valor de una variable en función de otras para determinar áreas y volúmenes de cuerpos geométricos es una técnica matemática fundamental para resolver problemas prácticos en diversas áreas, como la ingeniería, la arquitectura, la física y la química. Mediante la aplicación de fórmulas matemáticas es posible determinar el valor de una variable en función de otras variables conocidas. Con ello, se abordan problemas complejos y se toman decisiones importantes. Por ejemplo, para calcular el volumen de un cono se puede obtener la altura del cono en función del radio de la base; ambos datos bastan para calcular el volumen deseado. Esta herramienta resulta esencial para la comprensión y el manejo de aspectos cuantitativos de la realidad.

Es posible calcular las medidas de los cuerpos geométricos a partir del valor de algunos de los elementos que conforman sus dimensiones, los cuales pueden ser incluidos en una fórmula, por ejemplo:

> Un agricultor necesita construir un estanque para almacenar agua destinada al riego de sus cultivos. El terreno rectangular para la construcción es de 20 m de largo y 15 m de ancho. El objetivo es que el estanque, en forma de prisma rectangular, tenga un volumen total de 900 m^3. De esta manera, el agricultor podrá disponer del agua necesaria para los cultivos y asegurar su producción. ¿De qué profundidad debe ser el estanque para cumplir con lo requerido?

La medida que hace falta o incógnita es la profundidad o altura del prisma. Con los datos que se tienen (largo y ancho del terreno) se puede calcular el área de la base (A_B):

$$A_B = \text{largo} \times \text{ancho}$$

$$A_B = (20\,\text{m})(15\,\text{m})$$

$$A_B = 300\,\text{m}^2$$

Para calcular la profundidad del estanque, se sustituyen los valores conocidos en la fórmula de volumen, luego se despeja y se determina el valor de la altura:

$$V = A_B h$$
$$900 = 300h$$

$$\frac{900}{300} = h$$
$$h = 3$$

Por lo tanto, la altura del prisma rectangular o la profundidad del estanque debe ser de 3 m.

Otro ejemplo del cálculo de una variable en función de otras es el siguiente:

Un estudiante de arquitectura desea hacer la maqueta de una pirámide cuadrangular con un volumen de 6 cm^3. El área de la base es de 9 cm^2 y la altura lateral (apotema de la pirámide) es de 2.5 cm.

Para iniciar la construcción de la maqueta, se requiere calcular cuánto mide un lado de la base (l), la altura de la pirámide (h) y, para saber la cantidad de material que se utilizará, es necesario calcular el área total de la pirámide (A_T).

Si la base es cuadrangular y su área es igual a 9 cm^2, entonces $l = 3$ cm.

Si $V = 6\,cm^3$ y $A_B = 9\ cm^2$, entonces al sustituir estos valores en la fórmula del volumen de la pirámide y despejar la altura se tiene:

$$V = \frac{(A_B h)}{3}$$

$$6 = \frac{9h}{3}$$

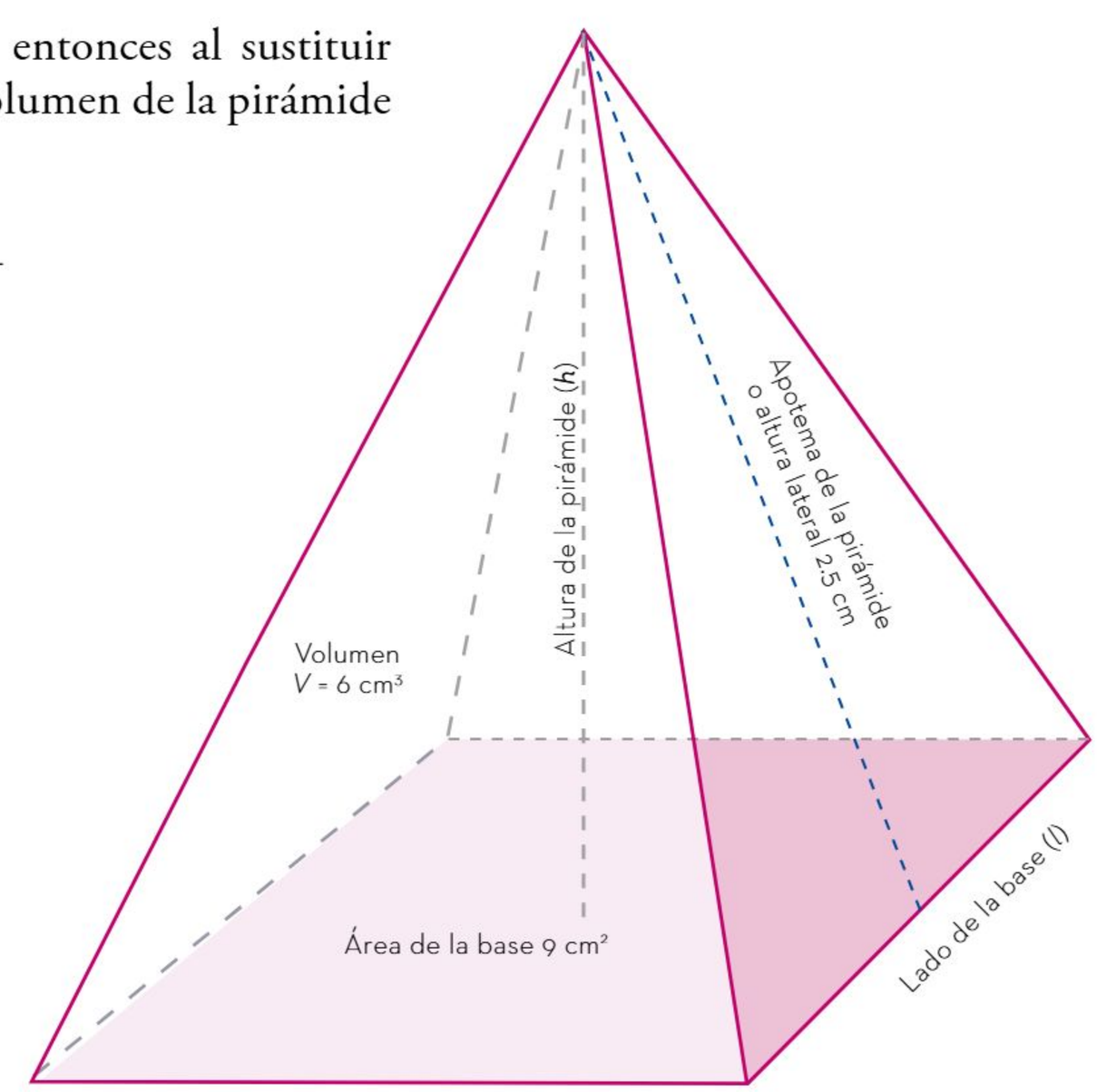
$$6(3) = 9h$$

$$18 = 9h$$

$$\frac{18}{9} = h$$

$$h = 2$$

Por tanto, la altura de la pirámide debe ser de 2 cm.



Para calcular el área total de la superficie de la pirámide (A_T), se suman las áreas de las cuatro caras triangulares y el área de la base. Antes, se determina el área de cada cara lateral con la siguiente fórmula:

$$A_{CL} = \frac{\text{lado de la base} \times \text{altura lateral}}{2}$$

$$A_{CL} = \frac{3(2.5)}{2}$$

$$A_{CL} = \frac{7.5}{2}$$

$$A_{CL} = 3.75$$

Una vez que se conoce el área de una cara lateral, se puede calcular el área total de la superficie de la pirámide de la siguiente forma:

$$A_T = A_L + A_B = 4A_{CL} + A_B$$

$$A_T = 4(3.75) + 9$$

$$A_T = 15 + 9$$

$$A_T = 24$$

Por tanto, el área de la superficie de la pirámide es 24 cm^2.

El cálculo del valor de una variable en función de otras permite interpretar los resultados obtenidos y tomar decisiones informadas. Cuando se define el volumen de una caja en función de sus dimensiones, es posible tomar decisiones adecuadas sobre el tamaño y la forma de la caja para optimizar el espacio de almacenamiento. Cada fórmula incluye determinadas variables.

Las representaciones algebraicas de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, así como el cálculo del valor de una variable en función de otras, son herramientas fundamentales en diversas áreas y disciplinas como la ingeniería, la arquitectura, la física y la química.

Por ejemplo, en la construcción de edificios y viviendas es necesario realizar cálculos precisos de áreas y volúmenes de los diferentes elementos que componen la estructura como muros, pisos, techos, entre otros. Asimismo, en la fabricación de productos y maquinarias se requiere del uso de fórmulas matemáticas para calcular el volumen y la forma de las piezas necesarias para su elaboración.

Resolución de problemas cuyo planteamiento es una ecuación cuadrática

Las ecuaciones cuadráticas son una herramienta para resolver diversos problemas. Un gran número de situaciones del contexto cotidiano se pueden expresar mediante símbolos algebraicos y muchas de ellas se pueden resolver por medio de ecuaciones cuadráticas.

Ejemplos de resolución de problemas por medio de ecuaciones cuadráticas

Una amplia variedad de problemas se pueden resolver mediante el planteamiento y la resolución de ecuaciones. De ellos, muchos se pueden solucionar con ecuaciones de segundo grado o cuadráticas, y dichos problemas pueden tener dos, una o ninguna solución.

Para resolver un problema que puede modelarse con ecuaciones cuadráticas, será necesario interpretar el enunciado, identificar qué dato se desconoce para asignarle la incógnita, plantear la ecuación que representa al problema y, finalmente, resolverlo e interpretar la solución obtenida.

A continuación, se presentan algunos problemas que se resuelven mediante el uso de ecuaciones cuadráticas.

Problema 1
El cuadrado de un número menos 8 es igual a 56. Hallar el valor de dicho número.

Los pasos del proceso se muestran a continuación:

Pasos	Consideraciones
1. Identificar la incógnita y asignarle una literal. Puede ser cualquier letra.	Como se desconoce el número, se le puede representar con la letra m.
2. Plantear la ecuación.	El enunciado del problema plantea "el cuadrado de un número", por lo tanto, a la variable incógnita se le agrega el superíndice 2 y queda m^2. El problema señala que el cuadrado de un número menos 8 es igual a 56, por lo tanto, se tiene: $m^2 - 8 = 56$
3. Resolver la ecuación.	Al sumar 8 en ambos lados de la ecuación se tiene: $m^2 - 8 + 8 = 56 + 8$ $m^2 = 64$ Se obtiene la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad (la raíz cuadrada es la operación inversa de la potencia cuadrada). $\sqrt{m^2} = \sqrt{64}$ Por lo que, $m = \pm 8$, o bien $m_1 = 8$ y $m_2 = -8$
4. Interpretar la solución.	En este caso existen dos soluciones, $m = 8$ y $m = -8$, ya que $(8)^2 = (-8)^2 = 64$, es decir, al sustituirlas en la ecuación, dos soluciones son válidas para resolver el problema.

Problema 2
El producto de dos números naturales consecutivos es 306. Hallar los números.

Los pasos de resolución se muestran a continuación:

Pasos	Consideraciones
1. Identificar la incógnita y asignarle una literal.	Se puede llamar x al primer desconocido. El consecutivo de un número es mayor que él en una unidad. Entonces, para el número dado x, su número consecutivo es una unidad más grande, es decir, $x + 1$. Algunos ejemplos de números consecutivos son 1 y 2, 5 y 6 o 15 y 16.
2. Plantear la ecuación.	Ahora, ya se puede expresar en lenguaje algebraico el problema planteado, es decir, la multiplicación de dos números consecutivos es igual a 306: $x(x + 1) = 306$
3. Resolver la ecuación.	Al multiplicar x por $x + 1$ en la ecuación se tiene: $x^2 + x = 306$ Ahora se iguala con cero: $x^2 + x - 306 = 0$ Al escribir la ecuación como producto de factores binomiales: $(x - 17)(x + 18) = 0$ Se igualan los dos factores a cero y se resuelven: Si $x - 17 = 0$, entonces $x_1 = 17$ y $x + 18 = 0$, entonces $x_2 = -18$
4. Interpretar la solución.	Se puede observar que hay dos soluciones, una negativa y otra positiva; ya que el problema pide números naturales, que son positivos, el número -18 no es una solución válida. Así, la solución válida es el número 17 y su consecutivo es 18. Entonces se concluye que el producto de 17 y 18 es igual a 306.

Problema 3
Emmanuel es 3 años mayor que su hermano. La suma de los cuadrados de sus edades es igual a 225. Determinar la edad de Emmanuel.

Los pasos de resolución se muestran a continuación:

Pasos	Consideraciones
1. Identificar la incógnita y asignarle una literal.	Se sabe que Emmanuel es 3 años mayor que su hermano, pero no se conoce la edad del hermano. Esta última edad se representa con la letra w.
2. Plantear la ecuación.	Si la edad del hermano es w y Emmanuel es 3 años mayor que su hermano, la edad de este último se expresa como $w + 3$. El cuadrado de la edad del hermano es w^2. El cuadrado de la edad de Emmanuel es $(w + 3)^2$. El problema dice que la suma de los cuadrados de sus edades es igual a 225. Esa relación se expresa en la siguiente ecuación: $w^2 + (w + 3)^2 = 225$

Pasos	Consideraciones
3. Resolver la ecuación.	Para resolver la ecuación se desarrolla el binomio cuadrado: $$w^2 + w^2 + 2(w)(3) + 9 = 225$$ $$w^2 + w^2 + 6w + 9 = 225$$ $$2w^2 + 6w - 216 = 0$$ Al aplicar la fórmula general para resolver la ecuación, se sustituyen los valores los coeficientes de cada uno de los términos, esto es, $a = 2$, $b = 6$ y $c = -216$: $$w = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2(a)} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(-216)}}{2(2)}$$ Se realizan las operaciones de la fracción incluyendo la raíz cuadrada: $$w = \frac{-6 \pm \sqrt{1764}}{2(2)}$$ Solución 1: $w_1 = \frac{-6 + 42}{4}$ $$w_1 = \frac{36}{4}$$ y después dividir: $w_1 = 9$ Solución 2: $w_2 = \frac{-6 - 42}{4}$ $$w_2 = \frac{-48}{4}$$ y después dividir: $w_2 = -12$
4. Interpretar la solución.	En la resolución de la ecuación cuadrática se puede observar que hay una solución negativa y otra positiva, pero como no hay edades negativas se descarta la solución negativa y se concluye que la edad del hermano es de 9 años; por lo tanto, la de Emmanuel es de 12 años.

Para resolver un problema mediante el uso de ecuaciones cuadráticas, conviene valerse de palabras clave como *qué, cuántos* y *cómo*. Dichas palabras pueden ayudar a identificar la cantidad desconocida para después buscar relaciones matemáticas entre las cantidades conocidas y desconocidas. Otras palabras sirven como claves lingüísticas de igualdades y operaciones que ayudan a expresar las relaciones en forma de ecuaciones.

Para la resolución de problemas por medio de ecuaciones cuadráticas, se requiere conocer procedimientos algebraicos para encontrar el valor de los datos desconocidos, como la factorización y la fórmula general.

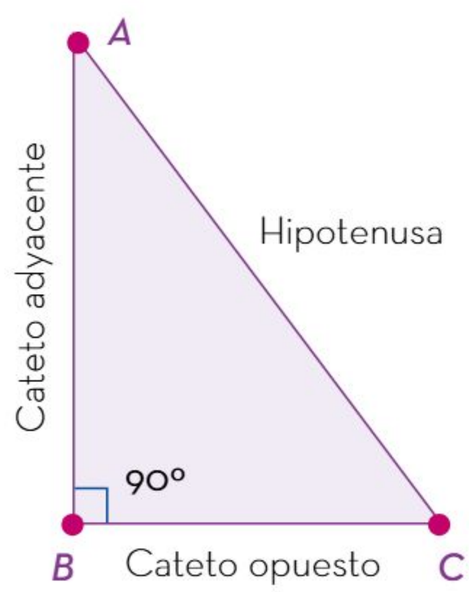
Resolución de problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente

Saber cómo encontrar las medidas de los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo es muy conveniente para resolver problemas que se presentan en la vida diaria. De allí proviene la importancia de conocer los fundamentos de la trigonometría y cómo aplicar las razones seno, coseno y tangente en el cálculo de ciertas medidas de los triángulos rectángulos.

Razones trigonométricas seno, coseno y tangente

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos rectángulos a partir del criterio de semejanza de triángulos, y es muy útil para conocer las razones y las proporciones entre las medidas de los lados correspondientes en los triángulos rectángulos.

Las razones trigonométricas son los cocientes que surgen al realizar comparaciones entre dos lados de cualquier triángulo rectángulo. En un triángulo rectángulo, el ángulo de 90º está formado por los dos lados conocidos como *catetos*. El lado opuesto al ángulo de 90º se llama *hipotenusa*, el cual siempre es el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo. Así, los lados de un triángulo tienen una particularidad en relación con el ángulo al cual se aplicarán las razones trigonométricas; si en el triángulo de la figura se elige el $\angle A$, un cateto está opuesto a él y el otro cateto es adyacente, es decir, es uno de los lados que lo forman. Así, las razones trigonométricas para dicho ángulo se obtienen del siguiente modo:

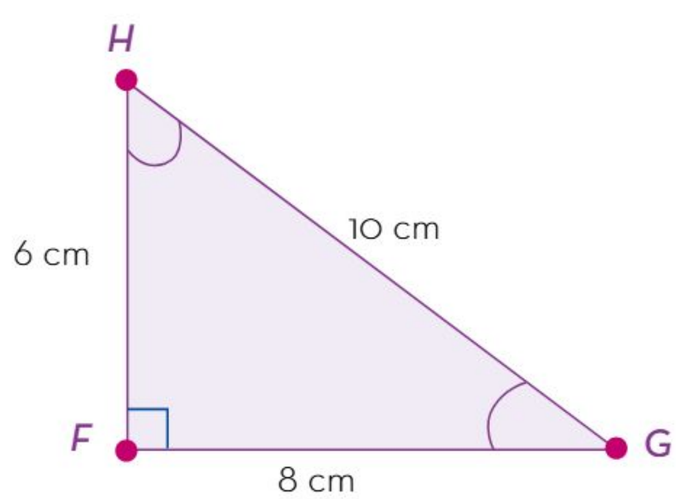


$$\text{seno } \angle A = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{CO}}{\text{HIP}}$$

$$\text{coseno } \angle A = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{CA}}{\text{HIP}}$$

$$\text{tangente } \angle A = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{\text{CO}}{\text{CA}}$$

Por ejemplo, si en el siguiente triángulo rectángulo se hace referencia al ángulo del vértice H, las razones trigonométricas que lo definen quedarían determinadas de la siguiente manera:



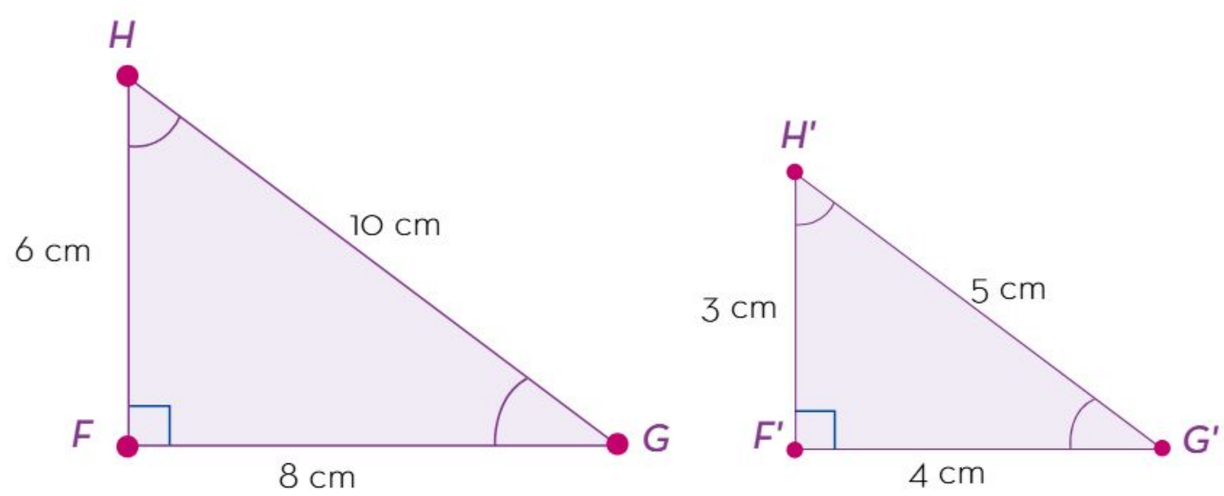
$$\text{seno } \angle H = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{8}{10}$$

$$\text{coseno } \angle H = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{6}{10}$$

$$\text{tangente } \angle H = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{8}{6}$$

En cambio, si se hace referencia al ángulo localizado en el vértice G, los nombres de los catetos se intercambian: el lado HF será el cateto opuesto al $\angle G$ y el lado FG, el cateto adyacente al $\angle G$.

Las razones trigonométricas relacionadas con un mismo ángulo no varían, aunque las medidas de los catetos e hipotenusa que forman al triángulo rectángulo sean diferentes. Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen ángulos iguales y así, al calcular las razones trigonométricas de cualquiera de sus ángulos, se obtienen razones iguales, lo cual evidencia la existencia de una proporción, tal como se observa en los siguientes triángulos rectángulos:



$$\text{seno } \angle G = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \text{seno } \angle G'$$

$$\text{coseno } \angle G = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \text{coseno } \angle G'$$

$$\text{tangente } \angle G = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \text{tangente } \angle G'$$

Por consiguiente, el valor de las razones trigonométricas es el cociente de la razón entre dos lados del triángulo rectángulo, en relación con uno de los ángulos. Con ello se establecen las tablas de valores que muestran numéricamente la relación entre los catetos (CO ÷ CA) para la tangente, y entre los catetos opuesto y adyacente con la hipotenusa para el seno (CO ÷ HIP) y el coseno (CA ÷ HIP), respectivamente, por lo que ya no es necesario realizar las operaciones en cada uno de los casos.

Las tablas de valores para el cálculo de las razones trigonométricas pueden utilizarse mediante dos procedimientos diferentes; la elección de uno u otro depende de lo que se solicite en el problema por resolver. Enseguida se muestra una tabla de valores redondeados a milésimos y se presentan dos procedimientos para usarla.

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente
24º	0.407	0.914	0.445
25º	0.423	0.906	0.466
26º	0.438	0.899	0.488
35º	0.574	0.819	0.700
36º	0.588	0.809	0.727
37º	0.602	0.799	0.754

Procedimiento 1. Encontrar el valor de una razón trigonométrica a partir de la medida de un ángulo.

Ejemplo
¿Cuál es el valor de seno de un ángulo de 25º?

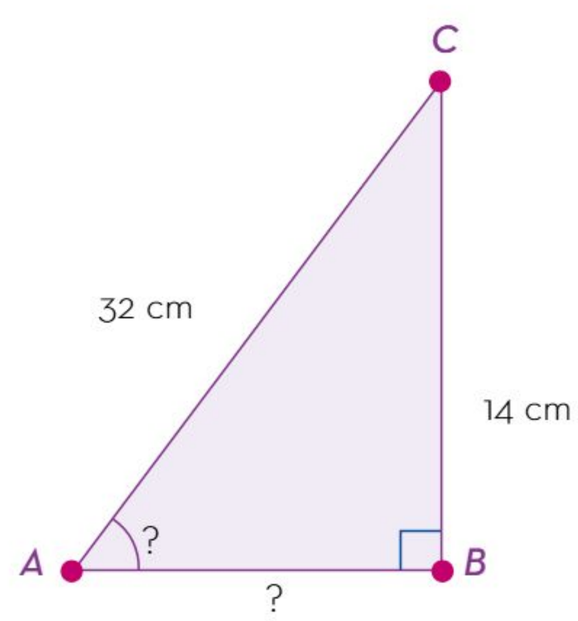
Para responder, en la primera columna de la tabla se busca el ángulo de 25º; después, se cruza con la columna "Seno"; de este modo se encuentra el número 0.423: éste es el valor solicitado.

Procedimiento 2. Averiguar la medida del ángulo que corresponda al valor dado de una razón trigonométrica dada.

Ejemplo
¿Cuánto mide el ángulo B si el valor de su tangente es 0.702?

Para responder, se busca en la tabla la columna encabezada por la palabra "Tangente" y se identifica en ella la casilla con el valor equivalente o más próximo a 0.702. En este caso, 0.700 es el más cercano, por tanto, el ángulo correspondiente mide aproximadamente 35º.

La tabla de valores se puede utilizar para encontrar datos desconocidos en un triángulo rectángulo, por ejemplo, las medidas de sus lados o las de sus ángulos. La siguiente situación da muestra de ello.
En el triángulo rectángulo de abajo, hallar el valor del $\angle A$ y la medida del cateto adyacente ($\overline{AB}$).



Para resolver el problema, como primer paso se analizan los datos presentados en el triángulo: la hipotenusa mide 32 cm y el cateto opuesto, 14 cm. Con esta información se identifica qué razón aplicar para obtener la medida del $\angle A$; en este caso es el seno.

$$\text{seno } \angle A = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{14}{32} = 0.4375$$

Por tanto, si se revisa la tabla de valores, se observa que al redondear el resultado 0.4375 a milésimos, es decir, 0.4375 a 0.438, dicho valor corresponde a un ángulo de 26°. Por tanto, el $\angle A$ mide aproximadamente 26°.

Una vez que se tiene el valor del $\angle A$, se utiliza la función tangente para conocer la medida de $\overline{AB}$.

Si se tiene que tangente $26° = \dfrac{14}{\overline{AB}}$, entonces

$$0.488 = \frac{14}{\overline{AB}}$$

$$\text{Así, } \overline{AB} = \frac{14}{0.488}$$

Entonces $\overline{AB} \approx 28.688$ cm.

De lo anterior se concluye que el $\angle A$ mide aproximadamente 26º y que la medida del cateto adyacente AB es 28.688 cm, aproximadamente.

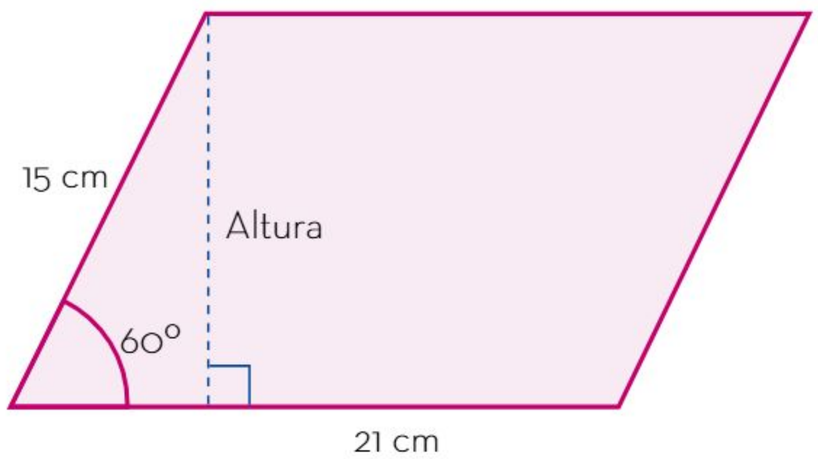
En general, las razones trigonométricas se utilizan para resolver un triángulo rectángulo, es decir, calcular todos los valores de sus tres lados y sus tres ángulos. El valor de las razones trigonométricas de un ángulo se puede encontrar en tablas conocidas como tablas trigonométricas, las cuales facilitan los cálculos al resolver cualquier triángulo rectángulo.

Problemas que implican el uso de las razones trigonométricas

Los problemas que se plantean respecto a un triángulo rectángulo pueden resolverse con razones trigonométricas.

Al aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas, el resultado obtenido puede ser, en algunos casos, la solución del problema, pero en otros únicamente sirve como una nueva cantidad con la cual se efectúan otras operaciones que permiten resolver el problema. A continuación, se presenta un ejemplo de esta segunda situación.

Ejemplo 1
Dos lados de un paralelogramo miden 15 cm y 21 cm, y forman un ángulo de 60º, como se observa en la figura. Se debe encontrar la medida de la altura del paralelogramo y su área.



Si se traza la altura desde el vértice superior hasta la base del triángulo, se forma un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y el ángulo de 60° y, como la altura es el cateto opuesto, la razón trigonométrica que se utiliza es el seno del ángulo.

$$\text{seno } 60° = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{Altura}}{15 \text{ cm}}$$

$$\text{seno } 60° = \frac{x}{15}$$

$$(15)(0.866) = x$$

$$x = 12.99$$

Por tanto, el paralelogramo tiene una altura aproximada de 12.99 cm.

Con la medida de la altura del paralelogramo, se puede obtener su área como se presenta a continuación:

$$\text{Área} = b \times h$$

$$A = 21 \text{ cm} \times 12.99 \text{ cm}$$

$$A = 272.79 \text{ cm}^2$$

Entonces, el paralelogramo tiene un área aproximada de 272.79 cm^2.

Las razones trigonómetricas se pueden utilizar en la resolución de problemas que involucren un triángulo rectángulo, tanto para el cálculo de los ángulos como de los lados.

Para aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas es necesario identificar los datos conocidos y los desconocidos. A partir de ahí se debe decidir cuál razón se debe utilizar. Por ejemplo, cuando se tiene la medida de un ángulo se consulta la tabla de valores para conocer el valor de la razón y relacionarla con la medida de uno de los lados para obtener el valor faltante. O a la inversa, a partir de la relación entre las medidas de los lados, se consultan las tablas de valores para obtener el valor de la razón y entonces conocer la medida del ángulo.

Procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional

En la vida cotidiana, con frecuencia se presenta la necesidad de repartir algún objeto (comida, agua, dinero o cualquier otro) de manera proporcional entre diferentes participantes, es decir, se debe garantizar que cada uno reciba la cantidad que le corresponde.

Métodos para hallar un término de una relación proporcional

La proporcionalidad es una relación entre dos o más entidades. Entre dos variables puede existir, o no, una relación de proporcionalidad directa o inversa.

En una relación proporcional directa, la cantidad *y* de una variable dependiente aumenta o disminuye de manera proporcional al aumento o disminución que sufre la cantidad de la variable independiente *x*.

Se produce una relación proporcional inversa cuando la variable independiente aumenta a la vez que la variable dependiente disminuye y viceversa, en la misma proporción.

En toda relación proporcional existe una constante, representada con la letra *k*, que se denomina *constante de proporcionalidad*. En una relación proporcional directa, la constante de proporcionalidad se determina dividiendo el valor de la variable dependiente (*y*) entre el valor de la variable independiente (*x*) correspondiente. Se expresa como:

$$\frac{y}{x} = k$$

Cuando la relación proporcional es inversa, *k* se obtiene mediante el producto de la cantidad *x* de la variable independiente por la cantidad *y* de la variable dependiente que le corresponde:

$$x \times y = k$$

A continuación, se estudia el método más usual para resolver problemas de proporcionalidad: la llamada *regla de tres*. En los siguientes ejemplos se revisan los casos correspondientes a la proporcionalidad directa e inversa.

Ejemplo 1

En una escuela, las autoridades mandaron colocar un dispensador de agua, para los estudiantes, con una capacidad de 150 l. Dicho aparato puede rellenar 15 garrafas en 5 minutos. Para conocer cuántas garrafas se pueden rellenar con el dispensador durante los 20 minutos del recreo, se realiza el siguiente procedimiento:

Regla de tres para proporcionalidad directa: Si existe una relación proporcional directa entre *A* y *B*, entonces la cantidad que genera *C* se puede calcular:

Dato *A* es a Dato *B*
como Dato C es a *x*:

$$\frac{\text{Dato } B}{\text{Dato } A} = \frac{x}{\text{Dato C}} \quad \text{entonces } x = \frac{\text{Dato } B \times \text{Dato C}}{\text{Dato } A}$$

Información

- Dato *A*: Tiempo necesario = 5 minutos
- Dato *B*: Cantidad de garrafas = 15
- Dato *C*: Tiempo total = 20 minutos

5 minutos es a 15 garrafas como 20 minutos es a *x*.

$$x = \frac{15 \text{ garrafas} \times 20 \cancel{\text{minutos}}}{5 \cancel{\text{minutos}}} = 60 \text{ garrafas}$$

En el problema intervienen dos variables: el número de garrafas de agua y el tiempo en minutos. Obsérvese que en la ecuación unidad "minutos" de la variable tiempo se canceló. Una vez hecha la operación, se obtiene que se pueden rellenar 60 garrafas de agua durante el recreo.

Ahora, si se sabe que la capacidad del dispensador es de 150 l, pero en esta ocasión en 10 garrafas caben 5 l de agua, ¿cuántas garrafas se podrán rellenar antes de que el dispensador se quede sin agua? Para saber esto se realiza lo siguiente:

Método de reducción a la unidad: Si existe una relación proporcional directa entre *A* y *B*, el cociente entre un elemento de *B* y el elemento que le corresponde de *A* arroja el valor de la unidad (constante de proporcionalidad).

Dato *A* es a Dato *B*, entonces

Valor de la unidad: $\frac{\text{Dato } B}{\text{Dato } A}$

Así, a partir de la expresión obtenida al final de la página anterior, se tiene que

$x =$ Dato C $\times$ Valor de la unidad

Información

- Dato *A*: Litros de agua = 5
- Dato *B*: Garrafas = 10
- Dato *C*: Dispensador = 150 l

5 l es a 10 garrafas

Valor de la unidad:

$$\frac{\text{Dato } B}{\text{Dato } A} = \frac{10 \text{ garrafas}}{5 \text{ l}} = \frac{2 \text{ garrafas}}{1 \text{ l}}$$

2 garrafas por cada litro. Es decir, 2 garrafas por cada litro de agua.

$$x = 150 \text{ l} \times \frac{\text{Dato } B}{\text{Dato } A}$$

$$= 150 \text{ l} \times \frac{2 \text{ garrafas}}{1 \text{ l}} = 300 \text{ garrafas}$$

El dispensador alcanza a llenar de agua a 300 garrafas antes de vaciarse por completo.

Ejemplo 2

La administración escolar pretende que haya 4 dispensadores de agua y se desea conocer cuánto tiempo se necesita para atender a 60 estudiantes. En este caso, se usa la relación proporcional inversa, dado que cuando aumenta la cantidad de dispensadores se reduce el tiempo de atención para el mismo número de estudiantes.

Regla de tres para proporcionalidad inversa: Si existe una relación proporcional inversa entre A y B, entonces la cantidad que genera C se puede calcular:

Dato A es a Dato B

como Dato C es a x,

$$\text{Dato } A \times \text{Dato } B = \text{Dato C} \times x, \text{ entonces } x = \frac{\text{Dato } A \times \text{Dato } B}{\text{Dato C}}$$

Información

- Dato A: Dispensador que hay = 1
- Dato B: Tiempo = 20 minutos
- Dato C: Dispensadores = 4

1 dispensador	20 minutos
4 dispensadores	x

$$x = \frac{1 \text{ dispensador} \times 20 \text{ minutos}}{4 \text{ dispensadores}} = 5 \text{ minutos}$$

Es decir, aumentar 4 veces el número de dispensadores de agua hace que el tiempo de atención disminuya un cuarto.

Una relación proporcional puede ser directa o inversa; por ello, es importante identificar cuál de las dos se presentan ante una determinada situación, para así elegir el método más apropiado para su resolución. Al buscar la solución de un problema, es importante analizar la información con la que se cuenta, pues es fundamental para descubrir el dato faltante.

Ejemplos de resolución de problemas de reparto proporcional

En la vida se presentan situaciones donde es necesario repartir algunas cantidades, pero bajo determinadas condiciones. Si todos los participantes reciben la misma cantidad, se dice que el reparto es equitativo o justo, pero si cada participante recibe una cantidad en función de alguna condición dada, se dice que el reparto es proporcional y puede ser de proporción directa o inversa.

A continuación, se presentan algunos problemas cuya solución requiere el uso de razones de proporcionalidad directa para el reparto proporcional.

Ejemplo 1
A principio de año, la cooperativa escolar recibió los aportes de 200 estudiantes inscritos ese año. La administradora de la cooperativa concentró la información en la siguiente tabla:

Grupo	Cooperación individual por estudiante ($)	Número de estudiantes	Total recibido por grupo ($)
A	20	60	1200
B	50	75	3750
C	100	65	6500
Total		200	11450

Durante todo el año, la cooperativa vendió comida sana y frutas, y reunió $20 000. Ahora ese dinero debe repartirse entre todos los miembros de la cooperativa de forma proporcional, de acuerdo con la cantidad que entregaron al inicio del año y con la ganancia acumulada. Para conocer cuánto le tocará a cada estudiante se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

Regla para reparto proporcional directo: Para realizar el reparto proporcional directo de una cierta cantidad (M) a otras cantidades determinadas (a, b, c) se construyen las razones proporcionales de la siguiente manera:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{M}{a + b + c}$$

Donde $M = A + B + C$ y A, B y C son las cantidades a determinar.

Los estudiantes del grupo A aportaron $a = \$1200$; llámese A a la cantidad que les corresponde. El grupo B aportó $b = \$3750$, por lo que le corresponde la cantidad B y al grupo C, que aportó $c = \$6500$, le corresponderá la cantidad C. El desafío es concretar un reparto proporcional directo de los $20 000 recabados en el año escolar, entre los miembros. Es necesario generar las razones proporcionales mediante el método mencionado, para realizar un reparto proporcional directo:

$$\frac{A}{\$1\,200} = \frac{B}{\$3\,750} = \frac{C}{\$6\,500} = \frac{\$20\,000}{\$11\,450} = 1.747$$

Para conocer el valor aproximado de A, B y C, se multiplica la razón proporcional por la aportación de cada comunidad. Los resultados definen lo que a cada comunidad le corresponde de las ventas del año, aproximadamente, ya que al sumar estos valores rebasan la cantidad total por $3.50, derivado del redondeo de la razón proporcional anterior.

$$A = 1.747 \times \$1\,200 = \$2\,096.4$$
$$B = 1.747 \times \$3\,750 = \$6\,551.25$$
$$C = 1.747 \times \$6\,500 = \$11\,355.5$$

Al dividir cada monto entre el total de estudiantes de cada grupo, se concluye que cada estudiante de los grupos A, B y C recibirá, respectivamente, $34.94, $87.35 y $174.7.

Por otro lado, se pueden presentar situaciones de reparto inversamente proporcional, como el siguiente ejemplo:

Ejemplo 2
En una carrera de bicicletas se otorgan tres premios (primer, segundo y tercer lugar) cuya suma total es $1 450 000. En la misma, el ganador registró un tiempo de 1 hora y 12 minutos, el participante que llegó en segundo lugar demoró 96 minutos y el tercero llegó a la meta 12 minutos después del segundo competidor. Considerando que el premio se repartirá entre los tres lugares de acuerdo con el tiempo demorado, descubrir cómo se debe repartir el premio.

Regla para reparto inversamente proporcional: Para realizar el reparto inversamente proporcional de una cierta cantidad (M) a otras cantidades determinadas (a, b y c), se construyen las razones inversamente proporcionales de la siguiente manera:

$$\frac{A}{\frac{1}{a}} = \frac{B}{\frac{1}{b}} = \frac{C}{\frac{1}{c}} = \frac{M}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$$

Donde $M = A + B + C$ y A, B y C son las cantidades a determinar.

Información

- M: Monto total de los premios = $1 450 000
- a: Marca del 1er lugar = 1 h y 12 minutos = 72 minutos
- b: Marca del 2do lugar = 96 minutos
- c: Marca del 3er lugar = 96 minutos + 12 minutos = 108 minutos

Es importante determinar las fracciones equivalentes para facilitar la suma de fracciones. Para ello, se deben sustituir las variables por los minutos correspondientes; posteriormente, ubicar el mínimo común múltiplo de los denominadores y registrar las fracciones equivalentes cuyo denominador es el mínimo común múltiplo encontrado.

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{72} = \frac{12}{864}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{96} = \frac{9}{864}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{108} = \frac{8}{864}$$

Luego se calcula la suma de las razones inversas:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{12}{864} + \frac{9}{864} + \frac{8}{864} = \frac{29}{864}$$

Entonces, las razones inversamente proporcionales, de acuerdo con la regla, son:

$$\frac{A}{\frac{1}{72}} = \frac{B}{\frac{1}{96}} = \frac{C}{\frac{1}{108}} = \frac{1\,450\,000}{\frac{29}{864}} = 43\,200\,000$$

Por tanto, el ganador de la carrera se embolsará $600 000, pues:

$$A = 43\,200\,000 \times \frac{1}{72} = 600\,000$$

Al segundo lugar le corresponden $450 000, ya que:

$$B = 43\,200\,000 \times \frac{1}{96} = 450\,000$$

Y, para el competidor que llegó en tercer lugar, recibe $400 000, puesto que:

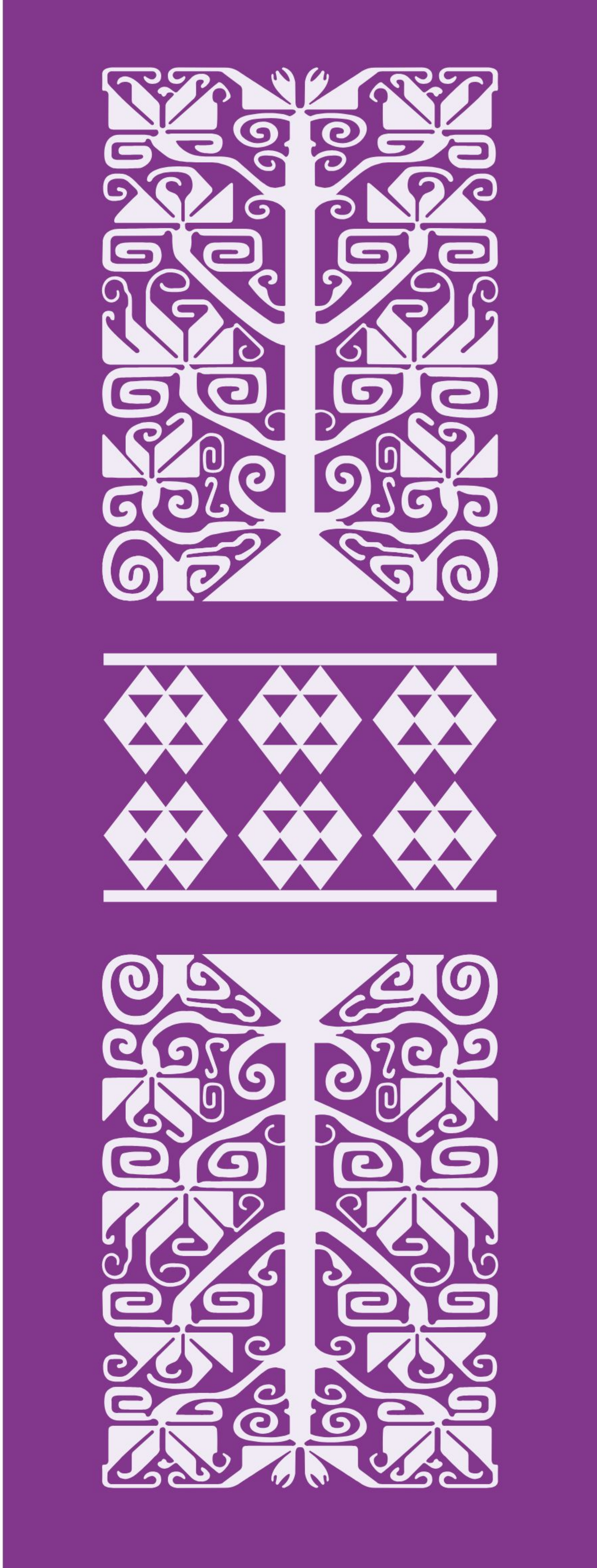
$$C = 43\,200\,000 \times \frac{1}{108} = 400\,000$$

El ganador de la carrera recibió un monto mayor al de los competidores que llegaron en segundo y tercer lugar, es decir, el corredor que empleó menor tiempo en terminar la carrera ganó mayor cantidad de dinero, es por ello que en esta situación se presenta una relación proporcional inversa.

En un reparto proporcional directo, las variables involucradas cambian de la misma manera, es decir, experimentan cambios de magnitud en el mismo sentido, hacia arriba o abajo (constante de proporcionalidad). Por otro lado, en un reparto inversamente proporcional, el cambio que sufren las variables es de proporcionalidad inversa: al incremento de una, le corresponde la disminución de otra, de acuerdo con las razones proporcionales determinadas.

Existen fenómenos o situaciones donde intervienen variables que cambian de manera proporcional. Con el estudio de la relación proporcional entre las variables independiente y dependiente, denotadas, respectivamente, por x y y, se puede determinar si se trata de una relación proporcional directa (cuando el cociente entre las variables es constante, es decir, $y \div x = k$) o si se trata de una relación proporcional inversa (cuando la constante entre las cantidades de estas variables resulta de la multiplicación $xy = k$).

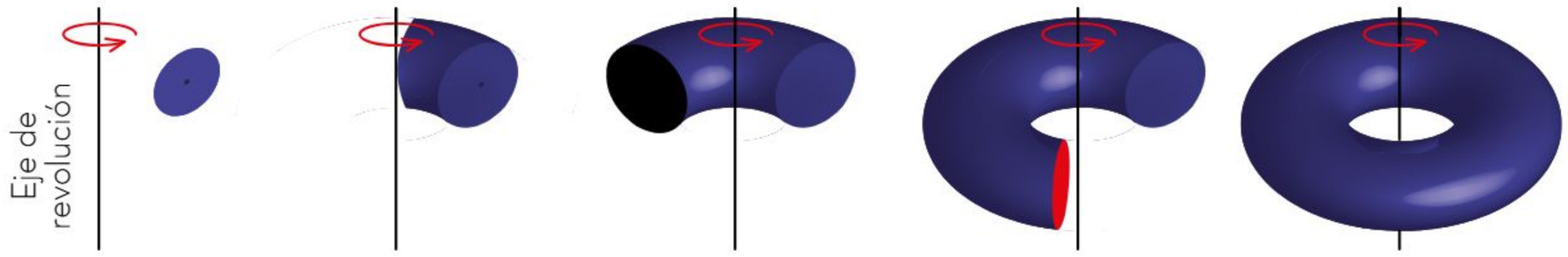
Generación de sólidos de revolución a partir de figuras planas



Para fabricar vasijas de cerámica, tradicionalmente se utiliza un torno de alfarero. Este aparato consiste en una superficie giratoria sobre la cual se coloca la arcilla. El artesano hace girar la superficie mientras moldea la arcilla. Con esta rotación se obtiene un sólido simétrico con respecto a un eje perpendicular a la superficie giratoria. Algunos de los sólidos geométricos básicos se crean con un procedimiento similar.

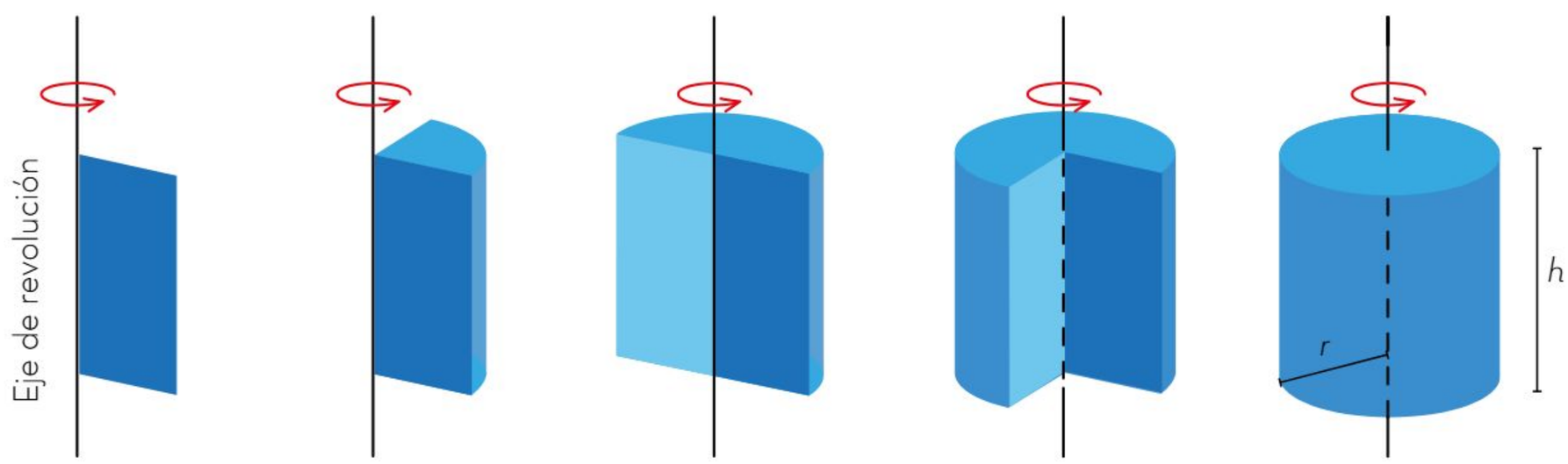
Construcción de sólidos de revolución a partir de figuras planas

Los sólidos de revolución, a diferencia de los geométricos, no se definen por las caras que los delimitan, sino a partir de la rotación completa de figuras planas alrededor de un segmento denominado *eje de revolución*.



Cilindro

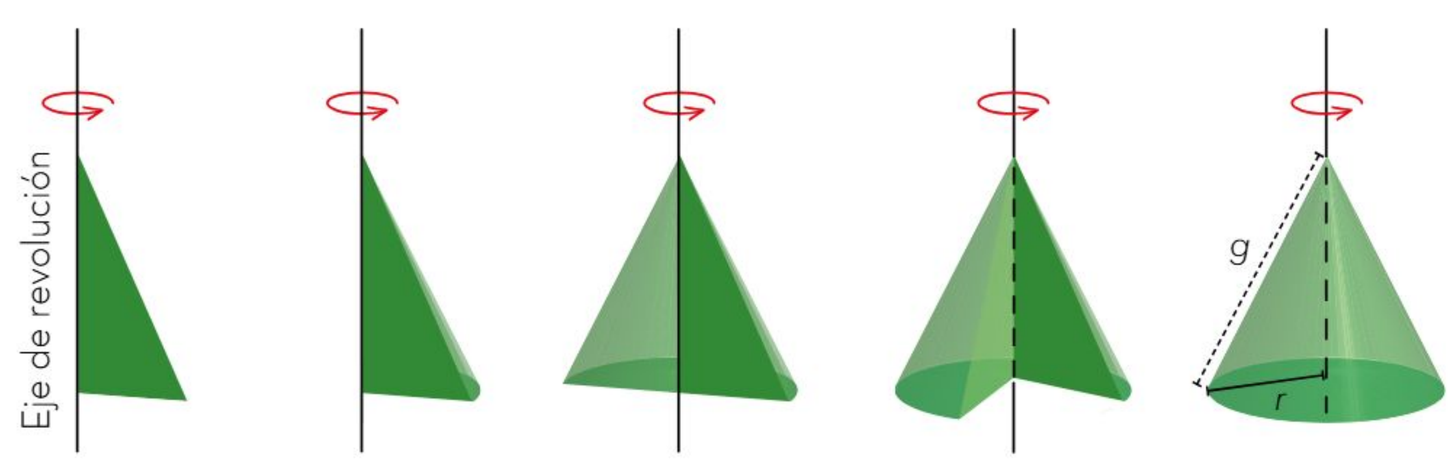
Un cilindro recto se puede obtener por medio de la revolución de un cuadrado o un rectángulo, siempre que el eje de revolución esté en uno de sus lados.



El cilindro resultante tiene un radio igual a la medida de la base del paralelogramo usado y su altura coincide con la medida del otro lado, paralelo al eje de rotación.

Cono

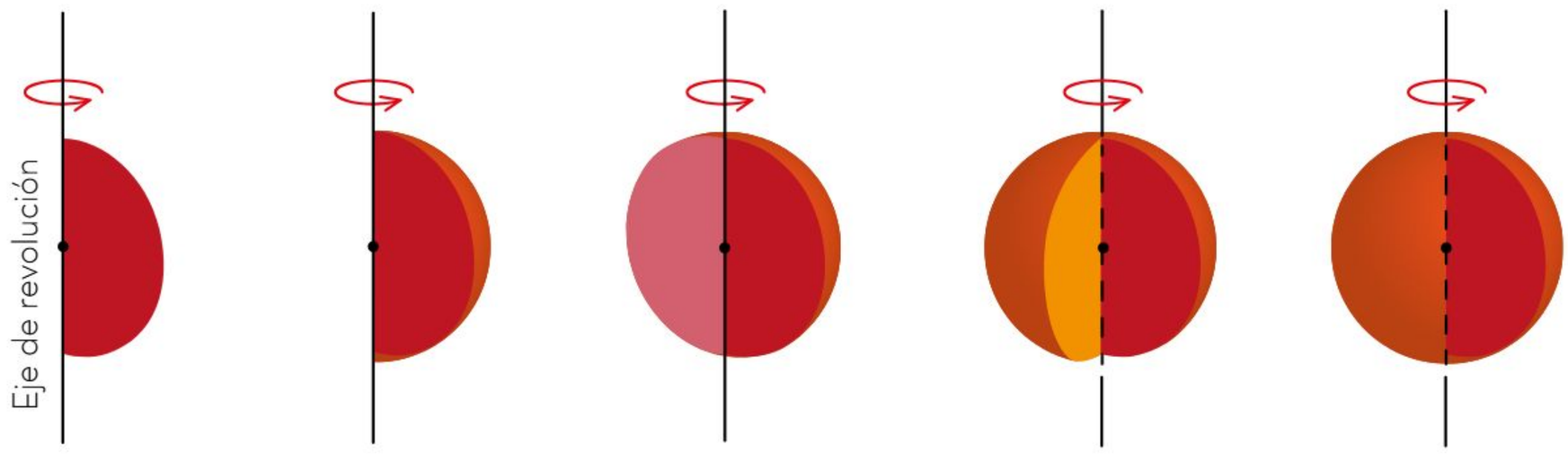
Un cono recto se obtiene por medio de la revolución de un triángulo rectángulo; el eje de revolución es uno de los catetos.



De manera similar al cilindro, el radio (r) del cono resultante es igual a la longitud de la base del triángulo, mientras la altura es igual a la longitud del lado sobre el que se apoyó el eje de revolución. La generatriz (g) es la hipotenusa del mismo.

Esfera

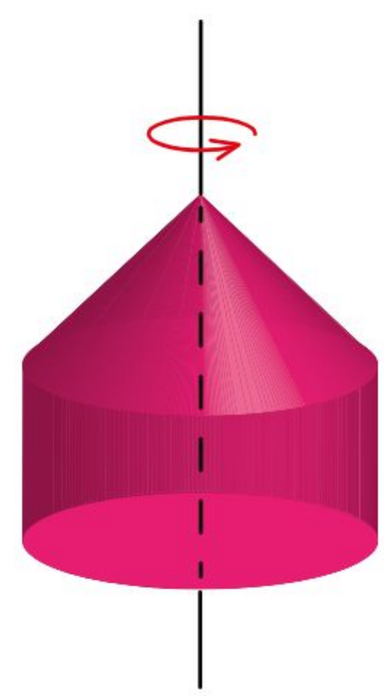
Para obtener la esfera como un sólido de revolución, se gira un semicírculo de modo que el eje de revolución sea una prolongación de su diámetro.



La semicircunferencia es una figura que se caracteriza porque todos los puntos de su lado curvo están a la misma distancia del punto medio del diámetro. Esta propiedad también se cumple en todos los puntos que forman la esfera, la cual se define como el conjunto de puntos equidistantes del punto denominado *centro*. Esa distancia hasta el centro se denomina *radio de la esfera*. La esfera comparte su centro con la semicircunferencia mediante la revolución de ésta, así como el radio.

Hay más sólidos que se pueden obtener por revolución, variando la distancia al eje de revolución o cambiando la posición de la figura con respecto al eje.

Ejemplo
Identificar el sólido de revolución que se obtiene con la figura y el eje mostrados en la imagen.



La figura plana está compuesta por un triángulo y un cuadrado. Esta información sirve para identificar el sólido de revolución que se obtiene con cada figura por separado. A partir del triángulo se obtiene un cono y el cuadrado genera un cilindro. El sólido de revolución resultante es una combinación de dichos sólidos, como se muestra en la figura.

Propiedades de los sólidos de revolución

Una propiedad de los sólidos de revolución es que, si se hacen girar sobre su eje de revolución, se obtiene exactamente el mismo sólido.

Adicionalmente, ante cualquier corte con un plano que contenga el eje de revolución, el resultado es siempre la misma figura.

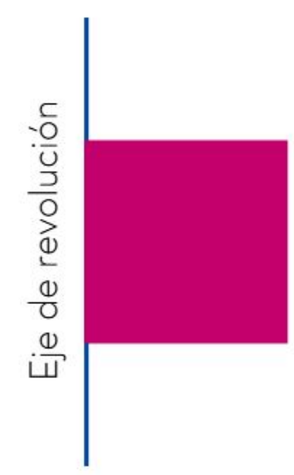
- El corte de un cilindro recto con un plano que contenga el eje de revolución siempre genera un rectángulo.
- El corte de un cono recto con un plano que contenga el eje de revolución siempre resulta en un triángulo isósceles.
- El corte de una esfera con un plano que contenga el eje de revolución siempre es una circunferencia.

Rotaciones incompletas alrededor del eje de revolución

Otra propiedad de los sólidos de revolución se relaciona con la magnitud del giro alrededor del eje de revolución. Cuando el giro no se completa, el volumen del sólido geométrico resultante es una fracción del volumen que se obtiene con el giro completo.

Ejemplo

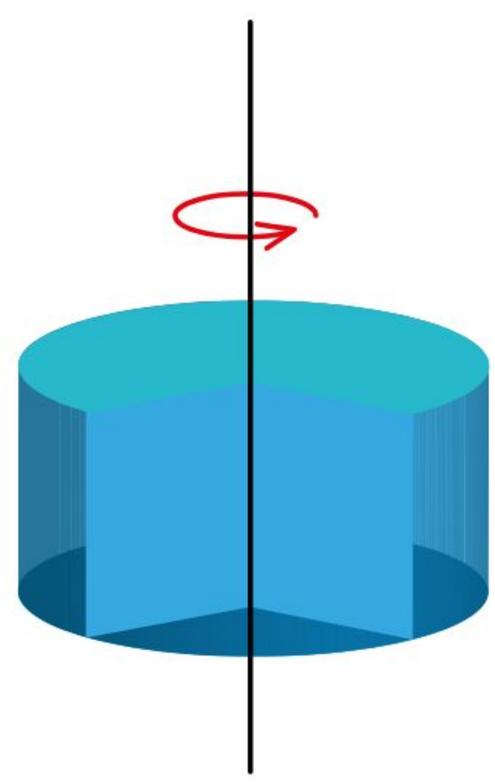
El sólido de revolución que se obtiene con el cuadrado de la figura tiene un volumen de 24π cm^3. ¿Cuál es el volumen del sólido resultante si la figura se rota tres cuartos del giro completo?



El primer paso consiste en identificar el sólido de revolución que resultaría de completar el giro; en este caso, es un cilindro. Luego, como se indica en el problema, se hacen tres cuartos de giro, de modo que el sólido resultante es el siguiente:

Por la magnitud de la rotación, el volumen de este sólido es tres cuartas partes del volumen del sólido completo:

$$V = \left(\frac{3}{4}\right)(24\pi \text{ cm}^3) = 18\pi \text{ cm}^3$$



El sólido resultante tiene un volumen de 18π cm^3.

La rotación de figuras alrededor de un eje representa un método alternativo para obtener sólidos geométricos denominados *sólidos de revolución*. Los sólidos de revolución más conocidos y las figuras planas que los generan son el cilindro, derivado de un cuadrado o un rectángulo; el cono, de un triángulo rectángulo; y la esfera, de un semicírculo. Entre las propiedades de los sólidos de revolución resalta su simetría con respecto al eje de revolución.

Las propiedades geométricas de los sólidos de revolución se aprovechan ampliamente en la industria, por eso se construyen máquinas como los tornos. Éstas tienen el objetivo de fabricar objetos simétricos de madera, metal, plástico y otros materiales rígidos.

Relaciones entre el volumen de la esfera, el cono y el cilindro

En el estudio de la geometría del espacio, se consideran diferentes tipos de cuerpos geométricos. Algunos tienen caras planas, como los poliedros, que incluyen los prismas y las pirámides. Pero también hay cuerpos geométricos con superficies curvas, y entre ellos están las esferas, los cilindros y los conos.

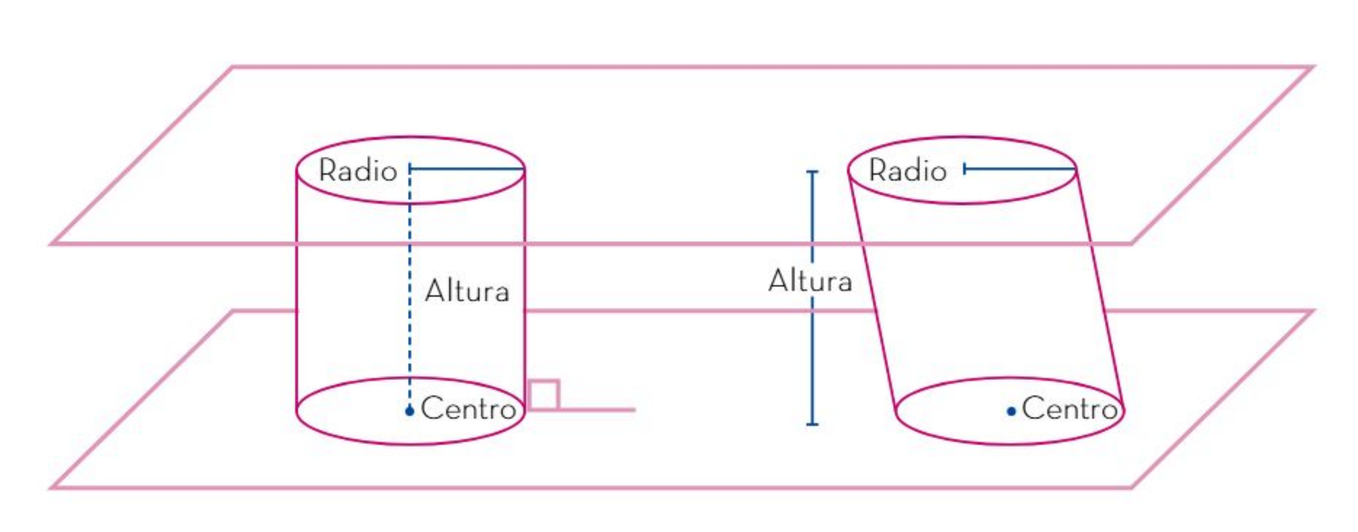
El cálculo del volumen en estos últimos cuerpos geométricos tiene la dificultad, precisamente, de sus caras curvas, entonces los procedimientos utilizados para los poliedros (con caras planas) cambian. Desde hace miles de años, la humanidad ha buscado diferentes estrategias para hacer estos cálculos, y lo ha logrado con la vinculación de los diferentes cuerpos geométricos entre sí y la utilización de procedimientos que llevaron a desarrollar más matemáticas.

Comprensión de las relaciones entre el volumen de la esfera, el cono y el cilindro

Entre los cuerpos geométricos con superficies curvas destacan la esfera, el cilindro y el cono, cuyos volúmenes se calculan con procedimientos similares a los usados para los poliedros, pero aplicados a cantidades cada vez más pequeñas.

Además, la relación que hay entre el cálculo de los volúmenes de estos sólidos también existe porque están vinculados con una curva plana muy conocida y útil en la vida diaria: el círculo.

Un *cilindro* es un cuerpo geométrico que se obtiene con la proyección de un círculo ubicado en un plano sobre otro plano paralelo. Si esta proyección sigue una trayectoria perpendicular a los planos, entonces se obtiene un cilindro recto o rectangular (a la izquierda en la imagen), de lo contrario se obtiene un cilindro oblicuo (a la derecha):



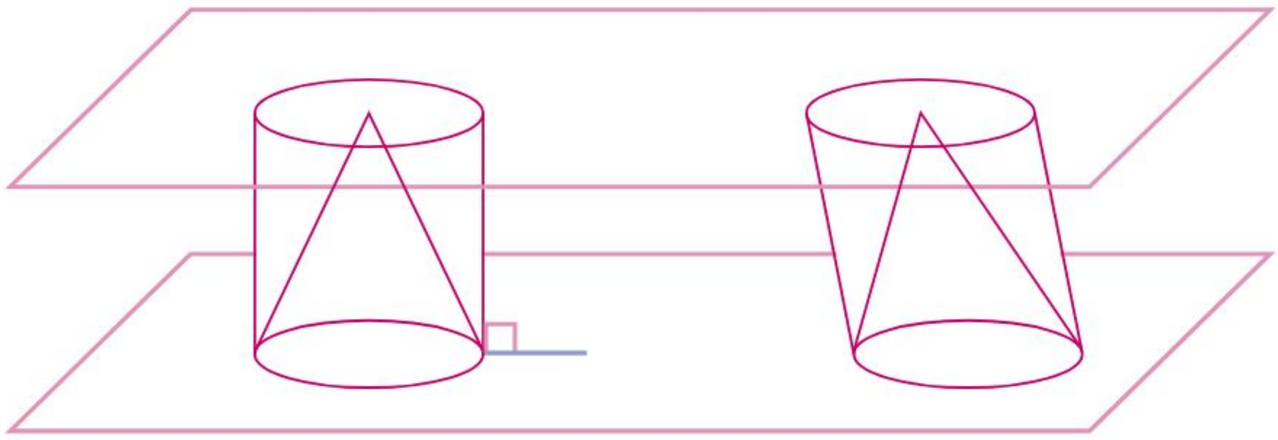
Al respecto, dos cosas se pueden obtener inicialmente. En primer lugar, a partir de un prisma cuya base sea un polígono regular con una gran cantidad de lados, de suerte que se aproxima a un cilindro, su volumen se puede obtener de una manera similar al de un prisma: multiplicando el área de la base (B) por la altura. Entonces, si r es el radio del círculo de la base del cilindro y h es la altura del cilindro, la fórmula para calcular el volumen del cilindro es:

$$\begin{aligned} V_{\text{cilindro}} &= B \times h \\ &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

En segundo lugar, como en el caso de los prismas, esta fórmula es válida sin importar si el cilindro es recto o no.

Ahora bien, si desde el centro de cualesquiera de las bases de un cilindro (puede ser la superior) se hace una proyección hasta el contorno de la otra base, se obtiene una superficie curva, la cual, unida a la base, forma un

cono cuyo vértice es el punto elegido en la parte superior. Si el cilindro original es un cilindro recto, el sólido que se obtiene es un cono recto (imagen de la izquierda):

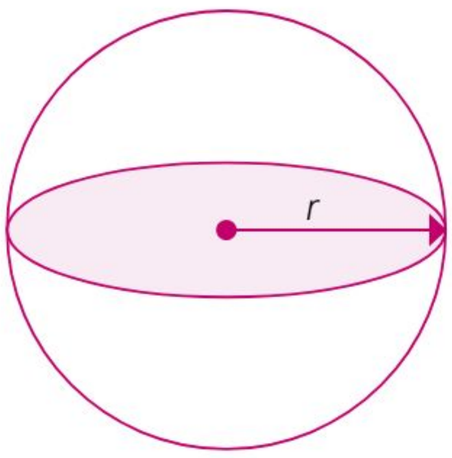


Igual que con la relación entre cilindros y prismas, un cono se puede aproximar a partir de una pirámide, cuya base sea un polígono regular con muchos lados:

Así, el volumen del cono es un tercio del producto del área de su base (B) por su altura. Entonces, si r es el radio del círculo de la base del cono y h es su altura, se tiene la siguiente fórmula para el volumen del cono:

$$\begin{aligned} V_{\text{cono}} &= \frac{1}{3} B \times h \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$

Como en el caso de los cilindros, no importa si el cono es recto o no, la fórmula para el cálculo del volumen es la misma.

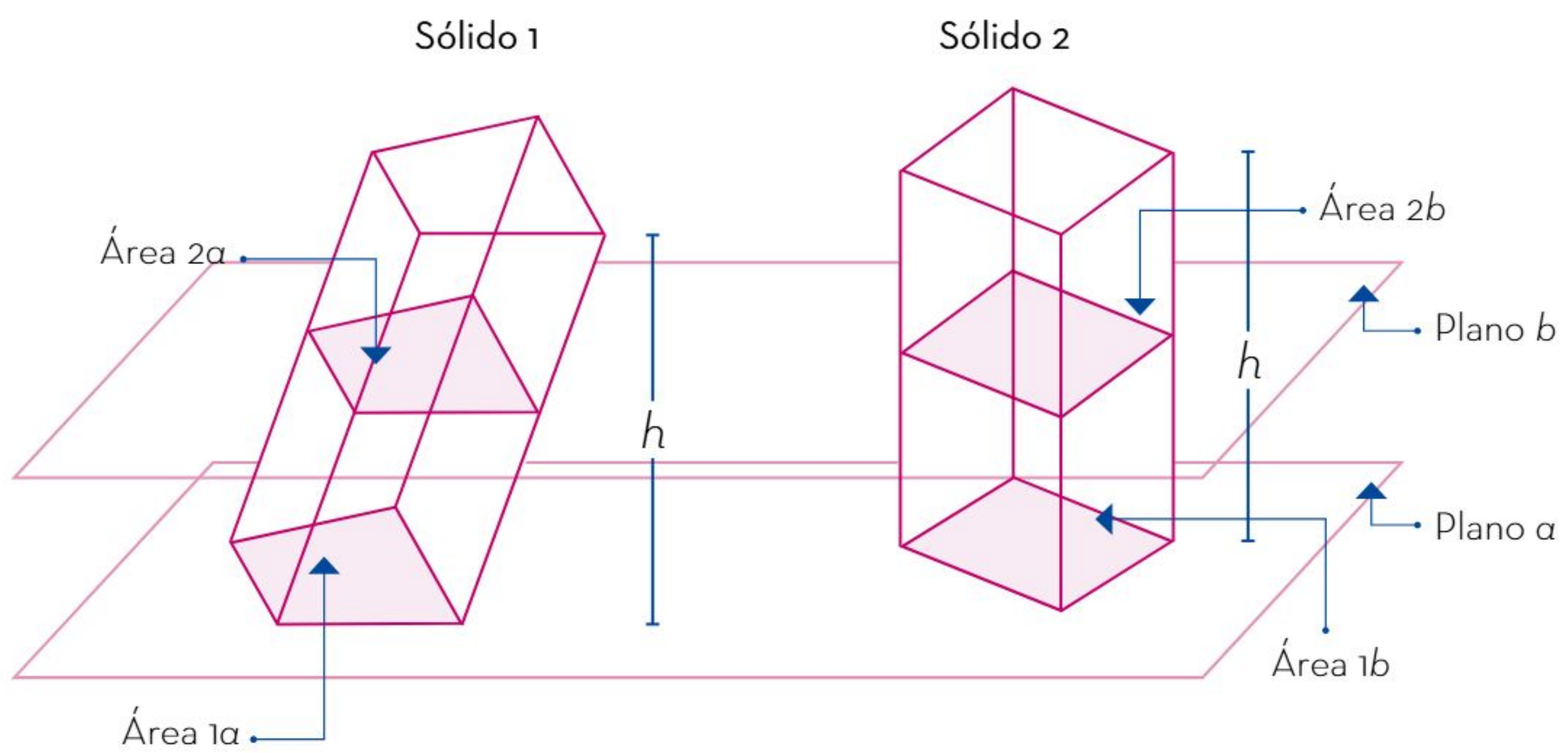


El tercer cuerpo geométrico, la esfera, es el conjunto de puntos que están a una misma distancia de un punto llamado *centro*. Esa distancia es el radio (r) de la esfera. Si un plano corta a la esfera y pasa por su centro, se forma un círculo, cuyo centro y radio son los mismos que los de la esfera.

Ahora bien, para obtener el volumen de la esfera se puede utilizar una propiedad llamada *principio de Cavalieri*. Este principio funciona de la siguiente manera:

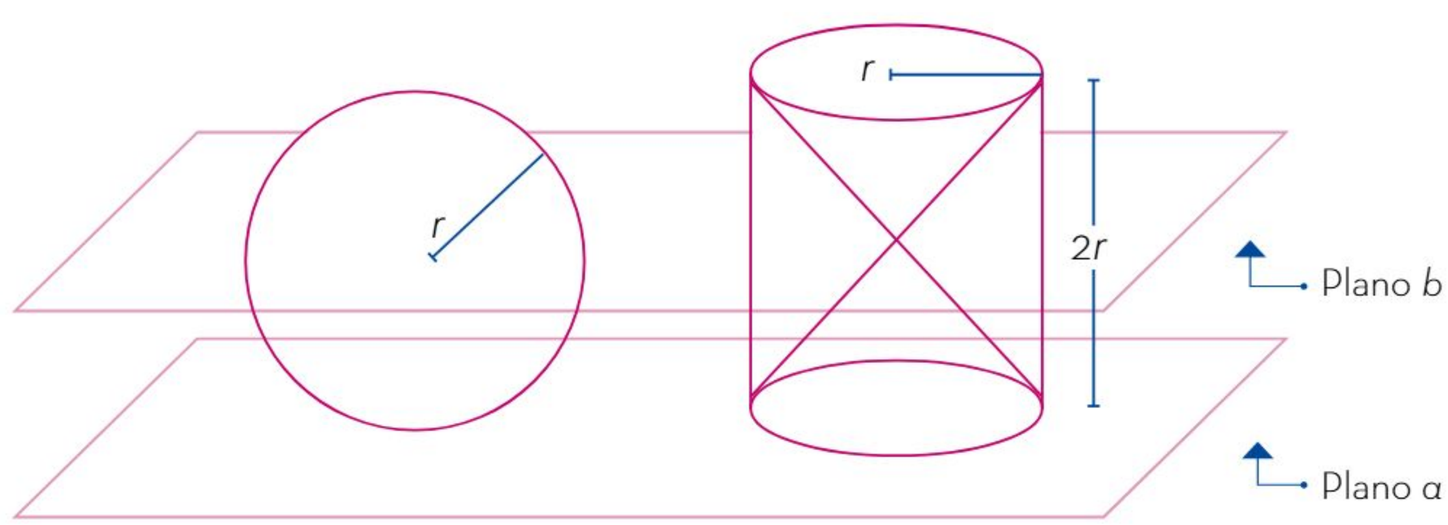
1. Se toman dos sólidos (1, 2) y se colocan sobre un plano (*a*).
2. Se cortan los dos sólidos con un plano paralelo (*b*) al plano sobre el que se están apoyando.
3. Se comparan las áreas que se obtienen en los cortes del paso anterior.
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que no haya intersección entre los sólidos y el plano paralelo que se traza.
5. Si todas las comparaciones de las áreas son iguales, entonces los dos sólidos tienen el mismo volumen.

Esto se ilustra a continuación:

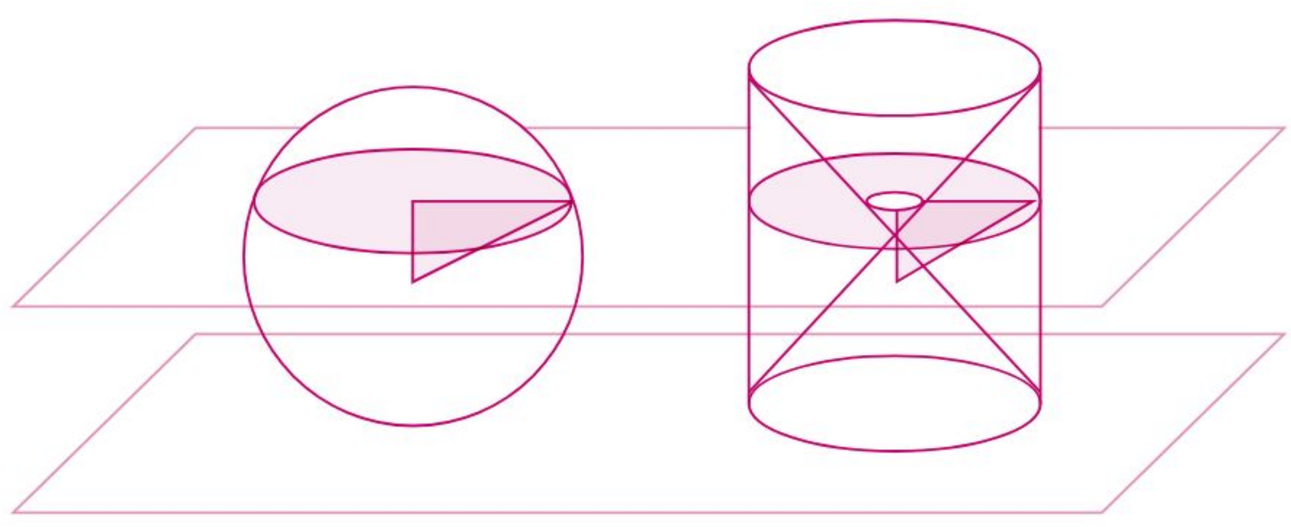


El volumen de la esfera se relaciona con el volumen del cono y del cilindro utilizando este principio.

En la imagen siguiente, el primer sólido es una esfera de radio *r*. El segundo sólido es un cilindro recto cuyas bases tienen radio *r* y su altura es el doble del radio (2*r*), pero a ese cilindro se le han quitado dos conos rectos, cuyas bases coinciden con las del cilindro, y sus vértices coinciden entre sí.



Como la esfera tiene radio r y el cilindro (al que se le han quitado los conos en su interior) tiene altura de $2r$, los dos sólidos tienen la misma altura. Entonces, es posible ponerlos sobre un plano a y hacer cortes con un plano P paralelo al de la base:



Si se considera que el plano P (el que corta a los dos sólidos) está a una distancia d del centro de la esfera, entonces el cálculo de las áreas de los cortes del plano a los dos sólidos es el siguiente:

Para el caso de la esfera, se tiene que el corte generado es un círculo cuyo radio (r_c) se puede obtener utilizando el teorema de Pitágoras para obtener $d^2 + r_c^2 = r^2$. Al despejar, se tiene que $r_c^2 = r^2 - d^2$ y al calcular el área del círculo obtenido por el corte, se tiene:

$$A_{\text{corte esfera}} = \pi r^2{}_c = \pi(r^2 - d^2) = \pi r^2 - \pi d^2$$

Por otro lado, el mismo plano al cortar el otro sólido (el cilindro al que se le han quitado los conos) genera una corona circular, cuyo radio exterior es r y con radio interior de medida d. Y como el área de una corona circular se obtiene al calcular el área del círculo grande (con radio r) y luego restarle el cálculo del círculo chico (con radio d), lo que se obtiene es:

$$A_{\text{corte esfera}} = \pi r^2 - \pi d^2$$

Se observa que ambas áreas, sin importar dónde se ubique el plano P, son iguales, así que es posible considerar el principio de Cavalieri, y entonces calcular el volumen del sólido de la derecha (el cilindro al que se le quitaron los conos) y así obtener el volumen del sólido de la izquierda (la esfera):

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h = \pi r^2 (2r)$$

$$V_{\text{conos}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 (2r)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} V_{\text{cilindro}} - V_{\text{conos}} &= \pi r^2 (2r) - 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 (r)\right) \\ &= 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi r^3 \end{aligned}$$

Esto quiere decir, por el principio de Cavalieri, que el volumen de una esfera de radio r también es $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Los sólidos esfera, cono y cilindro están vinculados en su forma, pero también en el cálculo de sus volúmenes. Así, por un lado, si las bases de un cilindro y un cono tienen el mismo radio, y sus alturas también son iguales, el volumen del cono será un tercio del que tiene el cilindro.

Por otro lado, si un cilindro recto tiene el mismo radio en su base que una esfera, y su altura es el doble del radio, el volumen de la esfera es dos tercios el volumen del cilindro.

Como se ha mostrado, los cálculos en los volúmenes de los tres sólidos están vinculados entre sí. Esta relación ocurre en buena medida porque los tres sólidos están construidos con superficies curvas que pueden, de una u otra manera, ser generadas a partir de círculos.

Estrategias para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros

Conocer el costo de una construcción es de vital importancia para saber si se puede realizar o no. Una gran parte de este costo proviene de los materiales, como el concreto, y en su transporte; por ello es indispensable conocer el volumen de toda la obra.

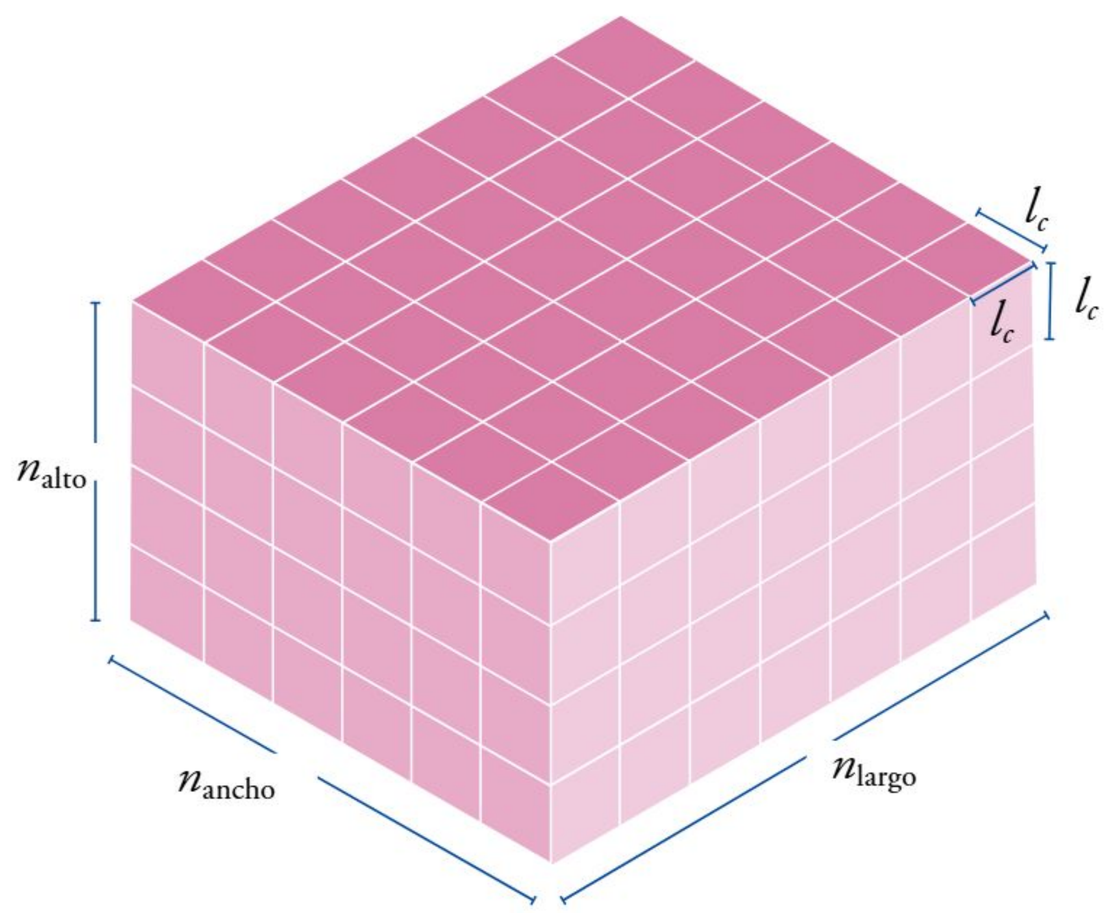
Para calcularlo, se hace un diseño previo para determinar la forma de la construcción, la cual indicará los sólidos geométricos que la componen.

Comprensión de distintos métodos para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros

Existen diferentes técnicas para calcular el volumen de los sólidos geométricos. Hay estrategias que permiten calcular esta propiedad en términos de las medidas principales de sólidos, como prismas, pirámides y cilindros.

Prisma de base rectangular

Para calcular el volumen de un prisma de base rectangular, se puede recurrir a la identificación de los cubos más pequeños que lo componen. En el prisma se puede identificar el número de cubos pequeños que hay a lo ancho, largo y alto, los cuales se denotarán como n_{ancho}, n_{largo} y n_{alto}. Así, el número total de cubos pequeños en el prisma es $n_T = n_{\text{ancho}} \times n_{\text{largo}} \times n_{\text{alto}}$; en la imagen se representan estos datos.



El volumen de cada cubo pequeño V_c es el triple producto de la medida de su arista l_c, es decir, $V_c = l_c^3 = l_c \times l_c \times l_c$.

Con esta información, el volumen del prisma, V_P, se puede expresar como sigue:

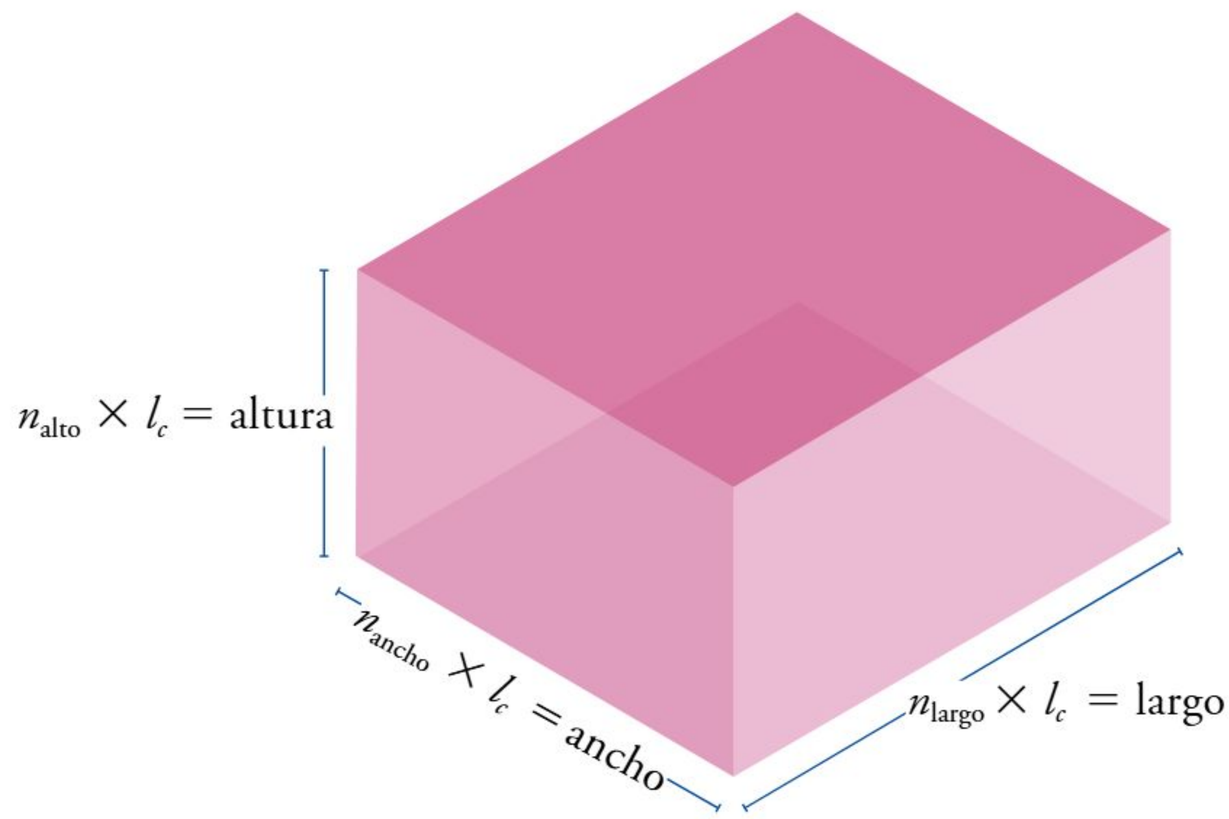
$$V_P = n_T \times V_c = (n_{\text{ancho}} \times n_{\text{largo}} \times n_{\text{alto}}) \times (l_c \times l_c \times l_c)$$

Al tratarse de un producto de cantidades, se pueden asociar de diferente forma:

$$V_P = (n_{\text{ancho}} \times l_c) \times (n_{\text{largo}} \times l_c) \times (n_{\text{alto}} \times l_c)$$

La cantidad de cubos de la altura del prisma por la medida de la arista del cubo equivale a la altura del prisma, y lo mismo aplica para las otras medidas:

$$n_{\text{ancho}} \times l_c = \text{ancho}_{\text{prisma}},\ n_{\text{largo}} \times l_c = \text{largo}_{\text{prisma}},\ n_{\text{alto}} \times l_c = \text{altura}_{\text{prisma}}$$



Entonces, el volumen del prisma es:

$$V_P = (\text{ancho}_{\text{prisma}} \times \text{largo}_{\text{prisma}}) \times \text{alto}_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \text{altura}_{\text{prisma}}$$

El área de la base del prisma, simbolizada como A_b, se obtiene al multiplicar su ancho por su largo. La altura se representa como h. De esta forma el volumen del prisma se calcula con la siguiente expresión:

$$V_P = A_b \times h$$

Esta idea se puede extender a cualquier prisma, sin importar el polígono de su base. Es decir, de manera general el volumen de un prisma es el producto del área de su base por su altura.

Ejemplo
Se desea calcular el volumen de un prisma de base rectangular, el cual se compone de cubos de 3.2 cm de arista. El prisma tiene 5 cubos de ancho, 3 cubos de largo y 7 cubos de altura.

Para obtener el número total de cubos (n_T), se multiplica la cantidad de cubos que hay en cada lado: $n_{\text{ancho}} = 5$, $n_{\text{largo}} = 3$, $n_{\text{alto}} = 7$.

$$n_T = 5 \times 3 \times 7 = 105$$

El volumen de cada cubo que conforma el prisma tiene el siguiente volumen:

$$V_C = (3.2\ \text{cm})^3 = 32.768\ \text{cm}^3$$

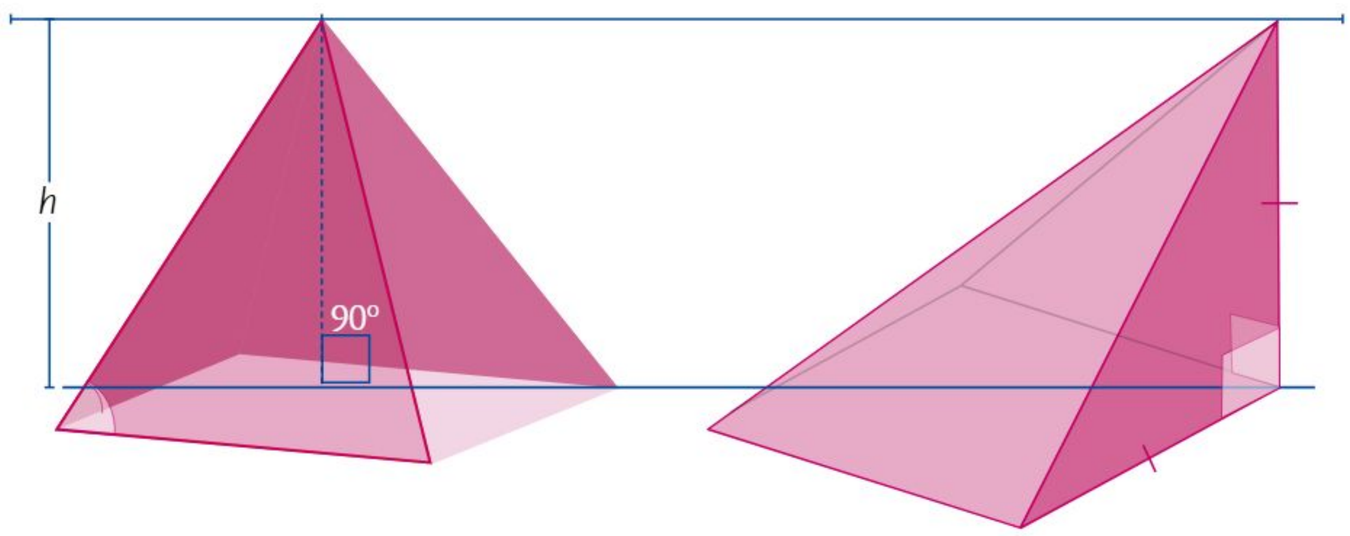
El volumen del prisma es

$$V_p = (105)32.8 \text{ cm}^3 = 3\,440.64 \text{ cm}^3$$

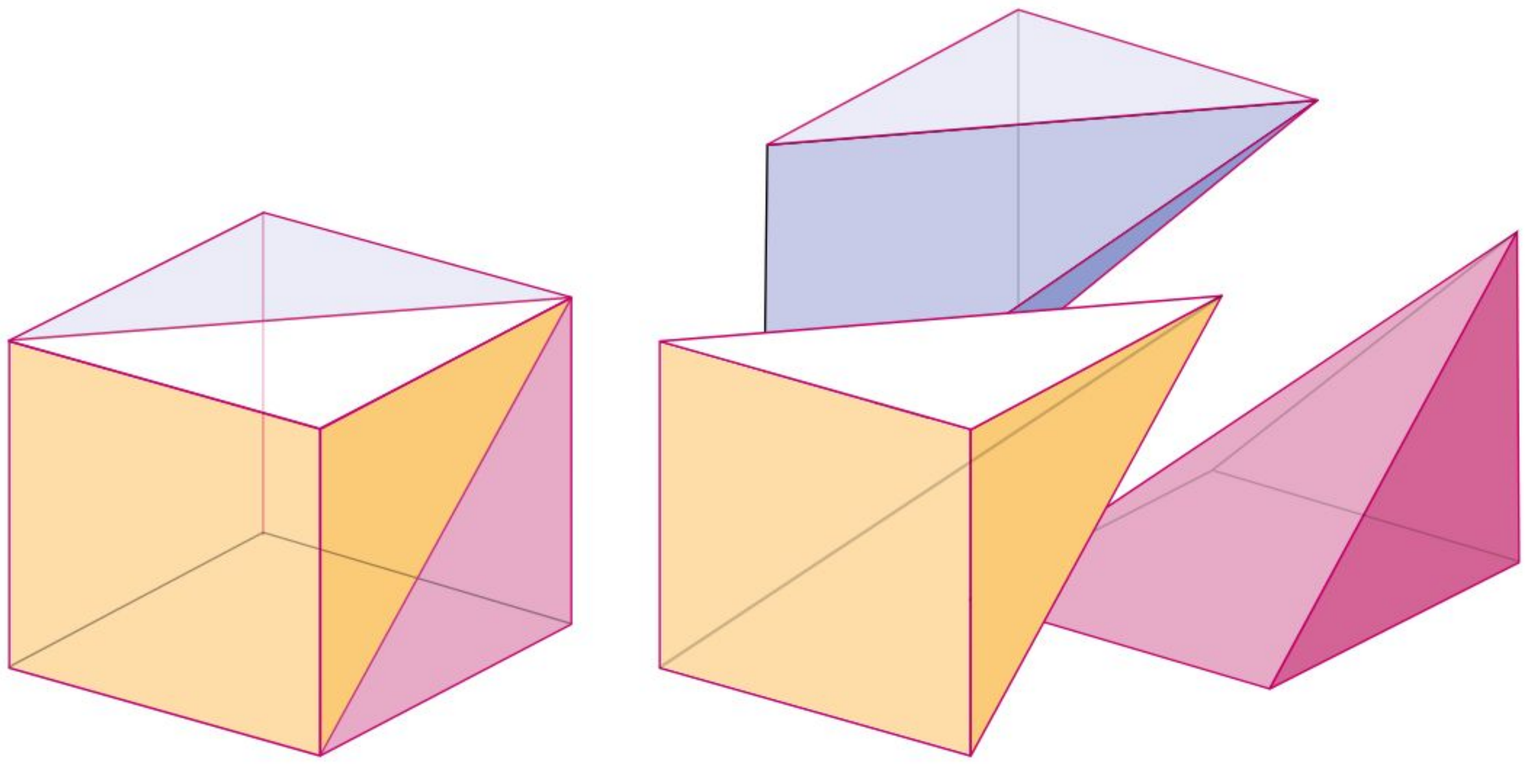
Esto es equivalente a multiplicar la medida del ancho y largo que forman la base del prisma por la altura.

Pirámide de base cuadrada

Las dos pirámides que se muestran en la imagen tienen la misma altura y también la misma base cuadrada. Al compartir estas características es posible aplicar el principio de Cavalieri y concluir que el volumen de ambas es el mismo.



La altura de ambas pirámides es igual a la arista de su base, pues la figura de la derecha tiene un par de triángulos rectángulos isósceles como caras laterales: uno de los lados iguales coincide con la altura y el otro con la base. Si se tienen tres pirámides congruentes a la de la derecha, se forma un cubo, como se aprecia en la siguiente figura:



Al hacer una descomposición del cubo, como la que se observa en la figura, se tiene que el volumen de la pirámide es una tercera parte del volumen del cubo:

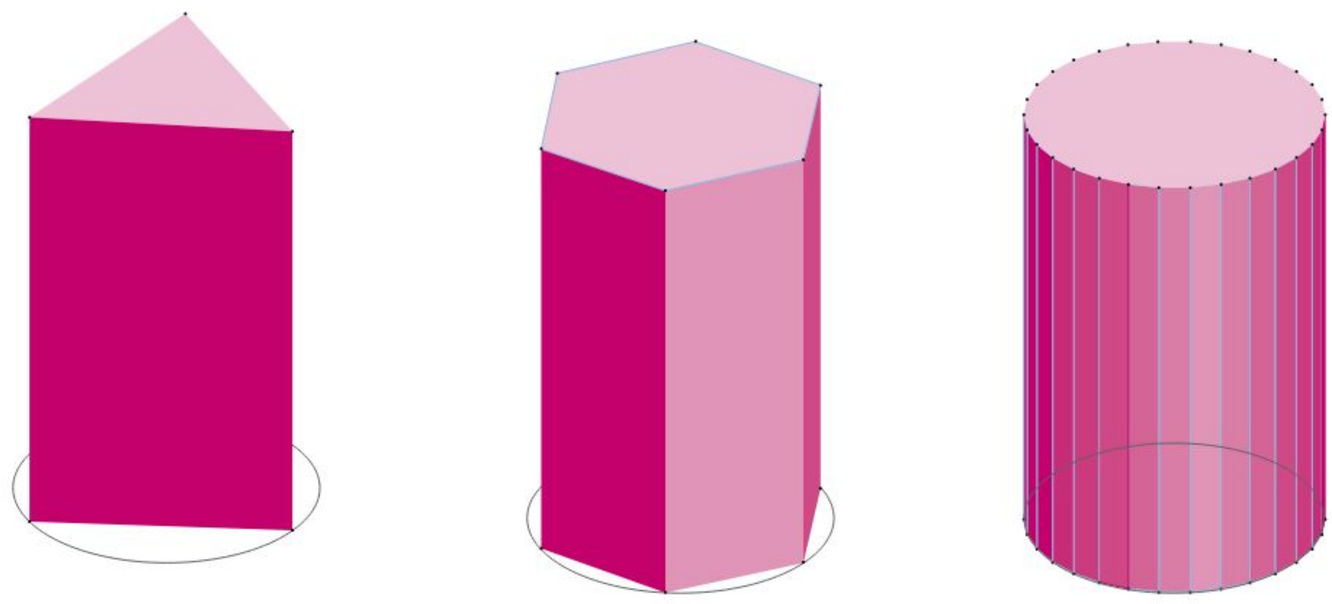
$$V_{\text{pirámide}} = \frac{l^3}{3} = \frac{(l \times l) \times l}{3} = \frac{A_b \times h}{3}$$

Como el cubo y la pirámide tienen la misma base y altura, entonces el volumen de ambas pirámides es un tercio del producto de su base por su altura.

Cilindro

El volumen de un cilindro se puede determinar con ayuda del volumen de los prismas que tiene un polígono regular como base.

En la siguiente imagen se muestra una secuencia de prismas, en la que aumenta el número de lados de la base de cada polígono.



Prisma de base triangular | Prisma de base hexagonal | Prisma con polígono de 30 lados como base

A medida que aumenta el número de lados del polígono de la base del prisma, su área se aproxima a la de un círculo. Con esto, el volumen del prisma se acerca al volumen de un cilindro a medida que aumenta el número de caras laterales.

Por la comparación del volumen de un cilindro y un prisma recto con polígono regular como base, se tiene que el volumen de un cilindro V_{cilindro} se calcula con la fórmula:

$$V_{\text{cilindro}} = b \times h$$

En la que a es la altura del cilindro y b es el área de su base. En términos del radio del cilindro, el volumen es:

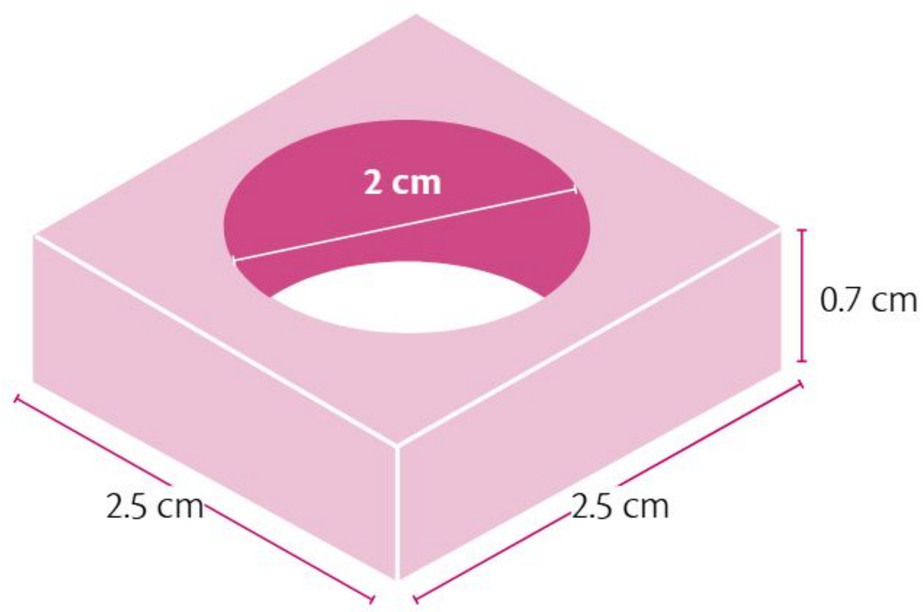
$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \times h$$

Tomando como base el cubo, se pueden deducir diferentes técnicas para calcular el volumen de algunos sólidos geométricos. Adicionalmente, se cuenta con el principio de Cavalieri, que permite calcular el volumen de sólidos geométricos inclinados. Las fórmulas que se obtienen están en términos de las principales medidas del sólido geométrico, como su altura y el área de su base.

Resolución de problemas que implican el cálculo del volumen de prismas, pirámides y cilindros

Se aplican diversas técnicas en situaciones que involucren el volumen de algunos sólidos geométricos.

Ejemplo 1
Calcular el volumen de la arandela que se muestra en la imagen.



La arandela es un prisma de base cuadrada que tiene un agujero en forma de cilindro. El volumen de la arandela será entonces el volumen del prisma menos el volumen del cilindro.

- Volumen del prisma
  El área de la base del prisma es 6.25 cm^2: $b_P = 2.5 \times 2.5 = 6.25$
  El volumen del prisma es 4.375 cm^3: $V_P = b_P \times a_P = 6.25 \times 0.7 = 4.375$

- Volumen del cilindro
  En la imagen se indica el diámetro del cilindro D_c, y su altura es la misma de la arandela.

  El área de la base del cilindro es 3.14 cm^2: $b_c = \pi\left(\frac{D_c}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{2}{2}\right)^2 = \pi \approx 3.14$

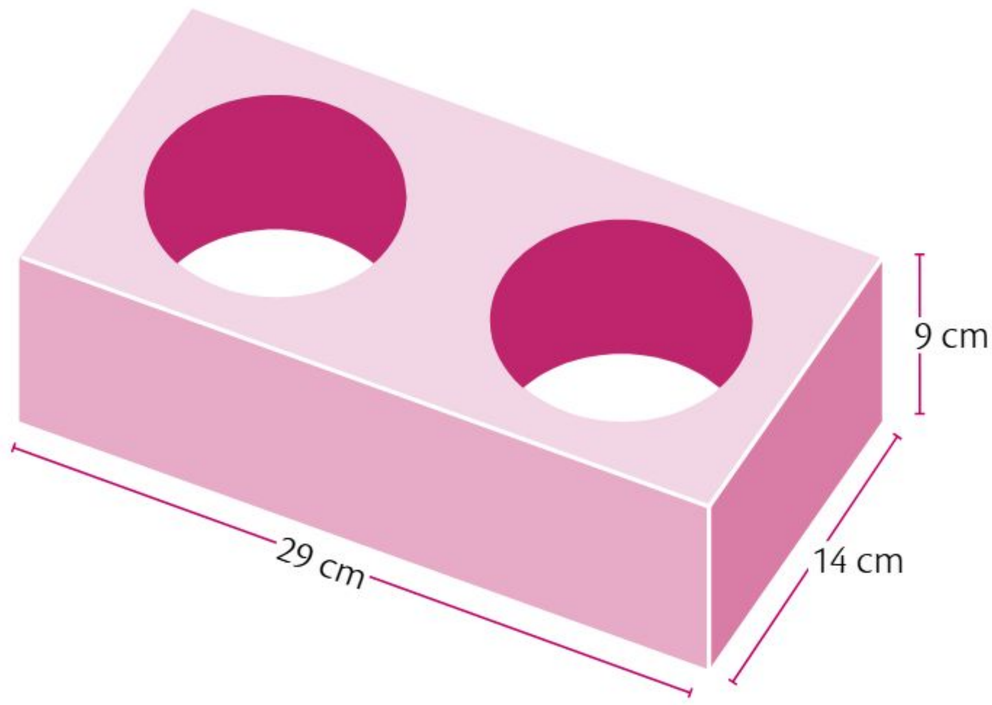
  El volumen del cilindro es 2.198 cm^3: $V_c = b_c \times a_P = \pi \times (3.14)(0.7) = 2.198$

- Volumen de la arandela
  Por último, se restan los volúmenes para obtener el volumen de la arandela:
  $V_a = V_P - V_c = 4.375\ \text{cm}^3 - 2.198\ \text{cm}^3 = 2.177\ \text{cm}^3$.

El volumen de la arandela es aproximadamente de 2.177 cm^3.

Ejemplo 2

Un ladrillo estructural se caracteriza por tener aberturas que permiten el paso del hierro para así reforzar el muro. El ladrillo que se muestra en la imagen tiene un volumen aproximado de 2 240 cm^3 y se requiere conocer el radio de sus aberturas.



El volumen del ladrillo V se obtiene de la resta del volumen del prisma y el de dos cilindros iguales $2V_c$. En primer lugar, se calcula el volumen del prisma, como si no tuviera aberturas:

- Base del prisma: $b_P = 29 \text{ cm} \times 14 \text{ cm} = 406 \text{ cm}^2$
- Volumen del prisma: $V_P = b_P \times a_P = 406 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} = 3\,654 \text{ cm}^3$

Luego, se calcula el volumen que se retiró, es decir, el de los dos cilindros; para esto se plantea el volumen del ladrillo:

$$V = V_P - 2V_c$$

Después, se obtiene sólo el volumen de un cilindro (como son iguales, no es necesario hacer las dos operaciones):

$$V_c = \frac{V_P - V}{2} = \frac{3\,654 \text{ cm}^3 - 2\,240 \text{ cm}^3}{2} = 707 \text{cm}^3$$

Por último, se plantea la expresión para obtener el volumen de un cilindro:

$$V_c = b_c \times h_P = \pi r^2 \times h,$$

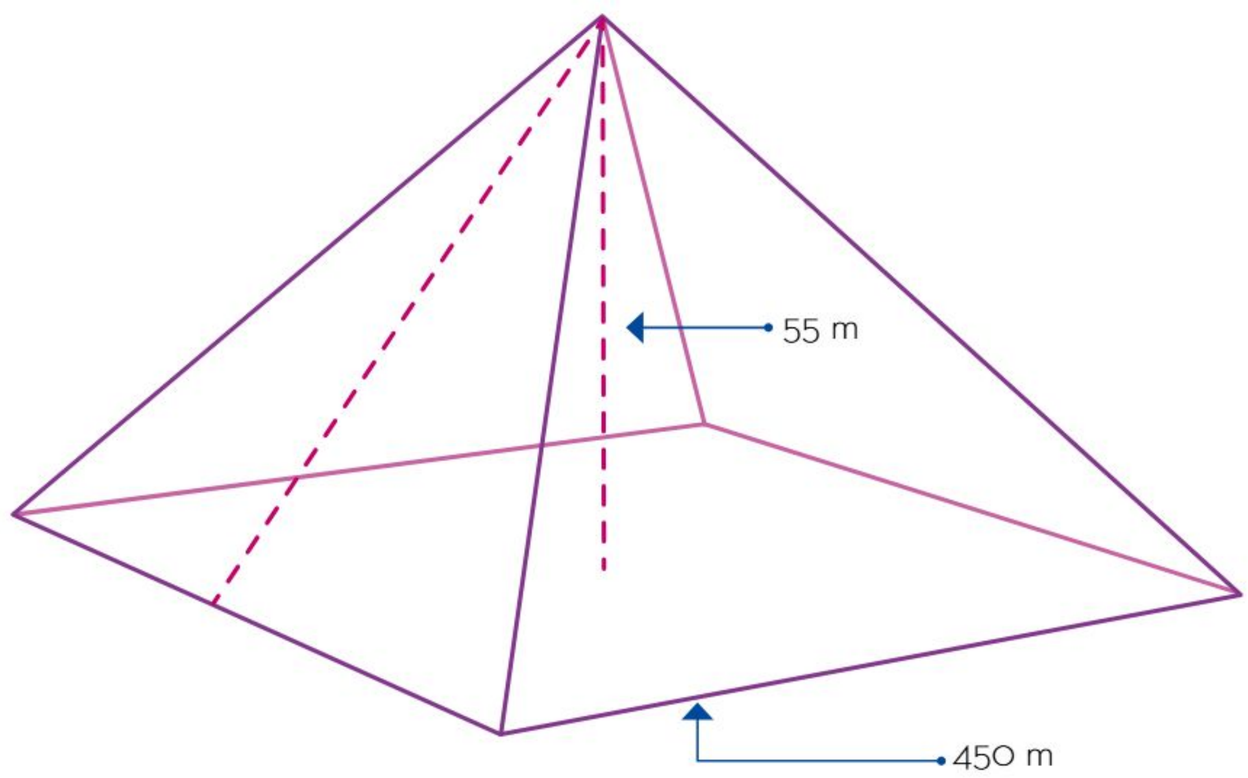
la cual se utiliza para obtener su radio r:

$$r = \sqrt{\frac{V_c}{\pi h}} = \sqrt{\frac{707}{9\pi}} \approx \sqrt{25} = 5$$

Se concluye que el radio de cada abertura es aproximadamente de 5 cm.

Ejemplo 3

La Gran Pirámide de Cholula, ubicada en Puebla, es el basamento piramidal que tiene mayor volumen entre las estructuras de este tipo en el mundo. Su forma se asemeja a la de una pirámide cuadrada.



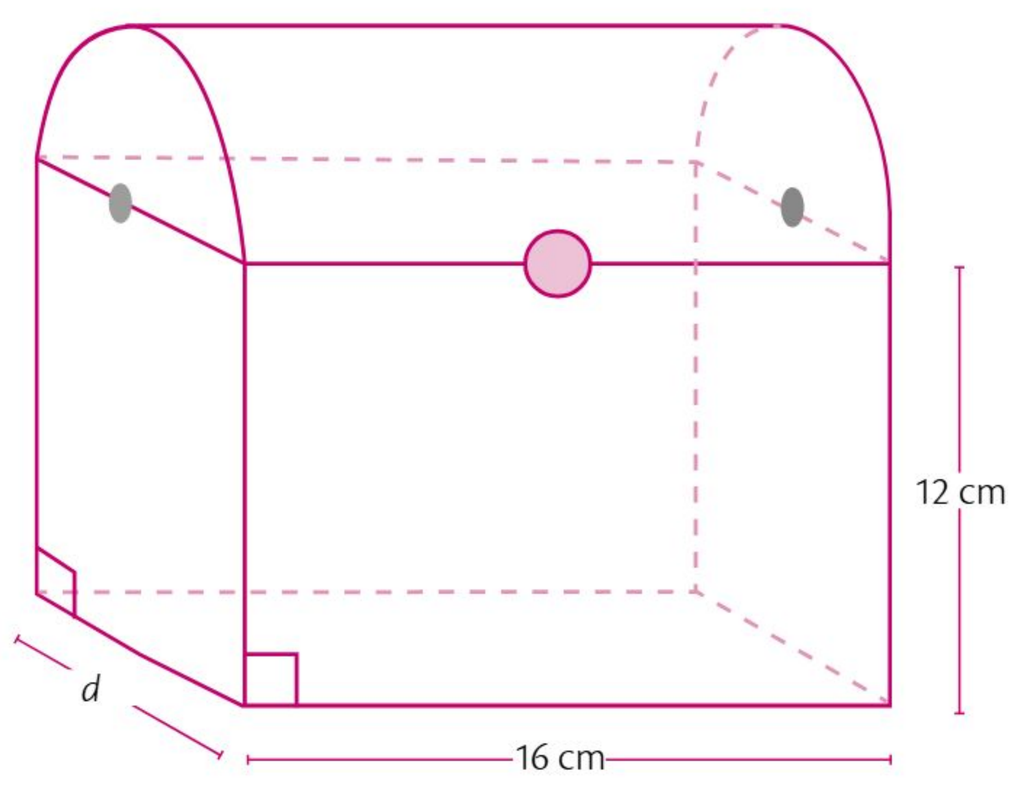
Su altura es de 55 m, mientras que la arista de su base mide 450 m. Calcular el volumen de esta gran pirámide.

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} b_P \times h_P = \frac{1}{3}(450\,\text{m} \times 450\,\text{m}) \times 55\,\text{m} = 3\,712\,500\,\text{m}^3$$

El resultado indica que la Gran Pirámide de Cholula tiene alrededor de 3 712 500 m^3 de volumen.

Ejemplo 4

Se busca calcular la medida que falta de un cofre, si se considera que su volumen es aproximadamente 2 548.3 cm^3. Para los cálculos se aproxima π a 3.14.



El cofre se puede ver como un sólido geométrico que consta de medio cilindro y un prisma. La medida faltante corresponde a uno de los lados del prisma, que es a su vez el diámetro del medio cilindro.

Se inicia con el planteamiento del volumen del sólido como la suma de sus partes:

$$V = \frac{1}{2} V_c + V_P$$

En la expresión, V_c es el volumen del cilindro completo y V_P es el volumen del prisma.

Luego, se plantea el volumen del cilindro, teniendo en cuenta que su altura es 16 cm:

$$V_c = b_c \times a = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 (16) = 16 \frac{\pi}{4} d^2 = 12.56 d^2$$

Después, se plantea el volumen del prisma:

$$V_P = b_P \times h = 12d \times 16 = 192d$$

Se remplazan los resultados en la expresión del volumen del sólido:

$$V = \frac{1}{2} V_c + V_P = \frac{1}{2} 12.56 d^2 + 192d = 6.28 d^2 + 192d$$

Al remplazar el valor del volumen total se obtiene una ecuación cuadrática:

$$2\,548.3 = 6.28 d^2 + 192d \rightarrow 6.28 d^2 + 192d - 2\,548.3 = 0$$

Para su solución se aplica la fórmula general:

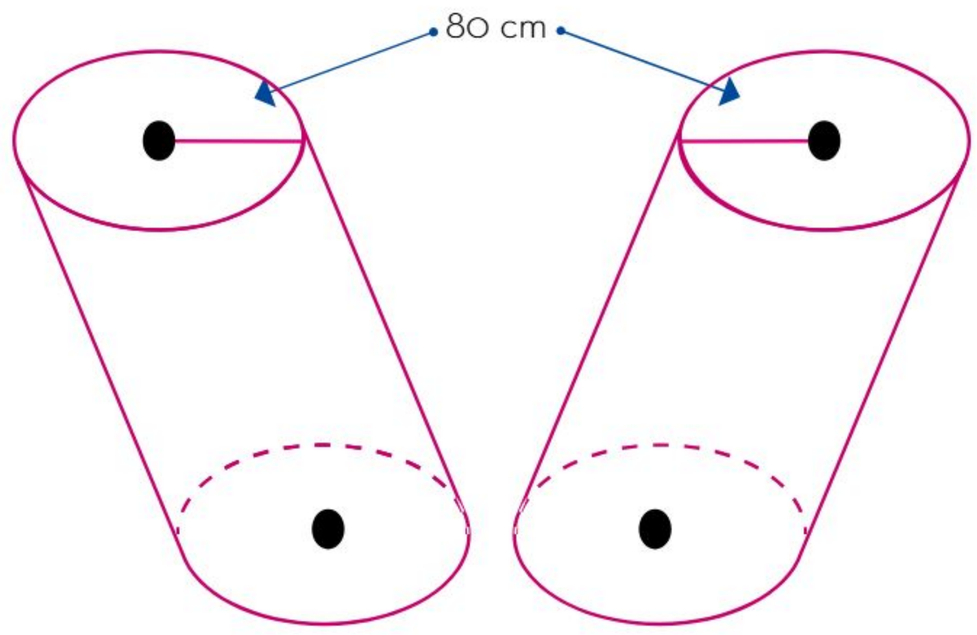
$$d = \frac{-192 \pm \sqrt{(192)^2 - 4(6.28)(-2\,548.3)}}{2\,(6.28)}$$

$$d = \frac{-192 \pm \sqrt{100\,877.296}}{12.56} \approx 10$$

Si se desarrolla la ecuación, se obtienen dos resultados: $d_1 = 10$ y $d_2 = -40.57$; si se toma el valor positivo de la incógnita, la medida que falta del cofre es de aproximadamente 10 cm.

Ejemplo 5

En una construcción se utilizaron columnas inclinadas como las que se muestran en la imagen. Ambas columnas son de concreto autocompactante y ocupan un volumen de 6 m^3. A continuación se utiliza esta información para determinar la distancia que existe del piso al techo que sostienen.



Los cilindros están inclinados, pero debido al principio de Cavalieri, se recurre directamente a la fórmula de volumen de un cilindro, cuya altura representará la distancia del piso al techo. Es conveniente utilizar el metro como unidad porque el volumen está en metros cúbicos.

- Cada columna tiene un radio de 80 cm o 0.8 m, así que su base es:

$$b_c = \pi r^2 = \pi(0.8\text{ m})^2 = 0.64\pi\text{ m}^2$$

- Se plantea la expresión de su volumen para obtener su altura:

$$V = b_c \times h_c \rightarrow 6 = 0.64\pi \times h_c$$

- Se calcula la altura:

$$h_c = \frac{6}{0.64\pi} \approx 3$$

La distancia del piso al techo es aproximadamente de 3 m.

Muchas situaciones relacionadas con la construcción requieren el cálculo de volúmenes de sólidos geométricos, ya que esta información permite obtener datos como la cantidad de material e incluso su masa. En estos diseños, se pueden encontrar sólidos de formas variadas, pero en ocasiones es posible descomponer el sólido en casos básicos como prismas, pirámides y cilindros.

Para el análisis de casos básicos para el cálculo de volúmenes de sólidos geométricos hay métodos parecidos, aunque los sólidos sean diferentes. La aplicación de las técnicas en algunos casos prácticos ofrece un panorama de su utilidad en problemáticas cotidianas.

Ácidos y bases

La materia se clasifica en mezclas y sustancias puras; a su vez, las sustancias puras lo hacen en compuestos y elementos que se agrupan con base en las propiedades similares que presentan. Existen dos grupos de compuestos con características singulares: los ácidos y las bases. Es importante analizar sus propiedades para entender qué son y cómo identificarlos.

Definición y características de los ácidos y las bases

Los científicos han definido más de una vez un concepto con el objetivo de dar una idea más precisa basados en la evidencia científica que tienen al alcance. Así, actualmente se sabe qué son los ácidos y las bases. De acuerdo con Arrhenius, son compuestos que tienen la capacidad de donar iones de hidrógeno (H^+) o iones de hidróxido (OH^-) respectivamente. Aunque ésta es la definición más ampliamente utilizada, es importante señalar que no es la única: existen otras definiciones basadas en el comportamiento químico de las sustancias.

Antes de establecer alguna definición formal sobre los ácidos y las bases, el mejor y más sencillo comienzo es partir de sus propiedades físicas y químicas, las cuales se exponen en la siguiente tabla:

Ácidos	Bases
Tienen sabor agrio.	Tienen sabor amargo.
Vuelven rojo el papel tornasol*.	Vuelven azul el papel tornasol*.
Algunos pigmentos florales cambian de color en su presencia.	Algunos pigmentos florales cambian de color en su presencia.
Suelen reaccionar con los metales.	Son resbalosas al tacto.
Sus disoluciones acuosas conducen electricidad.	Sus disoluciones acuosas conducen electricidad.
Reaccionan con las bases para formar sales y agua.	Reaccionan con los ácidos para formar sales y agua.

*El papel tornasol es un tipo de papel que contiene algunas sustancias químicas que lo hacen cambiar de color si se moja con una sustancia ácida o una básica.

Con las características generales de los ácidos o las bases como referencia, es posible reconocer algunos productos comunes que entran en estas categorías, como el jugo de limón (ácido) o el jabón (base).

Por otro lado, para entender químicamente qué son los ácidos y las bases, en 1884, el químico sueco Svante Arrhenius (1859-1927) propuso una definición a partir de su composición química.

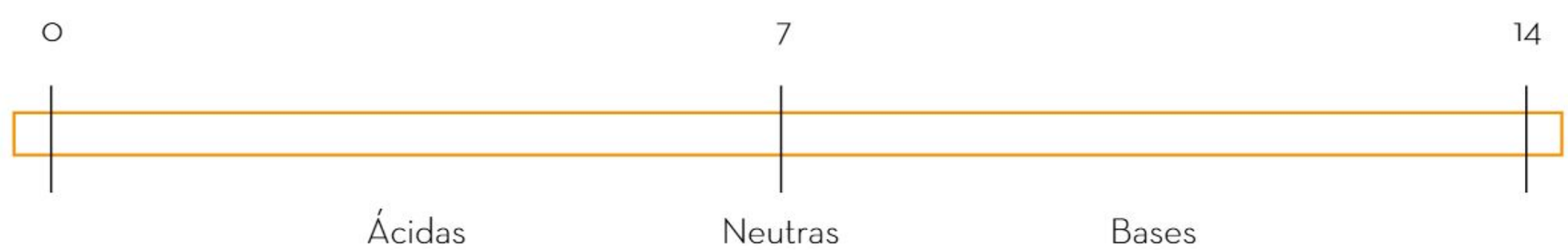
Escala de pH, acidez y basicidad

Las sustancias ácidas y básicas no sólo tienen propiedades físicas, sino también químicas. Entre estas propiedades químicas se encuentran su reactividad, inflamabilidad y su nivel de acidez o alcalinidad, expresado como *pH*.

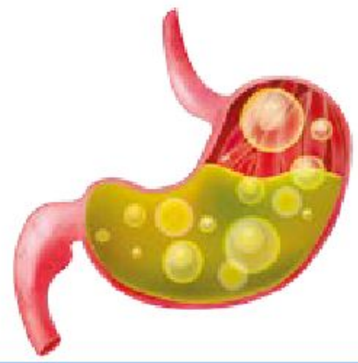
Según la definición de Arrhenius, los ácidos y las bases son sustancias que, al estar en una disolución acuosa, se disocian generando los iones H^+ y OH^-, respectivamente; entonces, como en cualquier disolución, es posible medir la concentración de un soluto en ellas. En las disoluciones de ácidos y bases, los solutos (las sustancias que se disuelven) son los iones H^+ y OH^-; sin embargo, sus concentraciones suelen ser muy pequeñas, por lo que en 1909, el bioquímico Soren Sorensen (1868-1939) creó una forma de expresar la concentración de H^+ y OH^- sin la necesidad de utilizar números tan pequeños. A este parámetro lo llamó *pH*, el cual se puede definir como una medida para expresar la acidez de una sustancia. La acidez se relaciona con la cantidad de iones H^+ que tiene una disolución acuosa: cuantos más H^+ tenga, mayor acidez tiene la disolución. Por el contrario, la basicidad tiene que ver con la cantidad de OH^- que haya en una disolución, así pues, a mayor cantidad de OH^-, se dice que la disolución es más básica o tiene mayor basicidad.

Sorensen construyó una escala de pH para clasificar a los ácidos y las bases, ésta va desde 0 hasta 14: sustancias con pH menor a 7 se clasifican como ácidos, y sustancias con pH mayor a 7 como bases, mientras que si una sustancia tiene un pH exactamente igual a 7, se dice que es neutra.

Escala de pH en las sustancias



En la tabla de la siguiente página, se muestran algunas sustancias o mezclas comunes que se clasifican como ácidos o bases.

Muestra	pH aproximado	Clasificación	Imagen
Jugo gástrico en el estómago	1.0 – 2.0	Ácido	
Jugo de limón	2.4	Ácido	
Vinagre blanco comestible	3.0	Ácido	
Jugo de uva	3.2	Ácido	
Jugo de naranja	3.5	Ácido	
Orina	4.8 – 7.5	Ácido o base	
Saliva	6.4 – 6.9	Ácido	

Muestra	pH aproximado	Clasificación	Imagen
Agua pura	7	Neutro	
Sangre	7.35 – 7.45	Base	
Lágrimas	7.4	Base	
Leche de magnesia	10.6	Base	
Amoniaco doméstico	11.5	Base	

La acidez y la basicidad dependen de la cantidad de H^+ y OH^- que hay en una disolución: la forma de medir dicha característica es mediante el pH. Algunos productos cotidianos tienen estas propiedades ácido-base. Por ejemplo, el jugo de naranja tiene un pH de 3.5 y el de limón de 2.4, así se concluye que el jugo de limón es más ácido que el jugo de naranja. Ésa es la utilidad de la magnitud tratada aquí: pH.

Los ácidos y las bases son sustancias que se encuentran con facilidad todos los días, desde los productos en casa y los alimentos hasta en la composición del cuerpo humano. El carácter ácido o básico de estas sustancias puede determinarse utilizando su valor característico de pH, el cual representa la concentración de H^+ que tiene en disolución acuosa. A mayor cantidad de iones H^+, el pH es menor y es más ácida la sustancia, mientras que una sustancia con mayor basicidad tiene altos valores de pH y menor cantidad de H^+ en su disolución.

Alimentación y salud

Conocer las propiedades nutrimentales de los alimentos, así como la cantidad de energía que aportan al cuerpo humano, es de vital importancia. Con esta información se pueden seleccionar e integrar a la dieta los alimentos necesarios para el correcto funcionamiento del organismo.

El contenido nutrimental de cada alimento se ha estudiado de manera científica y parte de esta información se muestra en las etiquetas de los empaques de numerosos productos, así como en bases de datos en internet de fuentes confiables, o se obtiene con ayuda de un especialista en nutrición.

En la actualidad, el ser humano se ha vuelto sedentario, sobre todo en las grandes ciudades, donde las labores del campo se han sustituido en gran medida por el trabajo de oficina, el cual se caracteriza por el poco movimiento del cuerpo. Por ejemplo, las personas pasan varias horas sentadas frente a una computadora, por ello se recomienda incorporar a la rutina diaria alguna actividad física para disminuir el riesgo de enfermedades asociadas con el sedentarismo.

Tabla nutrimental de diversos alimentos

Las tablas de contenido nutrimental constituyen una herramienta para estimar la cantidad de nutrimentos y las calorías que se consumen en función de la porción, en g o ml, de los alimentos. Una dieta correcta, entre otros aspectos, se logra a partir de la suma de las calorías y las necesidades nutricionales con base en la actividad física de cada individuo. Es recomendable acudir con un especialista para seguir una dieta adecuada que procure una alimentación sana.

Para elaborar una dieta saludable, es necesario conocer la composición de los alimentos y su contenido energético, el cual se expresa en kilocalorías (kcal), una unidad de energía. La caloría (cal) es la unidad que expresa la cantidad de calor necesaria para elevar 1 °C la temperatura de 1 g de agua. También, es importante recalcar que 1 kcal equivale a 1 000 cal. A continuación, se expresa el contenido energético de algunas moléculas que se obtienen de los alimentos: un gramo de carbohidratos aporta 4 kcal; cada gramo de proteínas, 4 kcal, y cada gramo de grasa o lípidos, 9 kcal. El nutriólogo es el profesionista capacitado para planificar una dieta correcta acorde con las necesidades energéticas de cada persona; es decir, cada persona tiene necesidades específicas que dependen de la edad, la actividad física que efectúe, e incluso del sexo, ya que el requerimiento de calorías es mayor en hombres que en mujeres.

La Organización Mundial de la Salud (OMS) menciona que la energía necesaria promedio que requiere un hombre adulto sano ronda las 2 000 y 2 500 kilocalorías al día, mientras que una mujer adulta sana requiere de 1 500 a 2 000 kilocalorías diarias. A continuación, se muestran los datos de algunas de las tablas que forman parte de *Tablas de composición de alimentos y productos alimenticios* (versión condensada 2015), presentadas por el Instituto Nacional de Ciencias Médicas y Nutrición Salvador Zubirán. Estas herramientas son una referencia de los nutrimentos que contienen algunos de los alimentos más consumidos en México, para una porción de 100 g o 100 ml, según corresponda.

Alimento	Tipo	Energía (kcal)	Proteína (g)	Carbohidratos (g)	Fibra cruda (g)
Atole de arroz	Semillas de cereales y derivados	366	10.5	74.7	0.5
Avena en hojuelas	Semillas de cereales y derivados	379	16.2	67.7	1.2
Tortilla de maíz amarillo	Semillas de cereales y derivados	239.06	5.5	47.47	0.98
Pan blanco de caja	Semillas de cereales y derivados	267	9.85	49.9	0.9
Frijol cocido entero	Semillas de cereales y derivados	75.5	5.9	12.89	1.2
Durazno	Frutas	74	1.43	18.94	0.84
Fresa	Frutas	23	0.84	5.28	1.88
Limón	Frutas	28	0.78	9.21	1.14
Mandarina	Frutas	44	1	11.24	0.32
Mango	Frutas	47	0.7	12.81	0.8
Manzana	Frutas	52	0.32	12.98	0.84
Melón	Frutas	19	0.56	4.64	0.48
Naranja	Frutas	36.5	0.85	9.3	0.3
Papaya	Frutas	33	0.52	8.54	0.82
Pera	Frutas	55	0.41	14.61	2.6
Piña	Frutas	33	0.56	8.37	0.39
Plátano	Frutas	89	1.09	22.84	0.4
Sandía	Frutas	16	0.37	3.56	1.25
Aguacate	Frutas	42	1.69	4.82	2.25
Calabaza	Verduras	20	1.62	3.55	0.43
Chayote	Verduras	19	0.82	4.51	0.6
Chile	Verduras	25	2.25	3.62	1.6

Alimento	Tipo	Energía (kcal)	Proteína (g)	Carbohidratos (g)	Fibra cruda (g)
Coliflor	Verduras	27	3.15	4.35	1.61
Elote	Verduras	15	2.15	2.35	1.59
Espinaca	Verduras	23.5	2.92	1.63	0.67
Jitomate	Verduras	30	1.5	7.12	0.27
Lechuga	Verduras	16	1.37	3.53	0.57
Nopal	Verduras	24	1.45	5.1	0.97
Pepino	Verduras	13	0.87	2.44	0.87
Tomate verde	Verduras	22	1.12	4.1	1.33
Betabel	Tubérculos, bulbos y raíces	42	2.18	1.94	2.05
Camote	Tubérculos, bulbos y raíces	103	0.85	27.56	1.02
Cebolla blanca	Tubérculos, bulbos y raíces	38	3.25	7.9	1.36
Papa	Tubérculos, bulbos y raíces	70	1.89	17.48	0.41
Zanahoria	Tubérculos, bulbos y raíces	51	0.44	12.34	0.88
Leche entera de vaca	Leche y derivados	63	3.0	4.6	0
Queso fresco	Leche y derivados	290	19.66	1.5	0
Huevo entero de gallina cocido (sin cascarón)	Huevos de aves	170.92	13.29	1.12	0
Pollo entero	Carnes, vísceras y derivados	234	15.8	1.1	0
Carne de res (aguayón)	Carnes, vísceras y derivados	201	24.10	0	0
Salchicha de puerco	Carnes, vísceras y derivados	529	12.13	5.9	0
Atún en aceite (drenado)	Pescados y mariscos	126	20.65	0.81	0

Un aspecto relevante es que los fabricantes de alimentos procesados incorporan la información nutrimental de sus productos en el empaque, ya sea en forma de tablas o versada. A continuación, se muestra el esquema general de la información que debe presentarse:

Declaración nutrimental	Por 100 g o 100 ml
Contenido energético por envase	**_____ kcal (kJ)**
Contenido energético por porción	**_____ kcal (kJ)**
Proteínas	_____ g
Grasas totales	_____ g
Grasas saturadas	**_____ g**
Hidratos de carbono disponibles	_____ g
Azúcares	_____ g
Fibra dietética	_____ g
Sodio	**_____ mg**
Información adicional **	_____ g

** Para vitaminas y minerales en caso de porcentaje de VNR debe hacerse por porción.

Algunas etiquetas contienen porcentajes de valores nutrimentales de referencia (% VNR) de acuerdo con la Norma Oficial Mexicana NOM-051-SCFI/SSA1-2010. El % VNR proporciona elementos para decidir la ingestión de nutrimentos basada en las necesidades de la población mexicana.

Los empaques de alimentos procesados incluyen una tabla de declaración nutrimental que especifica el contenido energético expresado en kilojoules (kJ) y en kilocalorías (kcal), así como la cantidad de proteínas, carbohidratos (hidratos de carbono), grasas, fibra dietética, vitaminas y minerales, con base en una porción de 100 g o 100 ml. Esta información es de utilidad, ya que permite calcular una dieta correcta con la guía de un especialista en nutrición para tener mejores hábitos de consumo mediante la decisión informada de los alimentos que se consumirán según las necesidades energéticas de cada persona, de acuerdo con su sexo, actividad física y edad.

Actividades físicas y sus requerimientos energéticos

El consumo de alimentos altos en calorías y el sedentarismo en niñas, niños y adolescentes, así como en mujeres y hombres adultos, son cada vez más comunes; esto conlleva a exceder la cantidad necesaria de kilocalorías requeridas; por lo tanto, el sobrepeso y la obesidad se han convertido en una constante en la realidad nacional. Actualmente, muchas personas pasan la mayor parte del tiempo frente a un dispositivo electrónico y no realizan actividad física suficiente. Caminar, correr, nadar, andar en bicicleta, practicar yoga y bailar son ejemplos de actividades que las personas, dependiendo de sus contextos, pueden hacer para tener una vida saludable.

Es frecuente que niñas, niños y adolescentes permanezcan gran parte del día frente a las pantallas de diversos dispositivos electrónicos como televisores, computadoras y celulares. Este tipo de prácticas reduce el tiempo de actividad física, lo cual provoca problemas de salud desde una edad temprana.

Se recomienda a niñas, niños y adolescentes hacer por lo menos 60 minutos diarios de actividad física moderada, y a los mayores de 18 años, un mínimo de 150 minutos a la semana. Siempre es importante consultar a profesionales de la medicina para evaluar el estado de salud y así ejecutar de manera adecuada la actividad física que se pretende efectuar, ya que un exceso o sobreesfuerzo puede provocar problemas de salud, por ejemplo, lastimaduras de las articulaciones. Asimismo, se debe evitar estar sentado por largos periodos, por lo cual se recomienda ponerse de pie cada dos horas y caminar por algunos minutos.

Entre otras medidas, la actividad física practicada con regularidad reduce el riesgo de contraer enfermedades cardiovasculares, diabetes, hipertensión arterial, cáncer de colon o de mama. Otros beneficios son el desarrollo de un estilo de vida que permita un mejor control de la masa corporal, el reforzamiento de huesos y músculos, y el fortalecimiento de la autoestima, así como la disminución de la ansiedad, la depresión y el estrés.

La actividad física implica el movimiento corporal que lleva a la contracción de los músculos y, por tanto, al movimiento del esqueleto, con un gasto energético mayor que el que conlleva estar en reposo. Se clasifica de la siguiente forma:

Actividad física ligera: por ejemplo, estar de pie, caminar lentamente y levantar objetos ligeros. Todas estas actividades gastan energía, pero no alteran la respiración ni el ritmo cardiaco; por lo tanto, una persona que sólo lleva a cabo este tipo de actividades se considera poco activa.

Actividad física moderada: consiste en hacer movimientos que aumentan la sensación de calor y provocan la sudoración corporal, además, incrementan la frecuencia respiratoria y cardiaca. El baile es un ejemplo de este tipo de actividad.

Actividad física vigorosa: debido a que el periodo y la intensidad del movimiento son mayores que en los casos anteriores, produce más beneficios a la salud. Algunos ejemplos son caminar rápido, brincar, practicar yoga o jugar en el parque.

La actividad física y el deporte no son sinónimos: la primera se basa en una rutina estructurada y repetitiva, con la finalidad de mejorar la condición física y mantener la salud, mientras que un deporte se relaciona además de con rutinas, con reglamentaciones que, incluso, incentivan la pertenencia a la comunidad y la convivencia, como lo es el practicar futbol, beisbol, basquetbol, natación, atletismo o gimnasia, por ejemplo.

Antes de la selección de una actividad física, es necesario revisar que sea compatible con las actividades diarias y que de preferencia sea recreativa; idealmente, que se efectúe durante el tiempo libre en la escuela, la casa, el trabajo o durante los traslados de un lugar a otro. Asimismo, es recomendable que se haga en grupo, con el fin de aprovecharla como un modo de convivencia. En la siguiente tabla se mencionan algunas actividades y su gasto energético:

Actividad física	Energía (kcal) gastada aproximadamente en 30 minutos
Caminar (a paso normal) a 3.2 km/h	85
Caminar (a paso rápido) a 6.4 km/h	170
Trabajar en el jardín	135
Bailar	190
Andar en bicicleta a 20 km/h	298
Nadar en una piscina a un nivel intermedio	240
Correr a 8 km/h	275

Con esta información y con el contenido de las tablas de alimentos del apartado anterior, es posible seleccionar un ejercicio para una persona con base en su gasto energético y consumo diario de alimentos, considerando la recomendación de comer tres veces al día, con dos colaciones intermedias. Una colación o refrigerio es un alimento ligero entre las comidas principales que puede ser una ración de frutas o verduras. Es necesario tener en cuenta la actividad física y la ingesta calórica. Por ejemplo, si una persona consume 3 500 kcal al día y entre todas sus actividades físicas y las funciones vitales del organismo gasta solamente 2 300 kcal, las 1 200 kcal sobrantes se almacenarán en el organismo en forma de grasa, por tal motivo es importante consultar con un especialista acerca de las actividades físicas que se deben realizar en función de los hábitos alimenticios.

Es fundamental incorporar actividades físicas en la rutina diaria, de preferencia en el tiempo libre y de manera colectiva, con el propósito de adquirir un hábito saludable y evitar enfermedades que en cualquier etapa de la vida, especialmente en la etapa adulta, pueden volverse evidentes. Es necesario que la actividad física se haga de moderada a vigorosa, para obtener los beneficios en la salud, tales como prevenir el sobrepeso y la obesidad, así como enfermedades cardiovasculares.

Una herramienta para tener una vida saludable y con bajo riesgo de enfermedades es la planeación de una dieta correcta y la práctica de actividad física.

Las tablas de información nutrimental permiten tomar mejores decisiones en la elección de los alimentos que se ingieren, así como las cantidades, con base en las necesidades energéticas y nutricionales, según las actividades que se realicen. Entre los hábitos saludables se encuentra la práctica de alguna actividad física de moderada a vigorosa todos los días, además, si está relacionada con un deporte, se fomenta la participación en comunidad.

Por último, es importante acudir con profesionales de la salud para la valoración y el seguimiento de dietas específicas y rutinas de actividades físicas.

Beneficios y perjuicios de los ácidos

Es importante conocer las características de los ácidos y las bases, así como de sus reacciones y la forma en que se utilizan para diversas actividades o en productos de uso cotidiano. No obstante, los efectos de los ácidos producidos por actividades industriales pueden impactar a nivel ambiental.

Ácidos en el entorno y sus efectos en el medio ambiente

Las sustancias con propiedades ácido-base no sólo se encuentran en reactivos químicos o productos fabricados, también están presentes en la naturaleza en forma de minerales, fluidos, flores, suelo, entre otros.

Muchas de las bases naturales se encuentran como minerales en las rocas o en el suelo, mientras que algunos ácidos se encuentran presentes en alimentos o fluidos que se generan al entrar en contacto con el agua, con el aire o con distintos tipos de suelos.

Los gases conocidos como *óxidos no metálicos* o *anhídridos* son compuestos conformados por un elemento no metálico y por oxígeno, los cuales, a su vez, cuando se combinan con agua, forman ácidos. Por ejemplo:

Óxido no metálico	Ácido formado con agua
Dióxido de carbono CO_2	Ácido carbónico H_2CO_3
Dióxido de azufre SO_2	Ácido sulfuroso H_2SO_3
Trióxido de azufre SO_3	Ácido sulfúrico H_2SO_4
Pentaóxido de dinitrógeno N_2O_5	Ácido nítrico HNO_3

Los óxidos no metálicos de la tabla son gases que se generan diariamente en grandes cantidades debido a la quema de combustibles en los automóviles, en las industrias o de forma natural debido a las emisiones de los volcanes. Estos gases se liberan al ambiente y se incorporan al aire, generando diferentes problemas de contaminación.

El dióxido de carbono, los óxidos de azufre y de nitrógeno son los involucrados en la generación de ácidos en el ambiente. La razón es sencilla: si éstos se incorporan al aire y éste contiene partículas de agua, entonces se genera una reacción donde se forman los ácidos de estos compuestos, específicamente el ácido carbónico, el ácido sulfuroso, el ácido sulfúrico y el ácido nítrico. Los ácidos que se forman en el aire caen junto con el agua de lluvia, la cual tiene un pH ácido, razón por la que adquiere el nombre de *lluvia ácida*. Por lo tanto, la lluvia ácida es agua de lluvia contaminada por ácido carbónico, ácido sulfuroso, ácido sulfúrico o ácido nítrico, los cuales se producen en el aire debido a la emisión de gases contaminantes como los óxidos de carbono (CO_2), de azufre (SO_2 y SO_3) y de nitrógeno (NO, NO_2 y N_2O_5).

La lluvia ácida tiene impacto en el ambiente, pues al caer en el suelo, en la vegetación o en el agua (en ríos, lagos u océanos), éstos se acidifican. Los efectos negativos de esta lluvia se muestran en la siguiente tabla:

Zona afectada	Efecto negativo
Suelos	Cuando los suelos se acidifican, la vegetación no absorbe correctamente el agua ni los nutrientes y se seca. Asimismo, los suelos se vuelven áridos y no crece vegetación en ellos, por lo que se pierde la fauna local.
Ríos, lagos y océanos	Con la lluvia ácida disminuye el pH de las aguas, lo que afecta directamente a las especies que ahí habitan, y puede llevar a algunas de ellas a la extinción o a la fuerte reducción de sus poblaciones.

Zona afectada	Efecto negativo
Infraestructura humana	La mayoría de las construcciones hechas por los seres humanos han sido elaboradas con materiales que pueden reaccionar con los ácidos, lo que ocasiona su desgaste al entrar en contacto con ellos, a esto se le conoce como *corrosión*. La corrosión es un proceso que genera pérdidas millonarias cada año a múltiples empresas, ya que los materiales de construcción, edificios, barcos, automóviles, casas, esculturas, entre otros, se afectan con la lluvia ácida, ya sea porque se necesiten grandes inversiones para reparación o para remplazar el objeto afectado.

Con el desarrollo tecnológico actual muchos de los problemas debidos a la lluvia ácida han disminuido con el uso de nuevas fuentes de energía alternativas, el uso de automóviles eléctricos y la creación de recubrimientos anticorrosivos, entre otros. Esto no significa que no se deba continuar trabajando para disminuir aún más los problemas ambientales que afectan al planeta y a la humanidad.

Los ácidos, como otros compuestos químicos, tienen efectos benéficos, pero también perjudiciales para la humanidad, ya sea directamente en la salud o indirectamente por la afectación al medio ambiente. Es importante conocer estos efectos y tomar las medidas necesarias o hacer los cambios pertinentes en el estilo de vida para disminuirlos o incluso erradicarlos.

Beneficios y perjuicios de los procesos redox

Los procesos óxido-reducción se encuentran en diversos ámbitos de la vida cotidiana, en donde, mayoritariamente, resultan benéficos para la humanidad. Sin embargo, no todos brindan beneficios, por lo cual es necesario conocerlos.

Ventajas de los procesos redox en el entorno

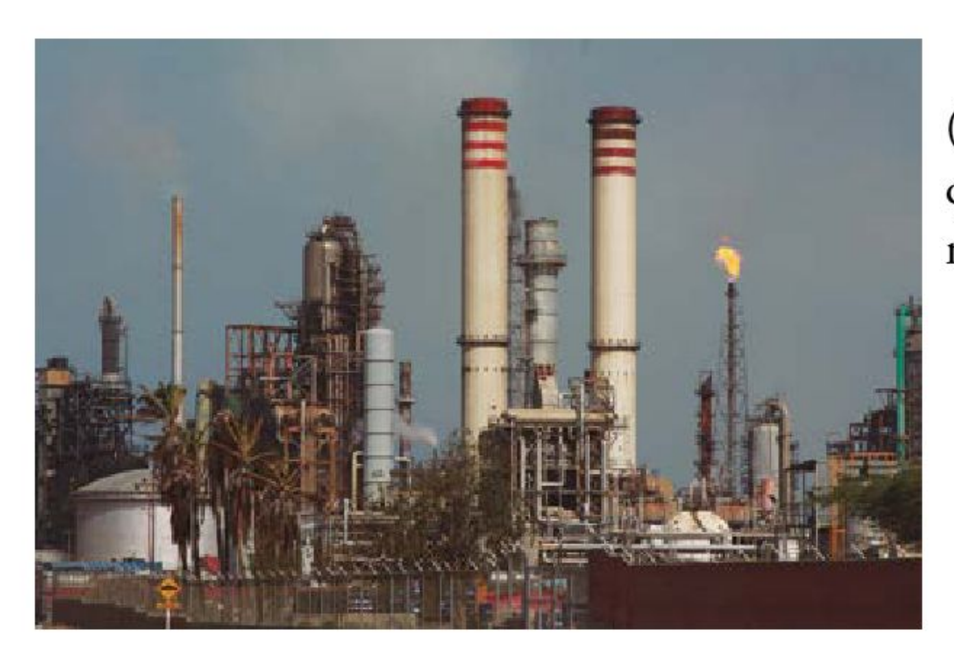
La humanidad ha descubierto, a lo largo de la historia, una variedad de procesos naturales que involucran reacciones de oxidación-reducción (redox), los cuales le han permitido modificar su estilo de vida. Son procesos tales como los relacionados con el fuego, como la cocción de los alimentos, o la fermentación. Con ellos se desarrollaron tecnologías que permitieron controlar o regular algunos fenómenos y las condiciones en que se llevan a cabo. Por ejemplo, el fuego de las antorchas o las fogatas, de los cerillos o encendedores e incluso de las estufas en los hogares es el resultado del desprendimiento de energía (E) en forma de calor y luz de la reacción de combustión de la madera, el carbón, el gas u otros materiales.

La combustión del gas metano (la cual es un ejemplo de reacción redox y puede apreciarse en la fórmula de abajo) genera sólo tres productos: dióxido de carbono, agua y energía en forma de calor y luz (una flama).

$$CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)} + E$$

Los combustibles son sustancias que pueden arder en presencia de oxígeno, como la madera o el carbón; otros muy importantes son los compuestos de carbono llamados *hidrocarburos*. El petróleo y los derivados de gas natural son los principales abastecimientos de estos compuestos en el mundo.

Para que haya combustión el primer reactivo es el combustible, es decir, una sustancia capaz de arder. En el caso del propano, un hidrocarburo producto de la extracción del petróleo, se expulsa en forma de gas a presión por un tubo que conecta el interior del yacimiento hacia la superficie, y se le puede observar arder, ya que comúnmente este tubo de escape, el cual se usa para liberar la presión y extraer el petróleo, no se conecta con otro contenedor para almacenar el gas, por lo que se mantiene una llama encendida al final para evitar que se acumule en las inmediaciones del pozo y produzca daños a la salud o haya riesgo de explosión en el área.



El principal componente del gas natural es el metano (60%-95%), por lo que la reacción señalada arriba es la que sucede en el fuego de las estufas y hornos de casas y restaurantes.

Diversos combustibles como el propano y el butano componen una mezcla en la cual se licúan estos gases (gas LP) para tenerlos en encendedores, tanques (cilindros) y contenedores estacionarios de gas; asimismo, para transportar el combustible con mayor facilidad.

Otros productos derivados del petróleo son la gasolina y el diésel, los cuales son usados como combustibles para los autos y otras maquinarias (como tractores, bombas de agua y plantas eléctricas portátiles), aunque su uso principal es en vehículos automotores.

El beneficio de los combustibles es inmediato y directo; por ejemplo, la quema de carbón hace posible la producción de electricidad en plantas eléctricas impulsadas por dicha quema; en el caso de la gasolina, ésta permite el funcionamiento de vehículos automotores y, por tanto, del transporte por tierra, mar o aire, movilizando personas y objetos hasta donde se requieren, lo cual sustenta el ritmo del día a día actual.

Otros tipos de combustible se han desarrollado para fines específicos, como los usados para aviones y cohetes. Existen otros más sofisticados, por ejemplo, el hidrógeno como combustible, que da como único producto de desecho el agua. Esto es conveniente para evitar la contaminación, pero tiene otras complicaciones.

Las tecnologías y métodos que se han desarrollado para los fines anteriores y otros, en general, han requerido de la búsqueda de materiales nuevos y mejores que cuenten con ciertas propiedades específicas. Por ejemplo, para las pantallas de los teléfonos inteligentes se requiere de metales como el indio (In), lantano (La) o terbio (Tb), por mencionar algunos, para su funcionamiento. Para poder disponer de ellos, la actividad minera es de crucial importancia, y ésta depende de procesos para aislar y purificar los minerales para que al final se extraigan de ellos los elementos mencionados.

En la naturaleza hay procesos complejos como la respiración de los seres vivos, la fotosíntesis y los ciclos biogeoquímicos de los elementos (como el carbono y el nitrógeno) que incluyen reacciones redox, donde se destaca la utilización del dióxido de carbono en las plantas y la fijación de nitrógeno por parte de bacterias en el suelo, por mencionar algunas.

Las reacciones redox juegan papeles importantes en la naturaleza y en las actividades humanas con impacto directo en la conservación de los ecosistemas y en la salud y el desarrollo humano, por lo que se necesita mayor investigación para su sustentabilidad.

Desventajas de los procesos redox en el entorno

Los procesos en los cuales intervienen reacciones redox pueden llevar a resultados no deseados como la contaminación, el deterioro de materiales, el daño al medio ambiente o la alteración de los ciclos naturales, entre otros.

Las reacciones de combustión pueden darse en una gran variedad de circunstancias que difieren de la ideal. Por ejemplo, la reacción de combustión del gas metano que se vio antes:

$$CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)} + E$$

Se dice que ésta es completa o estequiométrica. Pero cuando no está presente el oxígeno suficiente para que reaccione todo el combustible sucede una combustión incompleta y, por lo tanto, se forman otros productos como el monóxido de carbono (CO), que es venenoso y hasta mortal si se respira por un periodo prolongado. Además, este último es un gas de efecto invernadero, ya que captura la radiación UV, contribuyendo al calentamiento global.

La gasolina y otros productos de petróleo, aun después de los procesos de refinamiento, llevan consigo restos de otros compuestos y elementos que sufren reacciones redox durante la combustión en las máquinas; algunos de ellos, como el azufre y el nitrógeno, se convierten en sus óxidos al combinarse con el oxígeno del aire:

$$2NO + O_2 \longrightarrow 2NO_2$$

El hierro es el metal más abundante en la corteza terrestre y se encuentra comúnmente como su óxido en minerales. Para su extracción y purificación, la industria minera utiliza una cantidad de agua importante, transformando el agua en estos procesos en una mezcla de ella con ácidos en altas concentraciones y los componentes no deseados de la extracción. En los casos en que estos otros productos (metales pesados, agua acidificada) no son regulados ni tratados de manera adecuada llegan a mantos freáticos y suelos contaminándolos, acidificando la tierra y convirtiéndola en estéril, con lo cual se afectan los ecosistemas involucrados.

La imagen anterior muestra una acumulación de agua de lluvia que arrastró contaminantes de los residuos mineros. La coloración roja indica la presencia de hierro, aunque puede contener otros elementos, como arsénico, plomo o cadmio, que son considerados potencialmente tóxicos.

Algo parecido sucede con las pilas alcalinas que se encuentran en los supermercados. Una vez que su vida útil termina, si no se hace el reciclaje y la disposición adecuada de los residuos, éstas terminan en vertederos sanitarios donde se acumulan, y las reacciones redox de los metales que contienen producen sustancias similares a las de la industria minera y metalúrgica.

$$2Fe_{(s)} + 2O_{2(g)} + 8H^{+}_{(ac)} \longrightarrow 2Fe^{2+}_{(ac)} + 4H_2O_{(l)}$$

$$4Fe^{2+}_{(ac)} + O_{2(g)} + 4H_2O \longrightarrow 2Fe_2O_{3(s)} + 8H^{+}_{(ac)}$$

El hierro sufre una oxidación en su superficie, lo cual hace que se cubra con una capa de óxido de hierro (II) de un característico color anaranjado. Esto produce un deterioro en el material que cambia sus propiedades mecánicas útiles en otras indeseadas, y debilita así las estructuras en las que forma parte. Esto le sucede a estatuas, monumentos y edificios que tienen este elemento, por ejemplo, la Torre Eiffel o la Estatua de la Libertad y, en general, a cualquier cosa que está hecha de hierro o acero; por ello, estos objetos se suelen recubrir con pinturas o aditamentos para aislarlos del oxígeno del aire.

La segunda reacción, en la que el óxido de hierro (II) se convierte en óxido de hierro (III), es mucho más rápida que la primera, y este último logra reaccionar con el hierro elemental, oxidándolo más rápido que la primera reacción, por lo que muchas veces el material se desgasta rápidamente (proceso conocido como *corrosión*) y es ampliamente estudiado por sus efectos en las estructuras donde se usa el hierro.

El oxígeno atmosférico sufre reacciones de fotólisis (se rompe la molécula por acción de la luz UV), las cuales dan lugar a la formación de ozono (O_3). Este último es un oxidante más potente que el oxígeno, en altas concentraciones causa daños a la salud y es un indicador directo de la contaminación del aire.

La variedad de ambientes, lugares y circunstancias donde se pueden encontrar reacciones redox y sus consecuencias es enorme, lo que reafirma la gran importancia de conocer a fondo el fenómeno, sus implicaciones y los métodos para controlar el ambiente en que estas reacciones ocurren de manera natural o se propician para diversos procesos.

La sustentabilidad es un punto de apoyo para dirigir los esfuerzos para mejorar o desarrollar nuevas técnicas y tecnologías usadas en los procesos que involucran reacciones redox, dando una dirección clara de los propósitos que se persiguen.

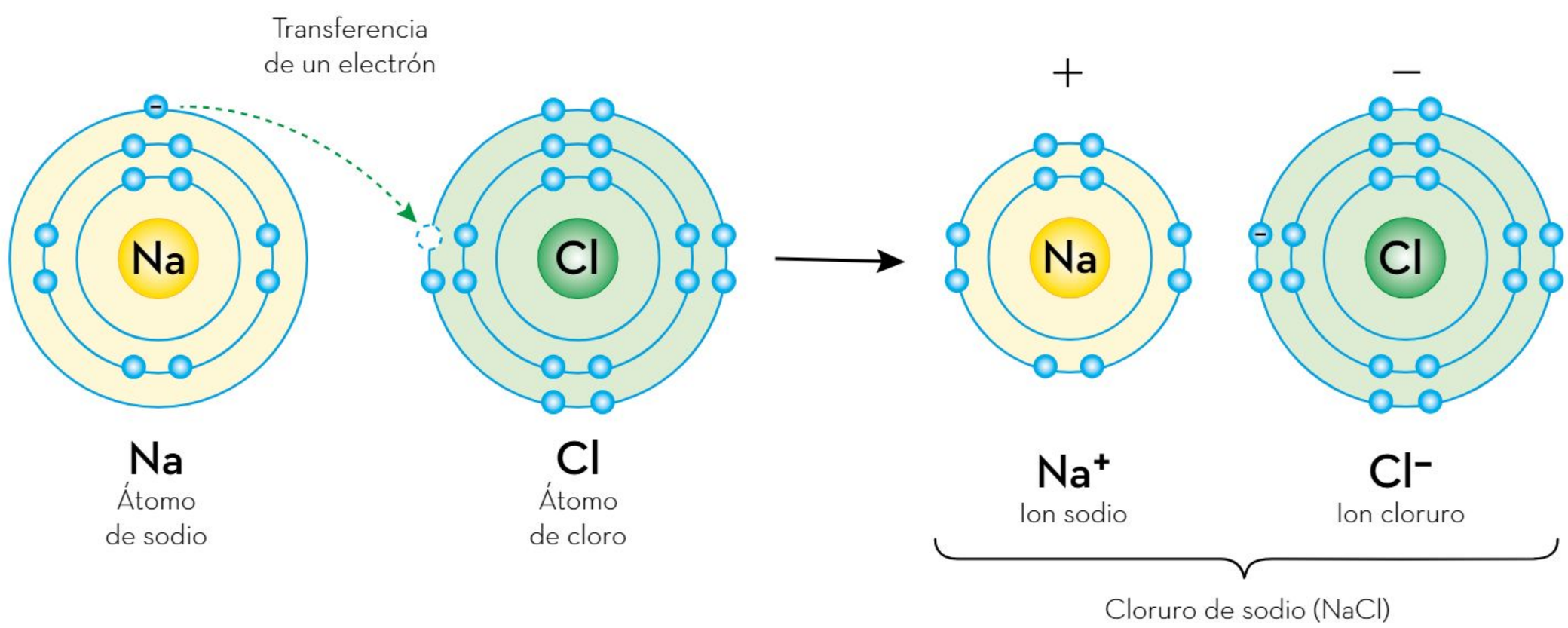
Compuestos iónicos y covalentes

El enlace químico se forma entre átomos de elementos diferentes o iguales, dando lugar a los compuestos iónicos o moleculares (covalentes). Así como es de importancia el estudio de las características de los compuestos con diferentes tipos de enlace, también es necesario conocer la forma química por la que se forman los enlaces.

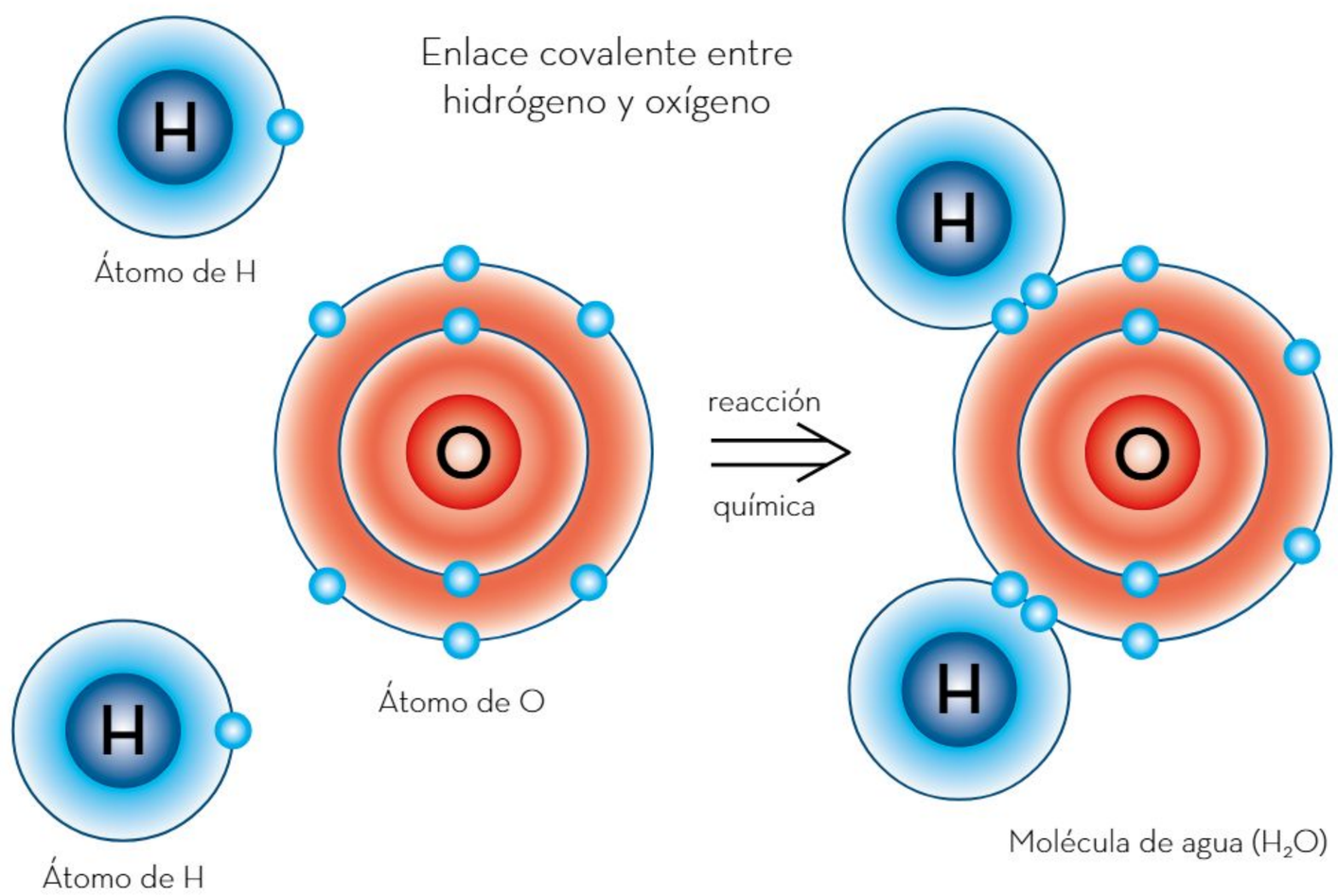
Formación de compuestos iónicos y covalentes

El enlace químico se forma por la interacción de los electrones de valencia de los átomos involucrados. En el enlace iónico, un átomo pierde un electrón mientras que un segundo átomo lo gana; el resultado es que un átomo queda con carga positiva y otro con negativa, por lo que las cargas contrarias se atraerán formando el enlace. Por otro lado, el enlace covalente, también llamado molecular, se forma cuando dos átomos comparten al menos un par de electrones, en donde cada átomo aporta un electrón.

En la formación de los enlaces iónicos se puede observar la generación de cationes (átomos cargados positivamente) y aniones (átomos cargados negativamente), esto debido a que uno de los átomos tiene exceso de electrones en su capa de valencia, así que los cede a otro átomo con deficiencia de electrones; como los electrones son cargas negativas, uno de ellos queda cargado de manera negativa y el otro de forma positiva, lo que ocasiona que estos iones se atraigan uno a otro juntándose o enlazándose entre sí, causando que se formen redes de cientos de iones. Lo anterior imposibilita que se unan exclusivamente dos átomos para formar moléculas en comparación con el enlace covalente.



En la formación del enlace covalente dos átomos están deficientes de electrones en su capa de valencia, por lo que ninguno puede ceder alguno, así que ambos aportan un electrón para formar un enlace de manera que comparten esos dos electrones, es decir, no son del primer átomo ni del segundo, sino de ambos. Este proceso forma moléculas, las cuales son aglomeraciones de átomos unidos químicamente por un enlace covalente.



Estructura de los compuestos iónicos y covalentes

Los compuestos iónicos y covalentes se forman por distintos procesos y, por ende, su estructura es diferente. Mientras que los compuestos iónicos forman redes con muchos átomos, los compuestos covalentes forman moléculas. En la siguiente tabla, se muestran algunos ejemplos de compuestos con ambos tipos de enlace y la descripción de su estructura química.

Compuesto	Estructura
Cloruro de sodio ($NaCl$)	En este compuesto iónico se forma una red de muchos átomos intercalados como si formaran pequeños cubos de Na^+ y Cl^-.
Agua (H_2O)	Esta molécula está formada de dos átomos de hidrógeno (H) y un átomo de oxígeno (O). Su tipo de enlace es covalente.

Compuesto	Estructura
Carbonato de calcio ($CaCO_3$)	El carbonato de calcio es un compuesto iónico. En él se forman redes de átomos de calcio (Ca), oxígeno (O) y carbono (C).
Dióxido de carbono (CO_2)	El dióxido de carbono es un compuesto covalente formado por dos átomos de oxígeno (O) y uno de carbono (C).
Fluoruro de sodio (NaF)	El fluoruro de sodio es un compuesto iónico formado por una red de átomos de sodio (Na) y flúor (F), muy parecido al cloruro de sodio.
Alcohol etílico o etanol (C_2H_5O)	El etanol es un compuesto covalente formado por dos átomos de carbono (C), cinco de hidrógeno (H) y uno de oxígeno (O).
Óxido de calcio (CaO)	El óxido de calcio es un compuesto iónico formado por una red de átomos de calcio (Ca) y oxígeno (O), muy parecido al cloruro de sodio y al fluoruro de sodio.
Cafeína ($C_8H_{10}N_4O_2$)	La cafeína es un compuesto covalente mucho más grande que algunos otros vistos. Se compone de carbono (C), hidrógeno (H), nitrógeno (N) y oxígeno (O).
Glucosa ($C_6H_{12}O_6$)	La glucosa es un compuesto covalente de carbono (C), hidrógeno (H) y oxígeno (O).
Sulfato ferroso ($FeSO_4$)	El sulfato ferroso es un compuesto iónico que forma una red con átomos de hierro (Fe), azufre (S) y oxígeno (O).

Los anteriores son algunos ejemplos de compuestos iónicos y covalentes. El propósito es conocer su composición y sus estructuras para diferenciar un tipo de enlace del otro.

> Hay que recordar que, químicamente, un compuesto iónico se forma a partir de un metal y un no metal, mientras que uno covalente se forma entre no metales, esto con la finalidad de distinguir más fácilmente entre uno y otro.

Los compuestos iónicos y los covalentes tienen enlaces iónicos o covalentes, respectivamente. Es importante distinguirlos ya que, al formar moléculas o redes, cambian completamente sus propiedades.

Concentración de los contaminantes

Conocer la presencia de contaminantes en el agua, el aire y el suelo, así como saber cuál es la concentración de éstos en dichos ambientes es de suma importancia, pues algunos dañan a los seres vivos, aunque se presenten en cantidades muy pequeñas.

Agentes contaminantes del agua, aire y suelo

Existen diferentes contaminantes del medio ambiente; algunos pasan del suelo a cuerpos de agua o del suelo al aire. Los perjuicios que causan en cada ambiente son diferentes en varios aspectos pero, sin duda, casi todos tienen algo en común: son producto de la actividad humana y dañan la estabilidad de los ecosistemas y la salud de los seres humanos y de los animales.

Contaminantes del agua

Los agentes contaminantes del agua se clasifican en cuatro tipos: físicos, térmicos, químicos y biológicos. Todos ellos dañan de una u otra forma el entorno y son un peligro si los consumen tanto los seres humanos como otros animales. De este modo, se complica la posibilidad de usar el agua para las labores domésticas, agrícolas, ganaderas o industriales. A continuación, se presentan los principales agentes contaminantes.

- Contaminantes físicos: son desechos sólidos suspendidos que obstruyen el paso de la luz en los cuerpos de agua y modifican los ciclos biológicos de la flora y fauna, esto afecta la fotosíntesis de los organismos autótrofos, lo cual deriva en menor cantidad de oxígeno que consumen los peces y otros organismos.
- Contaminantes térmicos: el calor es un contaminante térmico. Muchas industrias utilizan el agua de ríos y lagos para enfriar sus maquinarias, ésta se calienta y después es vertida a esos mismos cuerpos de agua. Al elevar la temperatura del líquido, se modifica la solubilidad del oxígeno en el agua y se altera el metabolismo de la fauna local, provocando que se consuman más recursos y la escasez de alimento.
- Contaminantes químicos: pueden ser residuos de animales y plantas en descomposición, detergentes, metales como mercurio, cadmio, cromo, plomo y no metales como el flúor. Todos ellos son contaminantes tóxicos que afectan a los organismos en los cuerpos de agua, y al ser humano si utiliza dicha agua para consumo u otras actividades como el riego de cultivos. Otros contaminantes químicos sintéticos de origen industrial como fumigantes, fungicidas, insecticidas, herbicidas y disolventes tienen un impacto mayor en el ambiente pues, al no desintegrarse con rapidez, se acumulan y pueden llegar a lugares lejanos, arrastrados por el agua de lluvia, ríos, flujos subterráneos y corrientes de aire. Además, muchos de ellos tienen efectos cancerígenos.
- Contaminantes biológicos: incluyen bacterias, protozoarios, gusanos y virus que no pertenecen originalmente a los cuerpos de agua. Estos agentes patógenos llegan al agua mediante desechos fecales humanos y animales o como producto de procesos de descomposición. Si entran al agua potable pueden provocar enfermedades peligrosas, como ocurre con la bacteria *Vibrio cholerae*, causante del cólera, y la *Salmonella typhi*, causante de la fiebre tifoidea.

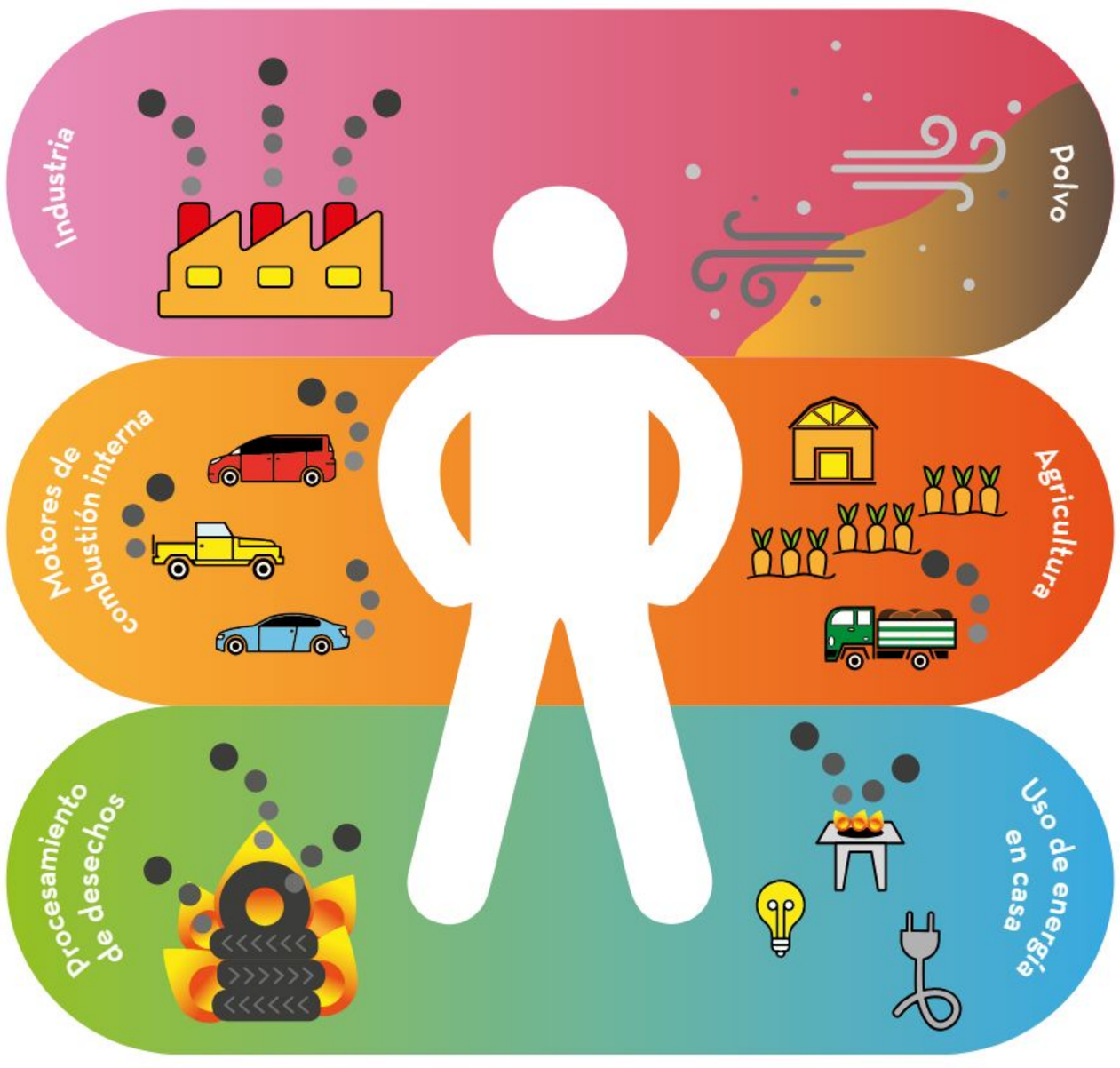
Contaminantes del aire

Las partículas suspendidas son una mezcla de materiales sólidos y líquidos, cuyos tamaños varían entre las 0.005 µm y hasta 100 µm de diámetro; para referencia, el grosor de un cabello es de 80 µm (1 µm equivale a 0.000001 m). De manera natural, son producidas por erupciones volcánicas, tolvaneras e incendios forestales. La quema de combustibles fósiles como la gasolina, el gas natural y el carbón también aporta cantidades importantes de partículas suspendidas.

Dichas partículas penetran directamente en los pulmones, con efectos que van desde la irritación de las vías respiratorias hasta la intoxicación; incluso pueden ocasionar cáncer pulmonar.

El ozono (O_3) es un gas que, de manera natural, se encuentra en la atmósfera superior de la Tierra, formando una capa que protege a los seres vivos de la radiación ultravioleta que llega del Sol. Debido a una reacción química entre los óxidos de nitrógeno y los hidrocarburos que emiten los autotransportes en presencia de luz solar, se produce ozono en la capa más baja de la atmósfera (tropósfera), donde se encuentran los seres vivos. Este gas contaminante es más común en las grandes ciudades y es un gas tóxico que afecta fuertemente la salud humana. Aun en cantidades bajas, puede provocar desde tos, dolor de cabeza, náuseas, dolores pectorales y dificultad respiratoria, hasta inflamación y daños pulmonares graves.

Algunas actividades humanas que contaminan el aire y afectan a los seres vivos



La solución al problema debe ser mediante la cooperación de todos los países.

Los óxidos de nitrógeno (NO_x) son un grupo de gases muy reactivos, precursores del ozono, pero, por sí mismos, son fuertemente irritantes y tóxicos. Afectan principalmente al sistema respiratorio a tal grado que generan daños similares al enfisema pulmonar. Las personas con asma son vulnerables a los efectos de estos gases.

El monóxido de carbono (CO) es un gas incoloro e inodoro que se forma por la quema incompleta de combustibles. Su presencia es común en las ciudades debido a que es emanado de los escapes de los automotores. Este gas es altamente tóxico para los seres humanos, aun en muy pequeñas cantidades, y su inhalación produce daño neurológico e incluso la muerte. No es detectable por el olfato, pero los síntomas son muy característicos: mareo, dolor de cabeza, pérdida de la conciencia, falla respiratoria y muerte.

El dióxido de azufre (SO_2) es un gas incoloro que se disuelve fácilmente en el agua, formando ácido sulfuroso (H_2SO_3) y ácido sulfúrico (H_2SO_4). Con el agua de lluvia forma lluvia ácida, que daña la vegetación y las construcciones humanas. El SO_2 es muy agresivo si se aspira pues al combinarse con la humedad de los pulmones se forma ácido, lo que irrita y destruye los tejidos pulmonares e impide la respiración.

Contaminantes del suelo

Los insecticidas son sustancias que eliminan a los insectos de las zonas de cultivo; el dicloro difenil tricloroetano (DDT) es uno de los más conocidos. Desafortunadamente, su acción permea más allá de la fauna nociva, ya que ataca a todas las poblaciones de insectos cercanas al lugar donde se rocía. Este tipo de sustancias puede mantenerse en el medio ambiente durante 10 años o más sin descomponerse, por lo que se va acumulando en el suelo y luego es arrastrado por el agua de la lluvia hacia territorios muy lejanos y contamina cada lugar por donde pasa. Los insecticidas pueden ingresar al organismo a través del agua potable o por medio de los alimentos, se almacenan en los tejidos grasos y provocan diferentes tipos de intoxicación y cáncer. Por estas razones, actualmente está prohibido su uso agrícola.

Los herbicidas son compuestos químicos que destruyen la vegetación que no es de interés económico. Los residuos de los herbicidas usados en un ciclo de cultivo afectan a los próximos ciclos y ocasionan que las plantas no germinen o que no se desarrollen.

Los fungicidas se usan para eliminar los hongos que parasitan las plantas de cultivo; sin embargo, también atacan a los hongos que benefician al suelo; por ejemplo, los que ayudan a descomponer materia orgánica o bien los que asociados con las raíces de las plantas ayudan a que éstas absorban más nutrientes como el fósforo y el nitrógeno. Ante la falta de tales hongos el suelo perdería su fertilidad.

Se han mencionado los principales contaminantes del agua, el aire y los suelos; sin embargo, existen muchos más y, en la medida en que se desarrolla la industria para producir nuevos productos de consumo humano aparecen otros, muchos de los cuales generan desechos cuya concentración en el ambiente aumenta poco a poco. Los antibióticos y otros productos farmacológicos que llegan al ambiente a través de los desechos humanos son ejemplo de esto.

Los contaminantes son sustancias ajenas que están presentes en el ambiente (agua, aire o suelo) y tienen efectos nocivos en la flora y fauna locales. Dichos contaminantes pueden ser de origen natural o antropogénico (generado por las actividades humanas) y es importante conocer las consecuencias de su presencia y las cantidades de éstos que causan daños en la salud de los seres vivos.

Marco normativo en México sobre contaminación

A medida que aumenta la industrialización y la demanda de bienes y servicios en el país, ha crecido también el problema de la contaminación; en los últimos 40 años el aumento ha sido tal que se ha llegado a considerar la existencia de una crisis ambiental.

En atención a una demanda mundial que partió de la Organización de las Naciones Unidas (ONU), mediante el informe llamado Brundtland en 1987, y de las condiciones ambientales reconocidas en México, el gobierno desarrolló un marco jurídico ambiental y creó instituciones para hacerlo cumplir.

El Estado mexicano estableció una serie de leyes cuyo objetivo es regular la emisión de contaminantes y, por lo tanto, disminuir la contaminación. Asimismo, ha formado instituciones que hacen cumplir dichas leyes mediante acciones de vigilancia, restauración y prevención de la contaminación. Una de las leyes principales que reglamentan las emisiones de contaminantes es la Ley General del Equilibrio Ecológico y la Protección al Ambiente (LGEEPA), la cual establece que la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat) debe elaborar y ejecutar programas de reducción de emisiones contaminantes a la atmósfera en el plano federal. Dicha ley señala que las autoridades locales deben diseñar programas para mejorar la calidad del aire en las entidades y so-

licitar la aprobación de la Semarnat. Además, cada entidad del país debe generar programas de verificación de las emisiones vehiculares.

> La LGEEPA ordena que las entidades tengan un inventario de las fuentes fijas de emisiones de contaminantes de la atmósfera y normen la manera en que éstas se vierten, tanto en relación con el tipo de contaminantes como con sus cantidades. De igual manera, advierte sobre dónde ubicar fuentes de contaminación para evitar que afecten a las poblaciones.

La misma LGEEPA destina varios de sus artículos a la prevención de la contaminación de los suelos mexicanos, donde señala cómo las industrias deben reducir sus subproductos contaminantes y darles un tratamiento antes de desalojarlos; también sobre cómo deben utilizarse los plaguicidas, fertilizantes y otras sustancias tóxicas para que sean compatibles con el equilibrio de los ecosistemas y cómo manejar los suelos contaminados por materiales o residuos peligrosos para recuperar o restablecer sus condiciones, entre muchas otras medidas.

> Con respecto al control de la contaminación del agua, el Gobierno federal ha emitido algunas Normas Oficiales Mexicanas (NOM) que reglamentan los límites máximos permisibles de contaminantes que puede tener el agua según el uso que se le va a dar. A continuación, se ejemplifican las siguientes:

> Las NOM-001-SEMARNAT y NOM-001-ECOL-1996, actualizada la primera en 2021, establecen los límites máximos permisibles de contaminantes emitidos en las descargas de aguas residuales en aguas y bienes nacionales; las NOM-003-SEMARNAT-1997 y NOM-003-ECOL-1997 definen los límites de contaminantes para las aguas residuales tratadas que se reúsen en servicios al público (Gobierno de México, 2022).

> Estas Normas Oficiales Mexicanas son documentos que sirven como leyes que se deben cumplir por cualquier empresa u organismo que deseche o descargue aguas a cuerpos como lagos o ríos.

El aumento de la contaminación ha propiciado la necesidad de reglamentar cómo las industrias y las comunidades deben tratar sus desechos, además de controlar sus emisiones para disminuir la acumulación de contaminantes en el medio ambiente y en los entornos urbanos sin afectar la producción de los bienes y servicios que ofrecen. Estas reglamentaciones son las Normas Oficiales Mexicanas, cuyo cumplimiento es de carácter obligatorio en el territorio nacional.

Expresión de la concentración en partes por millón

Paracelso, quien fue médico, alquimista y astrólogo suizo, declaró en el siglo XVI el principio básico de la toxicología: "Toda sustancia es veneno y ninguna es veneno; la dosis hace la diferencia de que lo sea o no". Esto significa que algunas sustancias pueden ser tóxicas si se presentan en una concentración suficientemente alta y benignas si se manejan en dosis bajas. El problema es que suficientemente alta es, para varias sustancias, una cantidad extraordinariamente pequeña, por ejemplo, 0.000000075 g de la toxina botulínica, causante del botulismo, es capaz de quitarle la vida a una persona de 80 kg, esto es 75 milmillonésimos de gramo de toxina.

¿Cómo se expresan concentraciones tan pequeñas de sustancias contaminantes en el medio ambiente? Para ello es necesario utilizar la unidad de medida llamada *partes por millón* (ppm).

Algunos contaminantes, aun en cantidades muy pequeñas, pueden causar problemas de salud; por ejemplo, el monóxido de carbono causa serios problemas cuando se encuentra en la atmósfera en una proporción de 400 partes por millón (ppm), es decir, que en un millón de unidades de aire, 400 de ellas corresponden a unidades de monóxido de carbono (CO). Alguien que respire en un lugar con tal concentración se expone a un grave peligro.

Un ejemplo más severo es el del ozono, pues si en un millón de unidades de aire once centésimas de unidad (0.11 ppm) corresponden al ozono, es recomendable no respirar ahí porque si se hace, se tendrán problemas de irritación de nariz, ojos y pulmones. Como se ve, la manera de representar concentraciones extremadamente pequeñas de un contaminante en una mezcla es mediante la unidad conocida como partes por millón. Para aclarar el concepto, se puede ejemplificar de esta otra manera: si se tiene un millón de botones para camisa y de ellos solamente nueve son rojos, se puede decir que la concentración de botones rojos en el conjunto es de 9 partes por millón: 9 ppm.

Para calcular las partes por millón de alguna sustancia contaminante encontrada en una muestra de suelo, aire, agua o, incluso, un organismo, se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{partes por millón (ppm)} = \frac{\text{masa del contaminante}}{\text{masa de la muestra}} \times 10^6$$

Donde 10^6 es la notación científica de 1 000 000.

Por ejemplo, en un análisis de 1 kg de suelo se encontraron 5 mg del metal contaminante cadmio. ¿Cuántas partes por millón representa?

Datos:
Masa del contaminante (cadmio): 5 mg
Primero, se convierten 5 mg a gramos mediante el siguiente factor de conversión:

$$5\,\text{mg}\left(\frac{1\,\text{g}}{1\,000\,\text{mg}}\right) = 0.005\,\text{g}$$

Masa de la muestra (suelo): 1 kg
Segundo, se convierte 1 kg a gramos mediante el siguiente factor de conversión:

$$1\,\text{kg}\left(\frac{1\,000\,\text{g}}{1\,\text{kg}}\right) = 1\,000\,\text{g}$$

Entonces:

$$\text{Partes por millón (ppm)} = \frac{0.005\,\text{g}}{1\,000\,\text{g}} \times 10^6$$

$$= (0.000005) \times (10^6)$$

$$= 5$$

Por tanto, el metal cadmio representa 5 ppm en el suelo analizado.

La utilidad de calcular las concentraciones en partes por millón (ppm) de muchos contaminantes es que evita expresiones en fracciones decimales difíciles de leer: millonésimos, milmillonésimos u otras.

Muchos de los contaminantes causan problemas en la salud en concentraciones bajas, y es importante conocer con precisión la cantidad en la que se presentan en el ambiente.

La comprensión de cómo se generan los contaminantes, qué daños causan en la salud humana y en el medio ambiente, así como cuál es la concentración tolerable en los organismos, ha hecho posible diseñar métodos para hacerles frente y, así, reglamentar su producción y deposición en el medio ambiente. Mediante leyes de cumplimiento obligatorio, tales como las Normas Oficiales Mexicanas, se busca mantener el planeta en equilibrio y a la población humana saludable. Por otro lado, se debe saber qué cantidad de contaminantes se están vertiendo a los cuerpos de agua, al aire o al suelo, y como las que se desean cuantificar pueden ser muy pequeñas conviene utilizar las partes por millón, las cuales representan una unidad de concentración adecuada para su cálculo.

Concentración en mezclas

Muchos productos de uso cotidiano se definen como mezclas. Una mezcla resulta de combinar dos o más sustancias distintas entre sí. Cada una de estas sustancias puede estar presente en cantidades iguales o diferentes en relación con las demás. La cantidad de una sustancia en una mezcla se denomina *concentración*. Conocer esta concentración es esencial para determinar la forma más adecuada de consumirla o utilizarla. Por ejemplo, un refresco es una mezcla de agua, azúcar y dióxido de carbono. Conocer la cantidad de azúcar en un envase de refresco (es decir, su concentración) es de suma importancia. Esto permite calcular el aporte calórico del producto y evaluar su posible efecto perjudicial en la salud.

Propiedades y características de las disoluciones

A continuación se abordan los conceptos esenciales relacionados con las disoluciones, así como su clasificación según la cantidad de soluto presente. Se emplearán términos cualitativos para describir las concentraciones (diluida, concentrada y saturada), además de introducir cálculos matemáticos para determinar el porcentaje de soluto en relación con el volumen o la masa del disolvente.

Una disolución es una mezcla homogénea compuesta por un disolvente y uno o más solutos. El soluto puede encontrarse en estado sólido, líquido o gaseoso, y representa al componente que está presente en menor cantidad en la disolución. Por su parte, el disolvente es el que se encuentra en mayor proporción en la mezcla, y también puede existir en cualquiera de los tres estados de agregación de la materia.

Cuando se expresa la cantidad de soluto contenida por unidad de disolvente en términos de masa, se puede establecer la siguiente relación:

$$m_{\text{disolución}} = m_{\text{soluto}} + m_{\text{disolvente}}$$

Donde:
$m_{\text{disolución}}$ = masa de la disolución
m_{soluto} = masa de soluto
$m_{\text{disolvente}}$ = masa de disolvente

Es fundamental destacar que, para que esta igualdad se cumpla correctamente, las masas del disolvente y del soluto deben estar expresadas en las mismas unidades de masa, ya sea en gramos (g) o en kilogramos (kg).

Una característica primordial de las disoluciones es que todos sus componentes forman una sola fase, lo que se conoce como *mezcla homogénea*. Las disoluciones poseen propiedades únicas; sin embargo, estas propiedades pueden variar al cambiar la concentración de los solutos presentes en ellas. Por ejemplo, al preparar agua con azúcar, el dulzor aumentará conforme se añadan gramos de azúcar. La concentración, entonces, se define como la cantidad de soluto por unidad de disolución y depende tanto del soluto como del disolvente.

Con base en la cantidad de soluto que contiene una disolución, pueden clasificarse en disoluciones diluidas, concentradas y saturadas.

Las disoluciones diluidas son aquellas en las que la cantidad de soluto es significativamente baja en comparación con el disolvente. A pesar de tener una concentración menor de alguno de los componentes, estas disoluciones cumplen con su propósito de manera efectiva. Por ejemplo, los productos de limpieza para el hogar suelen contener una concentración reducida de sustancias desinfectantes. Aunque en la mayoría de los casos esta concentración es suficiente para eliminar los microorganismos y lograr una eficiencia de hasta 99.9%. La siguiente imagen ilustra los componentes de una disolución diluida de cloruro de sodio.

Las disoluciones concentradas, por otro lado, contienen mayor cantidad de soluto que las diluidas, pero aún se puede considerar menor con respecto a la cantidad de disolvente. En una solución concentrada, el soluto se diluye formando una mezcla totalmente homogénea y si, por ejemplo, se calentara hasta que se evaporara la disolución, no se observarían residuos del soluto. La imagen siguiente presenta los componentes de una disolución concentrada de cloruro de sodio.

Por último, una disolución saturada es aquella en la que se ha disuelto la máxima cantidad de soluto posible por unidad de disolvente a una temperatura específica, de tal manera que para seguir agregando soluto a la disolución es necesario elevar la temperatura. Cuando a una mezcla se le agrega demasiado soluto gracias a la elevada temperatura de la misma, se le llama *sobresaturada*. Estas disoluciones se caracterizan porque al enfriarse o al mover la disolución de forma brusca o dar un golpe el soluto se precipita; es decir, se deposita en el fondo del contenedor (vaso, matraz, entre otros). En la imagen se muestran los componentes de una disolución saturada de cloruro de sodio.

La *solubilidad* se define como la cantidad máxima de soluto que se puede disolver en una determinada cantidad de disolvente. Esta propiedad es característica de cada compuesto y se establece a una temperatura específica. Por lo general, la solubilidad se expresa en gramos (g) de soluto por cada 100 ml de disolvente. Por ejemplo, al preparar una disolución saturada de cloruro de sodio en agua, se requiere pesar exactamente 36 g de cloruro de sodio y disolverlos en 100 ml de agua. Si se añade un grano de cloruro de sodio adicional, éste no podría disolverse, siempre que la temperatura se mantenga constante. En este caso, tendríamos una mezcla sobresaturada de cloruro de sodio en agua. En cambio, los mismos 100 ml de agua disuelven 200 g de azúcar de mesa o sacarosa. La temperatura es un factor importante cuando se habla de solubilidad, ya que si ésta aumenta en una disolución se aumenta la solubilidad del compuesto.

Ejemplos de solubilidad

Sustancia	Fórmula	Solubilidad (g/100 ml de agua)	Uso común
Cloruro de sodio	$NaCl$	35.9	Sal de mesa
Carbonato de sodio	Na_2CO_3	22.0	Presente en detergentes
Cloruro de magnesio	$MgCl_2$	54.0	Antiácido estomacal
Carbonato de magnesio	$MgCO_3$	0.01	Laxante
Cloruro de calcio	$CaCl_2$	74.0	Espesante en alimentos
Carbonato de calcio	$CaCO_3$	0.0017	Antiácido estomacal
Cloruro de hierro (II)	$FeCl_2$	66.4	Ampliamente usado en la industria textil
Cloruro de hierro (III)	$FeCl_3$	92.0	Aglutinante en el tratamiento de aguas
Carbonato de hierro (II)	$FeCO_3$	0.072	Suplemento alimenticio animal

Las disoluciones son mezclas homogéneas compuestas por un disolvente y uno o más solutos. Éstas se clasifican según la cantidad de soluto en disoluciones diluidas, concentradas y saturadas. El concepto de *disolución saturada* está relacionado con la solubilidad de un compuesto en un disolvente específico a una temperatura determinada. La solubilidad es, por definición, la máxima cantidad de soluto en gramos que puede disolverse en 100 ml de disolvente.

La importancia del tema radica en que muchos productos de uso cotidiano son en realidad disoluciones. Por ejemplo, los refrescos, la leche, los productos de limpieza para el hogar y los medicamentos. Además, en el ámbito biológico, la sangre en nuestro cuerpo es otro ejemplo de este concepto fundamental.

Unidades de concentración

Clasificar una disolución como diluida, concentrada o saturada implica una identificación cualitativa. En la vida cotidiana, a menudo es necesario conocer con precisión la cantidad de soluto presente en la mezcla. Por ejemplo, en un análisis de glucosa en la sangre es fundamental cuantificar el soluto para detectar posibles enfermedades. Esto implica comprender las expresiones matemáticas relacionadas con las unidades de concentración más utilizadas y relevantes.

La cantidad de soluto en una disolución puede expresarse de diversas formas, y la elección de la unidad depende del contexto en el cual se está midiendo, del uso que se les darán a los resultados y de la precisión requerida.

En general, las unidades de concentración se clasifican en físicas y químicas. Las unidades de concentración físicas son independientes de la naturaleza del soluto en el cálculo. Esto significa que el cálculo será idéntico, ya sea que se esté preparando una disolución de agua con sal o de agua con azúcar. Las unidades de concentración más comunes son los porcentajes masa/masa (% m/m), masa/volumen (% m/V) y volumen/volumen (% V/V).

Porcentaje masa/masa

Esta forma de expresar la concentración se caracteriza por relacionar la masa del soluto con la masa total de la disolución. Es común utilizar esta relación al realizar mezclas entre dos sólidos; sin embargo, también se puede emplear en mezclas donde el soluto puede ser un sólido, un líquido o un gas, y el disolvente un líquido. La ecuación para calcular el porcentaje masa/masa es la siguiente:

$$\% \frac{m}{m} = \frac{m_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

Donde:

$\% \frac{m}{m}$ = porcentaje masa/masa

m_{soluto} = masa del soluto expresada en gramos (g)

$m_{\text{disolución}}$ = masa de la disolución expresada en gramos (g)

Es esencial destacar que la igualdad anterior es válida si ambas expresiones de masa están en las mismas unidades, ya sea en gramos de soluto con gramos de disolución o en kilogramos de soluto con kilogramos de disolución.

Ejemplo 1
Se preparó una disolución con 15 g de NaCl (cloruro de sodio) en 100 g de agua, ¿cuál es el porcentaje masa/masa?

Paso 1. Identificar los datos.

$$m_{\text{soluto}} = 15 \text{ g de NaCl}$$

$$m_{\text{disolvente}} = 100 \text{ g de agua}$$

$$m_{\text{disolución}} = ¿?$$

Paso 2. Proponer una estrategia para calcular el dato faltante.
No se tiene la masa de la disolución, pero se sabe que:

$$m_{\text{disolución}} = m_{\text{soluto}} + m_{\text{disolvente}}$$

$$m_{\text{disolución}} = 15 \text{ g de NaCl} + 100 \text{ g de agua}$$

$$m_{\text{disolución}} = 115 \text{ g}$$

Paso 3. Utilizar la ecuación de porcentaje masa/masa y sustituir los datos:

$$\% \frac{m}{m} = \frac{m_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = \frac{15 \text{ g}}{115 \text{ g}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = 0.1304 \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = 13.04\%$$

Paso 4. Expresar el resultado.

El porcentaje de la masa del soluto en relación con la masa de la disolución es de 13.04%.

Ejemplo 2
Las disoluciones de ácidos concentrados como el clorhídrico, el nítrico o sulfúrico se expresan en porcentaje masa/masa. Si se utilizan 36 g de ácido clorhídrico (HCl) para obtener 100 g de disolución, ¿cuál es la concentración, en porcentaje masa/masa, de la disolución?

Paso 1. Identificar los datos.

$$m_{\text{soluto}} = 36 \text{ g de ácido clorhídrico}$$

$$m_{\text{disolución}} = 100 \text{ g}$$

$$\% \frac{m}{m} = ¿?$$

Paso 2. Utilizar la ecuación y sustituir los datos.

$$\% \frac{m}{m} = \frac{m_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = \frac{36 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = 0.36 \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{m} = 36\%$$

Paso 3. Expresar el resultado.

La concentración de la disolución preparada es de 36%.

Porcentaje masa/volumen

El porcentaje masa/volumen es una expresión comúnmente utilizada para describir la concentración de una disolución. Esto se debe a que resulta conveniente medir la masa de un soluto y luego agregar el disolvente hasta alcanzar el volumen deseado. La ecuación para calcular este porcentaje es la siguiente:

$$\% \frac{m}{V} = \frac{m_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

Donde:

$$\% \frac{m}{V} = \text{porcentaje masa/volumen}$$

$$m_{\text{soluto}} = \text{masa del soluto expresada en gramos (g)}$$

$$V_{\text{disolución}} = \text{volumen de la disolución expresado en mililitros (ml)}$$

Es fundamental destacar que la igualdad anterior se cumple si ambas expresiones, tanto la de masa como la de volumen, están en unidades equivalentes, es decir, gramos de soluto con mililitros de disolución o kilogramos de soluto con litros de disolución.

Ejemplo 1
Si se prepararon 100 ml de una disolución acuosa (agua como disolvente) con 15 g de cloruro de sodio (NaCl), ¿cuál es el porcentaje masa/volumen de la disolución?

Paso 1. Identificar los datos.

$$m_{\text{soluto}} = 15 \text{ g de NaCl}$$

$$V_{\text{disolución}} = 100 \text{ ml}$$

$$\% \frac{m}{V} = ¿?$$

Paso 2. Aplicar la ecuación y sustituir los datos.

$$\% \frac{m}{V} = \frac{m_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{V} = \frac{15 \text{ g}}{100 \text{ ml}} \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{V} = 0.15 \times 100\%$$

$$\% \frac{m}{V} = 15\%$$

Paso 3. Expresar el resultado.

El porcentaje de la disolución es de 15% g/ml.

Ejemplo 2
Si se prepararon 250 ml de una disolución de nitrato de potasio (KNO_3) cuya concentración es 8% g/ml, ¿cuál es la masa de KNO_3 que debe pesarse para obtener dicha disolución?

Paso 1. Identificar los datos.

$$\% \frac{m}{V} = 8\% \text{ g/ml}$$

$$V_{\text{disolución}} = 250 \text{ ml de disolución}$$

$$m_{\text{soluto}} = ¿?$$

Paso 2. Aplicar la ecuación y despejar la variable de interés.

$$\% \frac{m}{V} = \frac{m_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$(V_{\text{disolución}}) \times \left(\% \frac{m}{V}\right) = (m_{\text{soluto}}) \times 100\%$$

$$\frac{(V_{\text{disolución}}) \times \left(\% \frac{m}{V}\right)}{100\%} = m_{\text{soluto}}$$

Paso 3. Sustituir los datos.

$$m_{\text{soluto}} = \frac{(250 \text{ ml de disolución}) \times (8\% \text{ g/ml})}{100\%}$$

$$m_{\text{soluto}} = \frac{2\,000 \text{ g}}{100} = 20 \text{ g}$$

Paso 4. Expresar el resultado.

La masa de soluto que debe pesarse es 20 g de KNO_3.

Porcentaje volumen/volumen

Esta expresión de concentración se utiliza comúnmente cuando tanto el soluto como el disolvente son líquidos, aunque también puede usarse cuando el soluto es

un gas. Un ejemplo frecuente de esta concentración se encuentra en las bebidas a base de jugos naturales, donde se mide el volumen de jugo natural en relación con el volumen total de disolución.

Para calcular matemáticamente el porcentaje volumen/volumen se utiliza la siguiente ecuación:

$$\% \frac{V}{V} = \frac{V_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

Donde:

$\% \frac{V}{V}$ = porcentaje volumen/volumen

V_{soluto} = volumen del soluto expresado en mililitros (ml)

$V_{\text{disolución}}$ = volumen de la disolución expresado en mililitros (ml)

Es importante señalar que la igualdad anterior se cumple si ambas expresiones de volumen están dadas en las mismas unidades, mililitros de soluto con mililitros de disolución, o bien litros de soluto con litros de disolución.

Ejemplo 1
Una bebida carbonatada tradicional mexicana tiene un contenido de CO_2 (dióxido de carbono) de 1%. Si la botella contiene 350 ml, ¿cuál es el volumen de CO_2 presente?

Paso 1. Identificar los datos.

$$\% \frac{V}{V} = 1\%$$

$$V_{\text{disolución}} = 350 \text{ ml}$$

$$V_{\text{soluto}} = ¿?$$

Paso 2. Utilizar la ecuación y despejar la variable de interés.

$$\% \frac{V}{V} = \frac{V_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$(V_{\text{disolución}}) \times \left(\% \frac{V}{V}\right) = (V_{\text{soluto}}) \times 100\%$$

$$\frac{(V_{\text{disolución}}) \times \left(\% \frac{V}{V}\right)}{100\%} = V_{\text{soluto}}$$

Paso 3. Sustituir los datos.

$$V_{\text{soluto}} = \frac{(350 \text{ ml}) \times (1\%)}{100\%}$$

$$V_{\text{soluto}} = \frac{350 \text{ ml}}{100} = 3.5 \text{ ml}$$

Paso 4. Expresar el resultado.

El volumen de CO_2 presente es de 3.5 ml.

Ejemplo 2
Se desea preparar una disolución de anticongelante que contenga 50 ml de etilenglicol, la concentración final de la disolución debe ser de 7.5%. ¿Cuál será el volumen total de la disolución resultante?

Paso 1. Identificar los datos.

$$\% \frac{V}{V} = 7.5\%$$

$$V_{\text{soluto}} = 50 \text{ ml}$$

$$V_{\text{disolución}} = ¿?$$

Paso 2. Establecer la ecuación y despejar la variable de interés.

En este caso, es necesario despejar la ecuación original, ya que la incógnita es el volumen de la disolución.

$$\% \frac{V}{V} = \frac{V_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} \times 100\%$$

$$(V_{\text{disolución}}) \times \left(\% \frac{V}{V}\right) = (V_{\text{soluto}}) \times 100\%$$

$$V_{\text{disolución}} = \frac{V_{\text{soluto}} \times 100\%}{\% \frac{V}{V}}$$

Paso 3. Sustituir los datos.

$$V_{\text{disolución}} = \frac{50 \text{ ml} \times 100\%}{7.5\%}$$

$$V_{\text{disolución}} = \frac{5\,000 \text{ ml}}{7.5}$$

$$V_{\text{disolución}} = 666.67 \text{ ml}$$

Paso 4. Expresar el resultado.

El volumen de la disolución resultante es de 666.67 ml.

Las unidades en las que se expresa la concentración de una disolución son importantes para comprender cómo los fabricantes reportan la concentración en sus productos. Por ejemplo, los vinagres que se utilizan para cocinar contienen ácido acético de 3% a 5%, el agua oxigenada comercial, utilizada para desinfectar heridas, tiene H_2O_2 (peróxido de hidrógeno) entre 33% y 37%, entre otros productos que pueden verificarse mientras se hacen las compras en el mercado.

Las disoluciones son mezclas homogéneas compuestas por un disolvente y uno o más solutos. La cantidad de soluto presente puede expresarse de manera cualitativa; es decir, señalar si hay poco o mucho soluto, sin dar una cantidad exacta. También puede expresarse la cantidad de soluto de manera cuantitativa; es decir, dar un dato numérico preciso de la cantidad en gramos o mililitros del soluto presente. Cuantitativamente, las concentraciones se expresan en % *m*/*m*, % *m*/*V* y % *V*/*V*. Saber qué unidades utilizar depende de la naturaleza de la mezcla, del objetivo del análisis y del uso que se le dará a la mezcla o disolución.

Concentración de la especie de interés en productos cotidianos

Comprender la concentración de sustancias en productos de uso común permite tomar decisiones informadas sobre su consumo. Muchos productos comerciales son disoluciones que se utilizan con distintos objetivos, como tratar una enfermedad o limpiar una zona del hogar, o pueden ser consumidos como alimentos nutritivos o bebidas. Conocer su concentración permite saciar nuestras necesidades de manera segura y eficiente.

A la mayoría de los productos comerciales se le incorporan sustancias que les otorgan características que los hacen útiles en la vida cotidiana, por ejemplo, ¿por qué la comida envasada que se vende en los supermercados no se descompone con facilidad? La mayoría de los alimentos enlatados tienen una vida de anaquel larga debido a sustancias conocidas como *conservadores*, cuya concentración está regulada por las leyes del país, ya que si es muy baja, los alimentos se pueden descomponer, pero si es muy alta, supone un riesgo para la salud de los consumidores. Los medicamentos reportan una concentración de principio activo que es estrictamente vigilada para garantizar que su consumo sea seguro, los tintes para el cabello tienen una concentración de peróxido de hidrógeno que debe ser respetada para asegurar su actividad decolorante y para evitar daños a la piel. Como éstos hay muchos ejemplos del por qué es imprescindible poder cuantificar un componente en específico de una mezcla.

Productos y concentración de sus componentes

Producto	Soluto principal o añadido	Concentración aproximada
Agua oxigenada	Peróxido de hidrógeno	33% a 37%
Alcohol de farmacia	Etanol	70%
Analgésico ácido acetilsalicílico	Ácido acetilsalicílico	500 mg/tableta
Desinfectante	Hipoclorito de sodio	0.1% a 0.5%
Pintura	Dióxido de titanio	Hasta 30%
Cemento	Óxido de calcio	Alrededor de 63%
Herramientas de acero	Carbono	0.3% a 0.6%
Jabón para ropa	Dodecilbenceno sulfato de sodio	10% a 20%
Jabón para trastes	Alquilbenceno sulfonato de sodio	Más de 20%
Limpiador de pisos	Alquilbenceno sulfonato de sodio	1% a 5%
Suavizante	Base para suavizante	2% a 10%

Producto	Soluto principal o añadido	Concentración aproximada
Pasta dental	Fluoruro de sodio	Menos de 1 500 mg/kg
Limpiador de sarro	Ácido sulfámico	8%
Sal de mesa	Fluoruro de potasio	612 mg/kg a 765 mg/kg

Todos los productos que se consumen diariamente deben proporcionar información precisa sobre sus componentes, y existen normativas que deben cumplir para poder ser comercializados. Las pastas dentales contienen flúor en la concentración estrictamente necesaria, menor concentración de flúor genera un producto deficiente y un exceso de éste hace que el producto no sea seguro para su uso. De esta manera, se concluye que los datos proporcionados en la tabla anterior son intervalos que debe cumplir un producto para que su uso sea seguro y eficiente. Con este contenido, es posible generar el hábito de revisar la composición de los productos que se usan para saber qué se consume o utiliza.

> Las unidades o expresiones de concentración no son ajenas a la vida cotidiana. Es importante ser conscientes del contenido de diversos compuestos en productos comerciales para asegurar un uso responsable y seguro de éstos.

La concentración de sustancias en los productos que se consumen o se utilizan regularmente se expresan con cantidades (% *m*/*m*, % *m*/*V* y % *V*/*V*) o sólo con abundancias relativas (diluida, concentrada o saturada). La cantidad de soluto en la mezcla tiene un impacto significativo en las propiedades del producto. Por esta razón es importante verificar los contenidos de los componentes siempre que sea posible. Esto brindará una mayor certeza sobre si el producto satisfará alguna necesidad, cuánto tiempo durará o si contiene sustancias que podrían generar alergias.

Desarrollo científico y tecnológico

La química es la ciencia que estudia la materia y los cambios que hay en ella. Esta ciencia está presente desde que el ser humano fue capaz de transformar la materia, descubrió el fuego y lo empleó en procesos de combustión.

La química, actualmente, es producto de siglos de investigación por parte de mujeres y hombres dedicados a la ciencia. Sus aportaciones satisficieron necesidades de la humanidad y contribuyeron al desarrollo tecnológico.

Historia de la química: sus inicios

La química es una ciencia antigua. Existen registros de que en las primeras civilizaciones había gran interés por conocer cómo se conformaba la materia y algunos cambios en ella.

Un acercamiento a la química fue el descubrimiento de los primeros materiales empleados por las civilizaciones antiguas, por ejemplo, piedras y metales como el cobre, oro, estaño, bronce y hierro. Los procesos inventados por el ser humano para el aprovechamiento de estos metales se usan como referentes para marcar las edades en la época primitiva:

Edades en la época primitiva

Edad de...	Inicio
Piedra	8000 a. n. e.
Bronce	4000 a. n. e.
Hierro	1200 a. n. e.

Con la extracción de los metales y la fusión de algunos de ellos fue posible la elaboración de armas, herramientas, utensilios para preparar alimentos, entre otros objetos necesarios para la subsistencia humana.

Por otra parte, también los egipcios se destacaron por los métodos de embalsamado y conservación de cuerpos después de la muerte, así como por la preparación de tinturas, pigmentos e infusiones. En la imagen se ilustra un fragmento del mural del antiguo Egipto (hoy Deir el-Medina), que representa al dios Anubis preparando a la momia de Sennedjem.

Los griegos, por su parte, fueron grandes observadores del Universo y estudiosos de la estructura de los materiales. De ahí que, hacia el año 600 a. n. e., diversos filósofos se interesaran en la composición de la materia. Por ejemplo, Tales de Mileto (624-546 a. n. e.) fue el primero en mencionar que la materia básica está constituida por elementos a partir de los cuales se forman todas las sustancias.

Otros filósofos griegos fueron:

- Heráclito de Éfeso (540-480 a. n. e.). Pensaba que el fuego era el elemento de cambio en el Universo.
- Anaxímenes de Mileto (590-528 a. n. e.). Propuso que el aire era el elemento del que se originaban la tierra y el fuego. El aire era el principio de todas las cosas y el fin al que todo vuelve.
- Empédocles de Agrigento (484-424 a. n. e.). Afirmó que la tierra era el elemento principal. Por su parte, Aristóteles (384-322 a. n. e.) aceptó las propuestas de sus antecesores, pero planteó que cada elemento tiene propiedades específicas (calor, frío, humedad y sequedad) y que los cielos están formados por un elemento que denominó *éter*. Este pensamiento permaneció vigente cerca de dos mil años.
- Otros filósofos griegos, como Leucipo (499-400 a. n. e.) y Demócrito (460-370 a. n. e.), se preocuparon por conocer hasta dónde es divisible la materia. Demócrito fue el primero en proponer que los átomos eran la partícula mínima de la materia y que los átomos de cada elemento son diferentes en tamaño y forma, lo que les confiere propiedades distintas. La doctrina que defiende la propuesta de Demócrito es el atomismo. Todas las sustancias están compuestas de átomos de diferentes elementos.
- A mediados del año 300 a. n. e., Alejandro Magno (356-323 a. n. e.) fundó la ciudad de Alejandría, en Egipto. Ahí se estableció la Biblioteca de Alejandría, una institución dedicada a la investigación donde se estudiaban diversas disciplinas, como historia, filosofía, matemáticas, geografía y medicina. De ahí los árabes retomaron los saberes egipcios y los integraron con los de los griegos y con las tradiciones de oriente en áreas de la química, astronomía y medicina. Esto sentó las bases de una práctica basada en el ensayo y error, llamada *alquimia*, muy relacionada con la filosofía, el misticismo y la religión.

El científico y escritor Isaac Asimov (1920-1992) escribió, en su libro *Breve historia de la química,* que los alquimistas eran las personas que practicaban la alquimia y utilizaban términos desconocidos por la población, así como métodos para transformar sustancias, razón por la cual servían como modelos de cuentos populares de magos, brujos y hechiceros.

Existen registros donde se indica que la práctica de la alquimia data del siglo IV a. n. e. Los alquimistas retomaron el pensamiento griego de que la naturaleza está formada por los cuatro elementos, los cuales otorgan determinadas propiedades: aire, tierra, fuego y agua. Buscaban una sustancia desconocida que llamaban *piedra filosofal*, la cual esperaban que transformara o transmutara a los metales en oro, incrementara la juventud en las personas y retrasara la muerte.

A los alquimistas se les atribuyen conocimientos sobre la preparación de compuestos; estudios sobre los cambios químicos; descripciones sobre procesos como la cristalización o formación de cristales, destilación o separación de componentes de las sustancias; tratados sobre las reacciones químicas involucradas en la extracción de metales de los minerales y el diseño de los primeros instrumentos de laboratorio, entre otros.

El alquimista, médico y astrónomo suizo Paracelso (1493-1541) estudió algunos procesos químicos en el cuerpo humano y logró equilibrar algunas deficiencias con el empleo de minerales y algunos remedios medicinales. También desarrolló la idea de que las heridas podían sanar de forma natural si se mantenían limpias y secas, la cual prevalece hasta la actualidad y se aplica para la mayoría de las heridas.

La alquimia extendió su influencia hacia Europa hasta el siglo XVIII. No obstante, con todos sus descubrimientos y avances no se considera que haya ejercido ciencia verdadera, pues sus estudios mezclan conceptos místicos y espirituales. Algunos autores la mencionan como una cosmovisión o manera de interpretar al mundo que permitió el desarrollo de las ciencias experimentales, particularmente de la química.

A principios del siglo XIX, se desarrollaron métodos de investigación cada vez más organizados que seguían una serie de pasos, lo cual dio pie a desmentir algunas creencias. Entonces la alquimia fue sustituida por el método científico, donde la razón y las investigaciones comenzaron a tener un rigor diferente, basado en la observación y la experimentación.

La ciencia química, como una ciencia experimental, inició con los estudios del irlandés Robert Boyle (1627-1691), interesado por las propiedades del aire. Este científico planteó que los cuerpos están compuestos por "cuerpos mixtos" o corpúsculos que se mueven. Con ello propuso la teoría corpuscular, con la cual interpretó el comportamiento de los gases y, gracias a ello, se desarrollaron máquinas de combustión interna o con pistones. Además, Boyle fue el primero en establecer el criterio para definir un *elemento* como una sustancia que no puede descomponerse en una sustancia más simple y que puede combinarse con otros elementos para formar *compuestos.* Con los estudios de Boyle se inicia una nueva concepción de la química, la cual permea hasta nuestros días.

La química actual también contribuye con la tecnología de los transportes y las comunicaciones. Es indispensable para la fabricación de materiales sintéticos, útiles en ropa deportiva y en los componentes de teléfonos, tabletas y computadoras, entre otros.

La química tuvo un antecedente importante en la alquimia. En la actualidad, la química es una ciencia moderna indispensable que transforma las sustancias en otras mediante procesos controlados con distintas finalidades, como cubrir algunas necesidades humanas.

Los procesos químicos permiten obtener, por ejemplo, medicamentos, fibras para vestir y materiales para la vivienda, cosméticos, jabones, pinturas y papel. Además, posibilitan la generación de energía.

Aportes relevantes a la química

Los estudios de Robert Boyle, en el siglo XVII, introdujeron el razonamiento en la interpretación de los fenómenos químicos, con lo cual iniciaba el estudio de la química como ciencia formal. Se destacan, a continuación, otros personajes que contribuyeron con sus estudios y aportaciones para el desarrollo de la ciencia química actual.

Robert Boyle

Johann Joachim Becher

Hacia 1650 surgió la inquietud en los naturalistas de encontrar nuevas explicaciones sobre las características del fuego, así como algunas interrogantes acerca del proceso de combustión.

El químico alemán Johann Joachim Becher (1635-1682) supuso que las sustancias estaban formadas por tierras que tenían diversas propiedades, una de éstas caracterizaba las propiedades inflamables de la materia. Con base en esta propuesta, el químico y físico alemán Georg Ernest Stahl (1660-1734) desarrolló el término *flogisto* (que en griego significa "hacer arder"), así como una teoría que explicaba los procesos de combustión.

Según Stahl, el flogisto está presente en las sustancias combustibles, es decir, aquellas que se pueden quemar. El flogisto se desprende y se pierde en el aire cuando los combustibles arden. De acuerdo con la teoría del flogisto, las cenizas son abundantes si la sustancia original tiene poco flogisto; si el residuo es mínimo, la mayoría de la sustancia original está formada por flogisto.

En el siglo XVIII, gracias al movimiento de la Ilustración, los investigadores formaron academias y sociedades científicas, en cuyas revistas se publicaban con rapidez los hallazgos más recientes para que la comunidad científica los conociera. Hasta ese momento, las nociones sobre los elementos desarrollados en la antigua Grecia seguían vigentes, así como algunas ideas de la alquimia. Durante este siglo, el flogisto cobró gran relevancia; muchos científicos apoyaban la teoría, pero también había otros que la rechazaban. Al final, los hechos experimentales contribuyeron a su desacreditación.

En los experimentos sobre el flogisto se empleaban balanzas, con las cuales se pesaban los objetos antes de ser quemados, así como sus cenizas después de la combustión. Así, observaron que al quemar metales en presencia de aire (y por lo tanto en presencia de oxígeno), éstos ganaban peso en lugar de perderlo, como proponía Stahl.

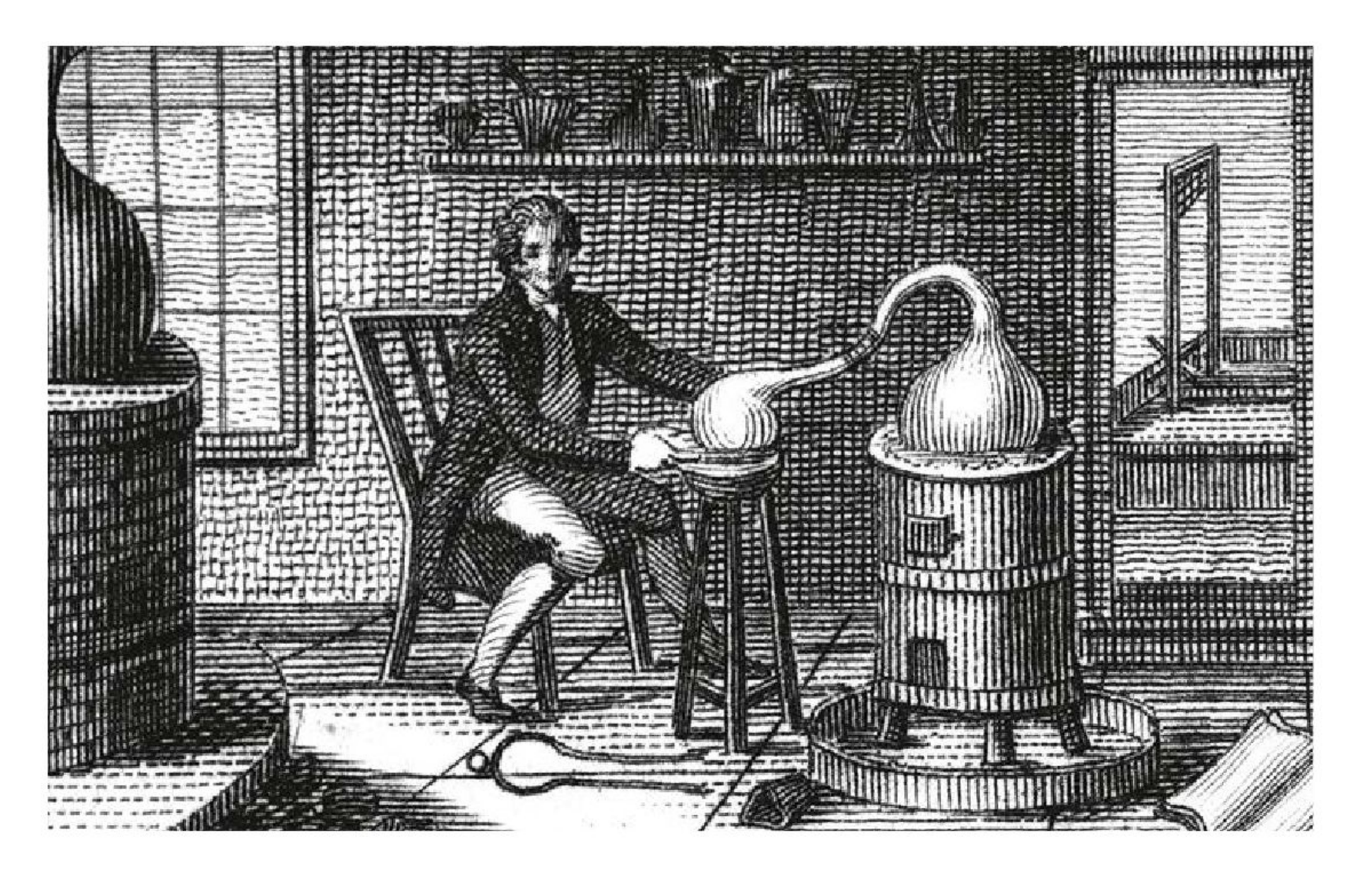
Georg Ernest Stahl

Durante el siglo XVIII los experimentos del químico Henry Cavendish (1731-1810) sobre el hidrógeno lo llevaron a demostrar que el agua (H_2O) está compuesta de los gases hidrógeno y oxígeno. Además, sus observaciones acerca de la propiedad de la inflamabilidad del hidrógeno aportaron elementos para la caída de la teoría del flogisto.

Tiempo después, el investigador francés Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794) demostró la inexistencia del flogisto. Él era un investigador minucioso que cuantificaba todos los detalles y controlaba las variables que intervienen en los experimentos de combustión, tales como la liberación de gas y cómo atraparlo.

Al investigar la iluminación de las calles de París, Lavoisier observó que, durante la combustión, los objetos combustibles perdían masa. Para probarlo, este químico introdujo los materiales combustibles en un recipiente y después lo selló formando un sistema cerrado. Después, pesaba el recipiente y ocasionaba la combustión aplicando calor. Finalmente, pesaba de nuevo los componentes donde se generaba la combustión. Al comparar los resultados, se percató de que antes y después de la combustión el sistema cerrado pesaba lo mismo. Esto explica que cuando no se aísla la reacción de combustión, el combustible pierde masa y ésta se escapa en forma de gas.

Con sus experimentos, Lavoisier demostró que el flogisto no existe, es decir, que no hay una sustancia básica inflamable en la materia. Además, con ellos propuso el principio o ley de Lavoisier, o ley de la conservación de la masa, la cual dice que en cualquier reacción química la masa se conserva; esto es, que la masa de los materiales que intervienen en la reacción química es igual a la masa total de los productos. Otra aportación importante de Lavoisier fueron los instrumentos que utilizó; por ejemplo, unos recipientes de vidrio llamados *retortas,* los cuales tenían un cuello muy largo y balanzas de precisión, con ellos logró hacer mediciones más exactas.



El trabajo de Lavoisier revolucionó la ciencia de la química, ya que mejoró los mecanismos de investigación y de comprensión, dándoles un carácter cuantitativo, es decir, medible. Este científico no trabajó solo, pues su esposa Marie-Anne Pierrette Paulze (1758-1836), conocida como Marie Lavoisier, participó con él en las ideas más importantes del trabajo; sin embargo, en su época, era costumbre que las mujeres no tuvieran reconocimiento público. Lavoisier falleció en 1794.

En el desarrollo de la química, las mujeres también han hecho notables contribuciones. Tal es el caso de la física y química polaca María Salomea Skłodowska-Curie (1867-1934), conocida como Marie Curie, la primera mujer en licenciarse en ciencias en la Universidad de la Sorbona, en París. En 1898, Marie Curie descubrió, junto con su marido, el físico francés Pierre Curie (1859-1906), un conjunto de fenómenos a los que dio el nombre de *radioactividad,* una propiedad de los átomos que se desintegran por cierta inestabilidad. El matrimonio Curie también descubrió el elemento radioactivo torio y trabajó con óxido de uranio, polonio y radio, los cuales se emplean actualmente con diferentes funciones.

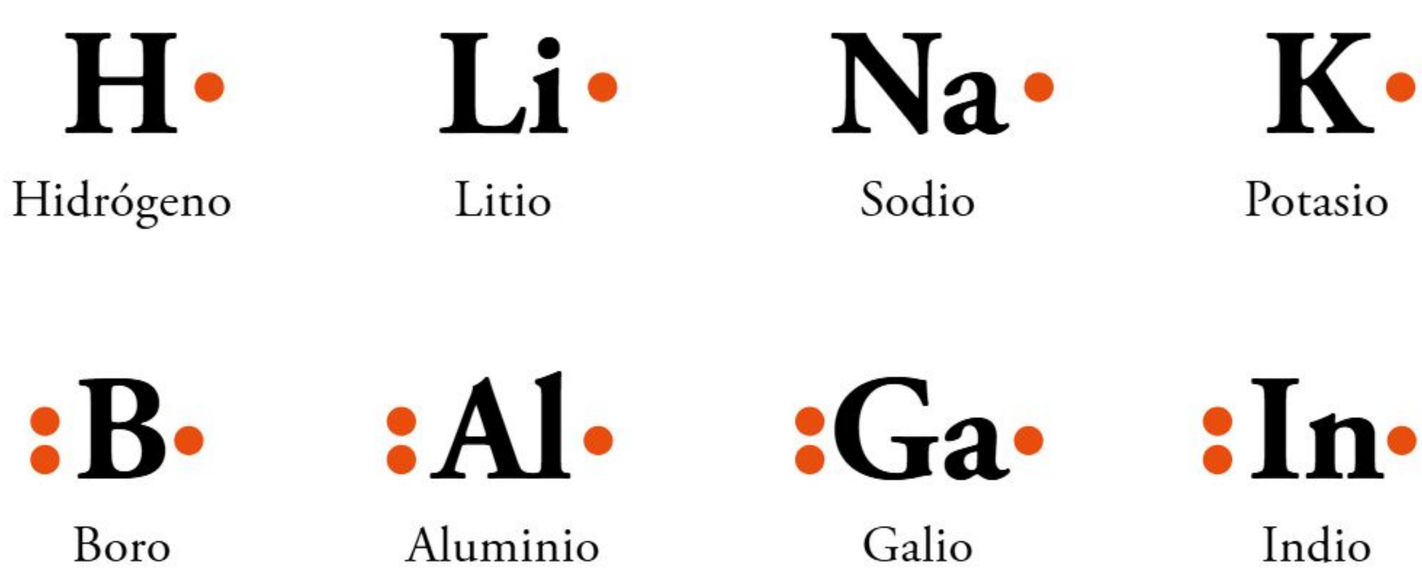
El científico francés Henri Beckerel (1852-1908) fue el precursor de los estudios sobre la radioactividad y, junto con Marie y Pierre Curie, recibieron el Premio Nobel de Física en 1903. Después de la muerte de Pierre Curie, Marie Curie siguió trabajando hasta obtener el elemento radio en forma metálica. Gracias a estas investigaciones recibió el Premio Nobel de Química en 1911 y fue la primera mujer en ser profesora de física en la Universidad de La Sorbona, en París. A pesar de sus éxitos, Marie Curie jamás fue aceptada en la Academia de Ciencias de Francia por ser mujer, atea y extranjera. Esta notable investigadora falleció en 1934, como consecuencia de la exposición a la radiación que tuvo mientras desarrollaba sus experimentos.

El trabajo de Marie Curie fue continuado por su hija mayor, la científica Irène Joliot Curie (1897-1956), quien también ganó el premio Nobel de Química un año después de la muerte de su madre.

Otras importantes contribuciones a la química hacia el final del siglo XIX fueron las del científico ruso Dimitri Mendeléiev (1834-1907), al igual que las del fisicoquímico estadounidense Gilbert Newton Lewis (1875-1946).

En 1869, Mendeléiev elaboró el primer ensayo sobre la tabla periódica de los elementos, al cual tituló *Ensayo de sistematización de los elementos sobre la base de sus pesos atómicos y de sus semejanzas químicas.* Esta primera tabla consideró únicamente 63 elementos y la elaboró con base en la masa atómica de los elementos; el acomodo coincidía con sus propiedades de metales y no metales. Años más tarde, Mendeléiev incluyó cuatro elementos más e hizo una nueva tabla periódica a la que llamó *Sistema natural de los elementos.* Este científico ruso dejó huecos en su tabla porque supuso que existían elementos desconocidos, pero que después se descubrirían.

Por su parte, en 1916, Lewis hizo importantes contribuciones para representar la manera en que los átomos enlazados comparten electrones. Así, propuso la teoría de enlace covalente. Según Lewis, los electrones que participan en este enlace son los que se encuentran en el orbital externo, llamados *electrones de valencia*. Para representarlos, en honor a este científico, se establecieron las estructuras de Lewis, las cuales consisten en puntos que se ponen en cada uno de los lados del símbolo de los elementos para indicar los electrones externos que tienen sus átomos, como en estos ejemplos:



El siglo XIX fue un periodo de gran desarrollo científico en el que mujeres y hombres lograron diferentes descubrimientos y contribuciones para hacer de la química una ciencia moderna. Estas aportaciones permitieron la clasificación de las sustancias, el estudio de las interacciones con otras sustancias y la explicación de los cambios que se observan en éstas. Dichos aportes han contribuido con el desarrollo de la ciencia y tecnología químicas. Gracias a ellos la humanidad se beneficia hasta la actualidad.

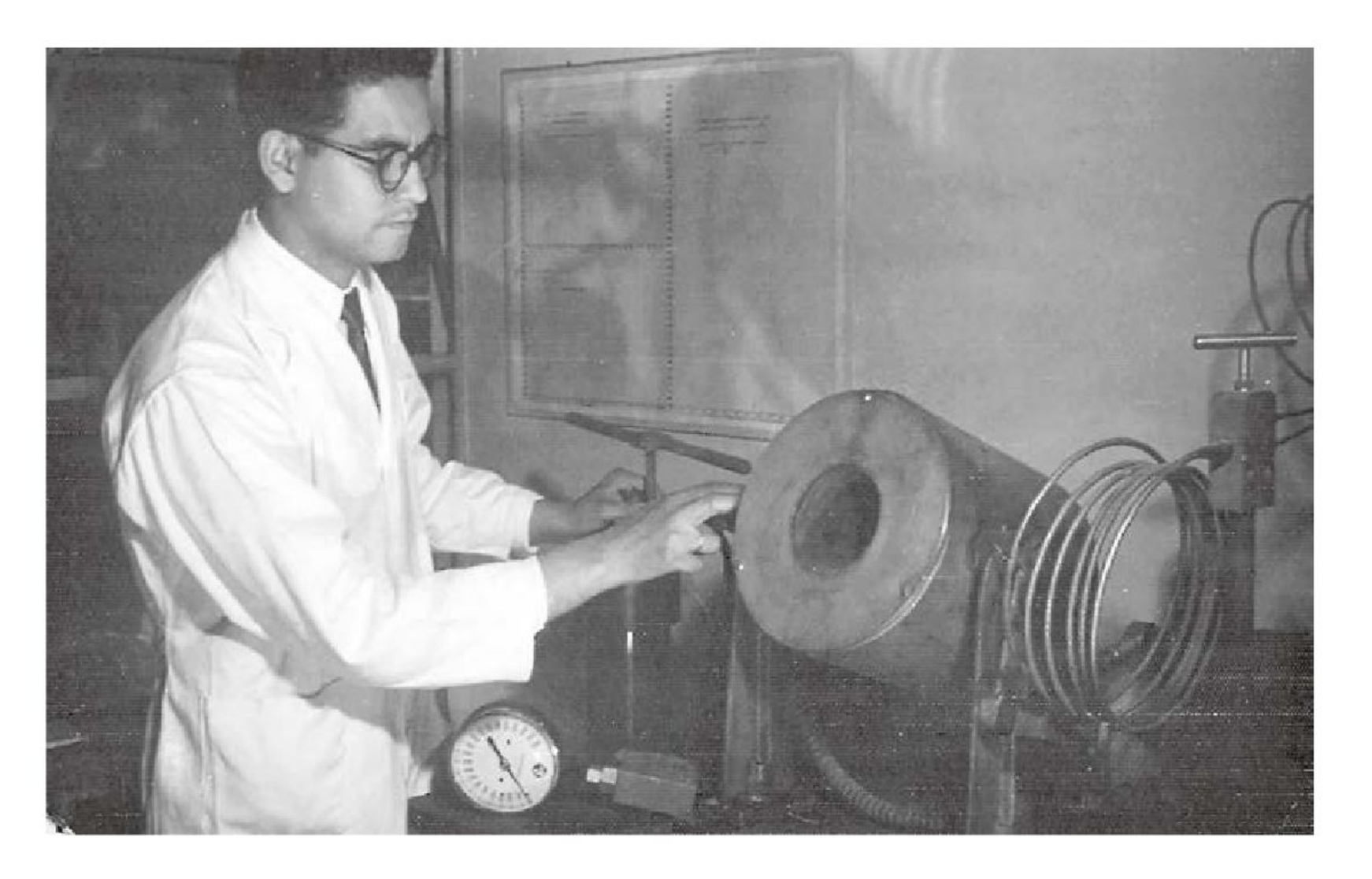
Contribuciones de mexicanas y mexicanos a la química

La química, como las demás ciencias, es fruto del trabajo incansable de mujeres y hombres quienes, con sus aportaciones, han hecho posible el desarrollo de esta ciencia, la cual contribuye a la satisfacción de diversas necesidades de las personas. Es importante destacar el trabajo de investigadores mexicanos, cuyos aportes han sido fundamentales para el desarrollo de la ciencia y la tecnología en el mundo.

Luis Ernesto Miramontes Cárdenas (1925-2004) fue un científico nayarita que estudió ingeniería química en la Escuela Nacional de Ciencias Químicas (hoy Facultad de Química) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), especializándose en química orgánica.

A los veintiséis años, Miramontes trabajó su tesis al lado del químico búlgaro Carl Djerassi y su homólogo húngaro nacionalizado mexicano George Rosenkranz. Tiempo después sintetizó por primera vez la 19-noretisterona, principio activo de la primera píldora anticonceptiva. La 19-noretisterona es un compuesto químicamente semejante a la hormona progesterona, que detiene la ovulación durante el embarazo. Esta similitud le confiere su actividad anticonceptiva.

Esta aportación se considera una de las más importantes en la historia de la medicina e incluso ha propiciado la nominación de Miramontes como uno de los investigadores más influyentes de América Latina, ya que casi la mitad de los anticonceptivos orales que se han utilizado contienen la 19-noretisterona.



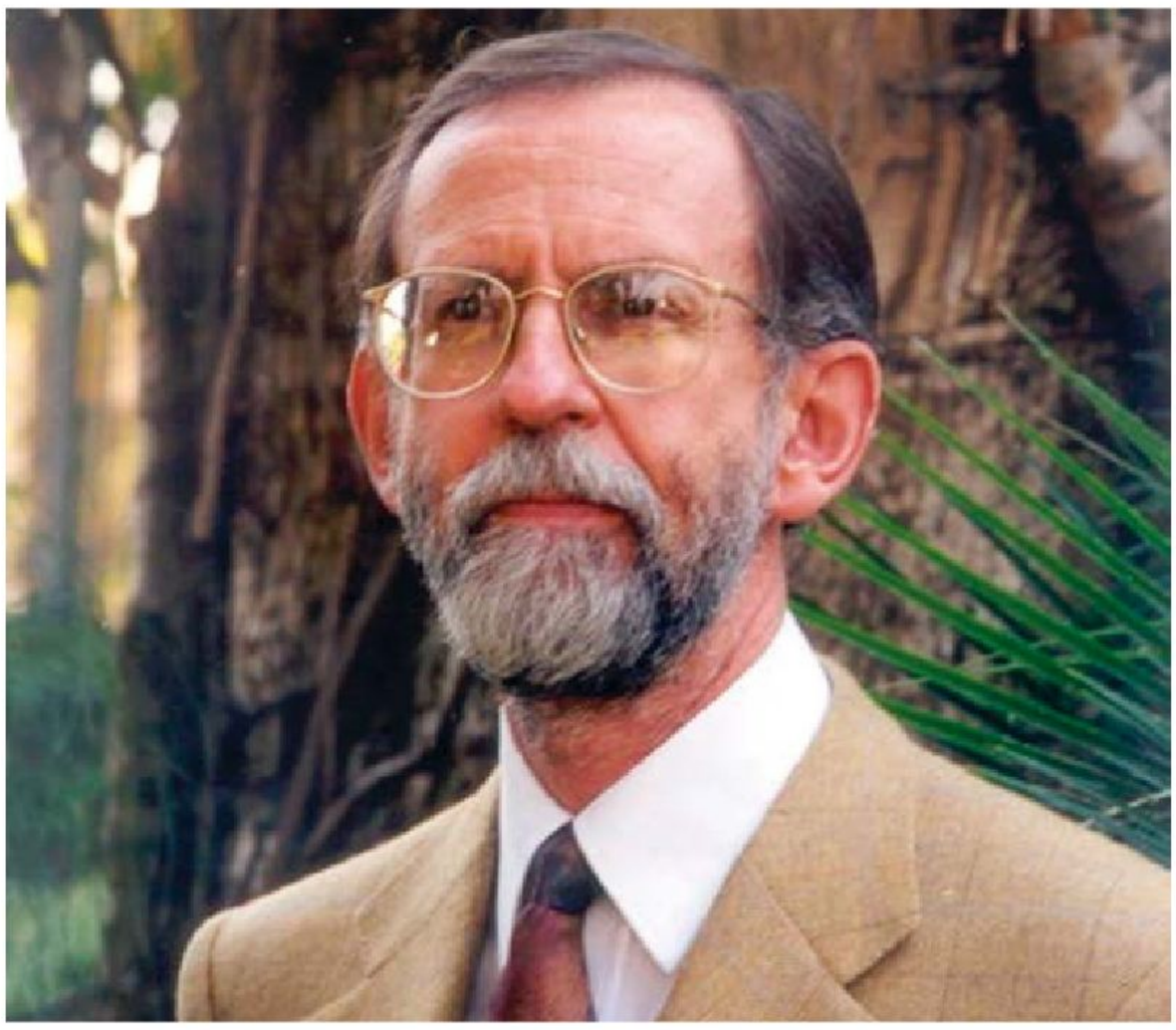
La bioquímica mexicana Evangelina Villegas Moreno (1924-2017) estudió biología en el Instituto Politécnico Nacional (IPN) a finales de la década de los cuarenta. En 1962 terminó su maestría en ciencias con especialidad en tecnología de cereales en la Universidad de Kansas en Estados Unidos y, en 1967, cursó el doctorado en química de cereales y fitotecnia en la Universidad de Dakota del Norte.

Desde 1950 se desempeñó como investigadora del Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo (CIMMYT), donde dirigió el Departamento de Calidad Proteica y Nutrición. El trabajo de esta investigadora tenía como finalidad optimizar la calidad industrial, proteica y nutricional del maíz. En la década de 1970, con el propósito de disminuir la desnutrición de las zonas más pobres del planeta, la doctora Villegas Moreno obtuvo variedades de maíz con proteína de alta calidad. Por sus estudios, fue la primera mujer en recibir el Premio Mundial de Alimentación otorgado por el World Food Prize en 2000.

El ingeniero químico José Mario Molina Pasquel y Henríquez (1943-2020) fue un científico notable cuyas contribuciones ayudaron a comprender la manera en que se desintegra la capa de ozono de nuestro planeta. Este investigador cursó sus estudios universitarios en la Facultad de Química de la UNAM. Posteriormente, hizo su posgrado en la Universidad de Friburgo, Alemania, y en 1968 estudió el doctorado en la Universidad de Berkeley en California, Estados Unidos.

En 1974 Molina descubrió, junto con los químicos Paul Jozef Crutzen, neerlandés, y el estadounidense Frank Sherwood Rowland, la manera en que los gases de efecto invernadero, conocidos como *clorofluorocarbonos* (CFC), dañan la capa de ozono. Su descubrimiento llevó a estos científicos a ganar el Premio Nobel de Química en 1995. Se nacionalizó estadounidense en 1989.

Los estudios del doctor Mario Molina, así como sus diferentes publicaciones, fueron importantes para la creación del primer tratado internacional para la protección del ambiente por parte de la Organización de las Naciones Unidas (ONU), denominado Protocolo de Montreal, con la firma inicial de 46 países. Con este tratado se busca proteger la capa de ozono con la eliminación gradual de los productos químicos que la desintegran. En 1998, México firmó el acuerdo y desde entonces ha reducido la generación de los CFC considerablemente gracias a diversos proyectos, muchos de ellos impulsados por Mario Molina.



El bioquímico mexicano Francisco Gonzalo Bolívar Zapata, nacido en 1948, estudió la licenciatura en química en la Facultad de Química de la UNAM, institución donde ejerce como investigador y profesor. En 1977, en San Francisco California, Estados Unidos, el doctor Bolívar Zapata, junto con un grupo de investigadores, logró por primera vez la producción de proteínas humanas en bacterias mediante técnicas de ingeniería genética, lo que permitió que se pudiera producir insulina de forma industrial.

Con más de doscientas publicaciones, este investigador es reconocido por muchas universidades, entre ellas la de Lieja, en Bélgica. Entre otras distinciones, en 1980 recibió el Premio Nacional de Química; en 1982, la Academia Mexicana de Ciencias le otorgó el premio de Investigación en Ciencias Naturales, y en 1988, la Organización de Estados Americanos le dio el Premio Manuel Noriega en Ciencia y Tecnología.

> Hasta ahora se han revisado las contribuciones de químicas y químicos mexicanos, quienes participaron en la producción de fármacos anticonceptivos, maíz con proteínas de alta calidad y de insulina, avances que mejoraron la calidad de vida de millones de personas a nivel mundial. En el caso del estudio de la desintegración de la capa de ozono debida a los CFC, ha cambiado la regulación internacional para el cuidado del planeta.

La química moderna tiene sus antecedentes históricos en la alquimia y ésta, a su vez, en los saberes de culturas antiguas como la egipcia y la griega. Con el desarrollo de metodologías científicas basadas en la observación, experimentación y comparación, la química surgió como ciencia.

El trabajo de científicos destacados como Cavendish, Lavoisier, el matrimonio Curie, Mendeléiev, Lewis, entre otros, contribuyó al conocimiento de la estructura del átomo, de las propiedades de los elementos químicos y de las sustancias, así como su comportamiento. Estos avances científicos permitieron el desarrollo de sustancias y compuestos de gran importancia en la industria, que han sido agentes de mejora en la calidad de vida de las personas.

Es importante resaltar que en nuestro país nacieron y se formaron Luis Miramontes, Evangelina Villegas, Mario Molina y Francisco Bolívar, quienes son personajes relevantes en la ciencia química y sus aportaciones han cambiado la vida de muchos seres humanos alrededor del mundo y han revolucionado la ciencia que se realiza en México.

Diagramas de Lewis

Un modelo es una representación de conceptos, procesos y fenómenos que ayuda a visualizar y explicar de forma sencilla algo complejo.

Los modelos atómicos son una representación de cómo están organizadas las partículas que conforman un átomo, es decir, representan de manera sencilla la composición de los elementos químicos. Si el modelo es cercano a lo que ocurre en realidad a nivel microscópico, será de utilidad en la predicción de los fenómenos macroscópicos, aquellos que podemos ver a simple vista. Un ejemplo de ello son los diagramas de Lewis, con los cuales se representan los electrones de valencia de un átomo y se puede explicar la formación de los enlaces químicos.

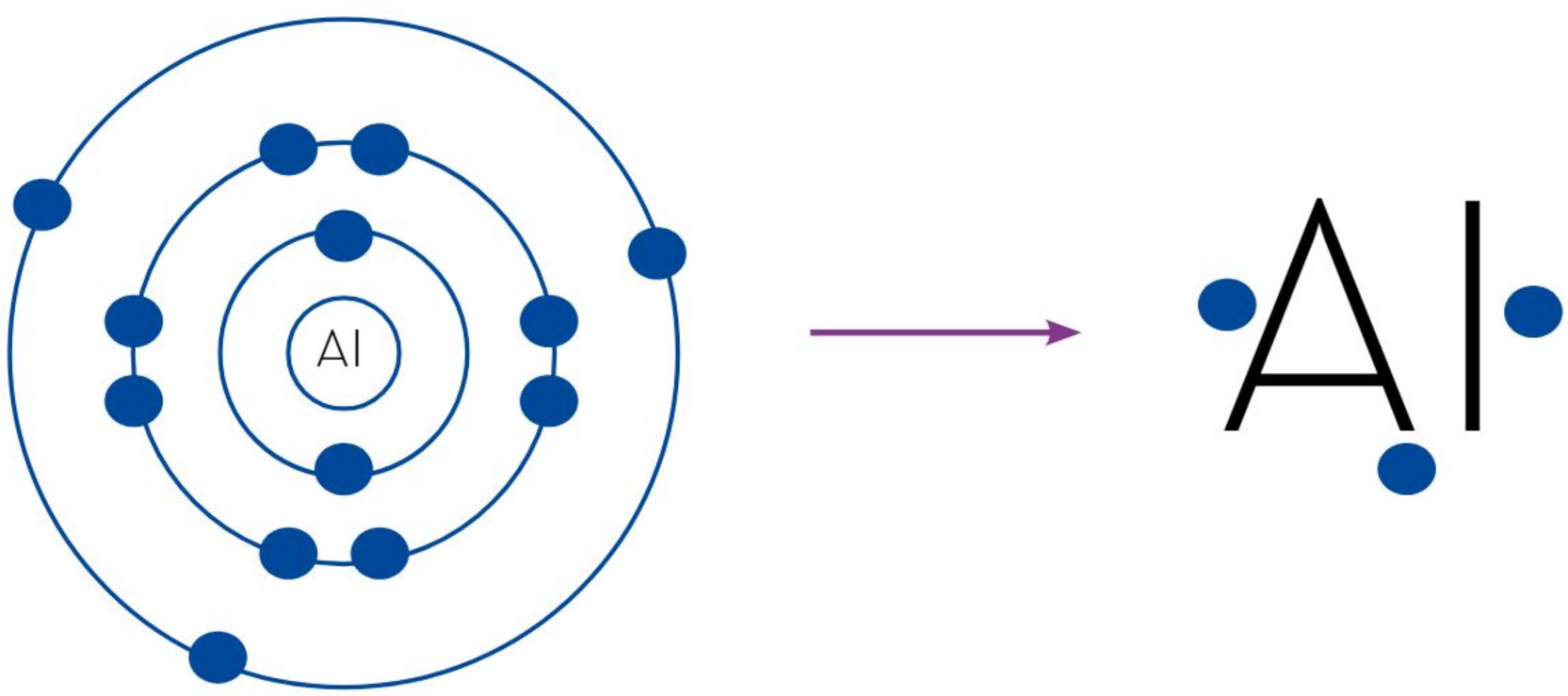
Características y usos de los diagramas de Lewis

Los elementos químicos se diferencian a partir del número atómico, el cual representa la cantidad de protones que hay en el núcleo del átomo. Asimismo, el número de protones que hay en el átomo coincide con la cantidad de electrones, por lo que al ser cargas contrarias (positiva y negativa), el átomo es eléctricamente neutro.

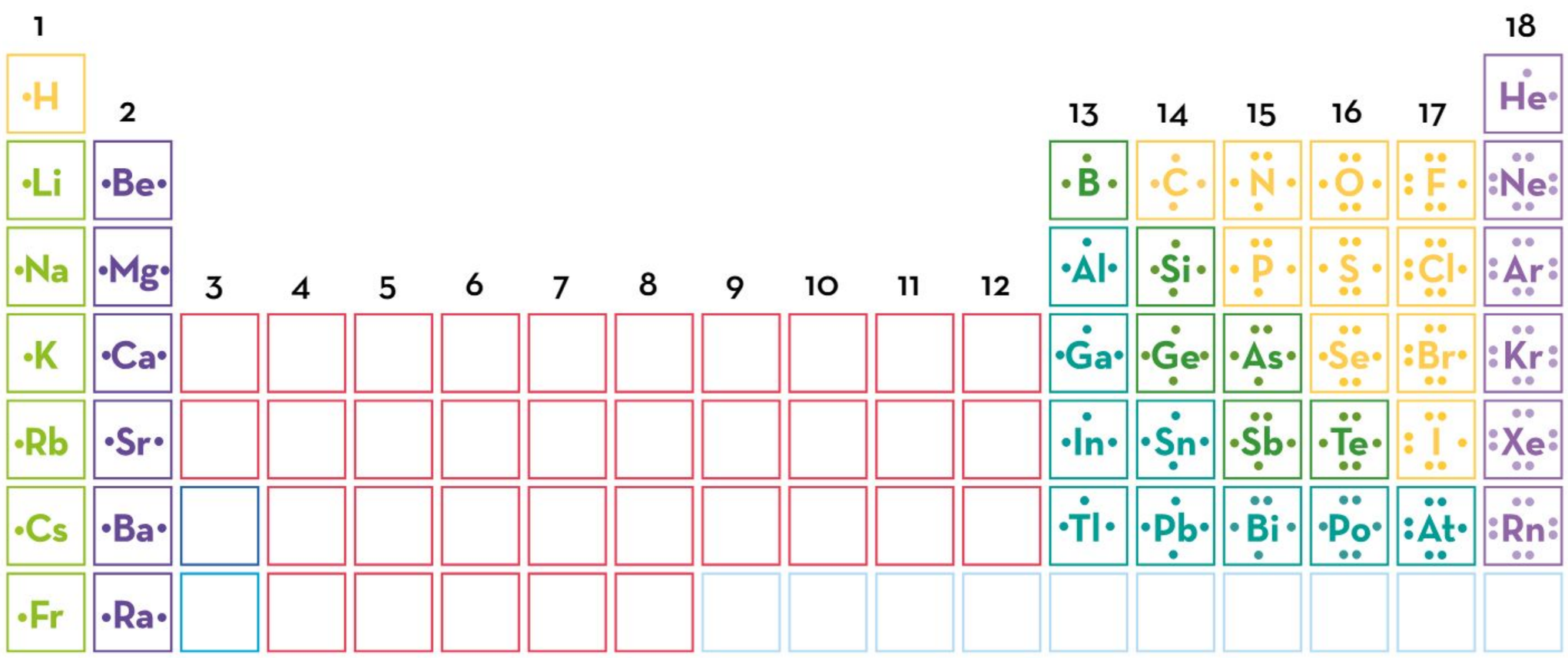
En el modelo atómico de Bohr los electrones se encuentran en espacios llamados *orbitales*, los cuales forman una especie de capas, también nombradas como *niveles energéticos*, alrededor del núcleo. Son los electrones que se encuentran en la última capa, u orbital, que rodea al núcleo de un átomo los que intervienen en la formación de enlaces químicos. A éstos se les conoce como *electrones de valencia*.

En 1916, el químico estadounidense Gilbert Lewis formuló un modelo para representar los electrones de valencia, al cual se le conoce como *diagrama de Lewis* en su honor. Estos diagramas constan del símbolo del elemento y un punto por cada electrón de valencia del átomo correspondiente.

En el siguiente ejemplo, se muestra un átomo de aluminio que tiene 13 electrones en total, de los cuales solamente tres están en su capa más externa, también conocida como *capa de valencia*, por lo que el diagrama de Lewis correspondiente quedará con el símbolo del aluminio y tres puntos alrededor que representan a los electrones de valencia:



Una de las propiedades periódicas de los elementos indica que los que pertenecen a un mismo grupo tienen el mismo número de electrones de valencia y, además, el número del grupo está relacionado con la cantidad de estos electrones, por lo que basta saber en qué grupo se encuentra un elemento para conocer sus electrones de valencia. Por ejemplo, los elementos de los grupos 1 y 2 tienen ese número de electrones, mientras que los de los grupos 13, 14, 15, 16, 17 y 18, tienen 3, 4, 5, 6, 7 y 8 electrones respectivamente, excepto el helio, que tiene dos.

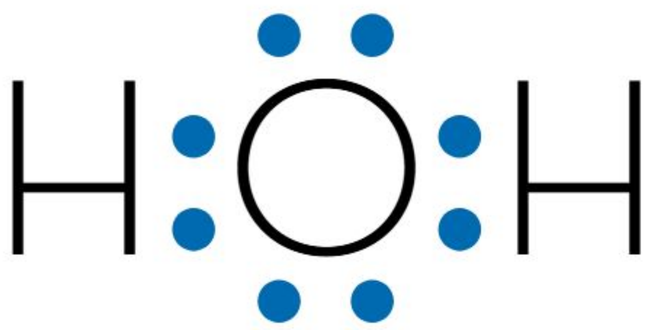


En la tabla anterior se observa que para los elementos de las familias 3 a 12 no hay un diagrama de Lewis definido, ya que los orbitales que existen en estos elementos tienen la capacidad de contener más de ocho electrones en la capa más externa.

Uno de los principales usos de los diagramas de Lewis es identificar cuántos electrones de valencia tiene un átomo, para definir cómo se va a enlazar químicamente con otros átomos, ya que una de las características de estas partículas es que se vuelven estables al tener ocho electrones de valencia en su último nivel de energía. Si no los tienen, tenderán a ganar o ceder electrones hasta completar su octeto, ya sea con átomos del mismo elemento o de uno distinto. Todo lo referido es conocido como la *regla del octeto*.

Los gases nobles (familia 18) tienen como característica ser muy estables y no reaccionar con otros elementos, esto debido a que su último nivel energético se encuentra lleno con ocho electrones. No obstante, el resto de los elementos no tiene esa totalidad de electrones, lo que significa que no son tan estables como los gases nobles y, por lo tanto, tenderán a ganar o a liberar electrones para tener su capa de valencia completa y volverse estables.

Por ejemplo, los elementos de la familia 16, que son oxígeno (O), azufre (S), selenio (Se), telurio (Te) y polonio (Po), tienen seis electrones de valencia, por lo que necesitan dos electrones extra para poder tener su capa de valencia completa con ocho electrones y así ganar estabilidad. En la molécula de agua (H_2O), un átomo de oxígeno (O) está unido a dos átomos de hidrógeno (H), cada uno con un electrón, ya que pertenece a la familia 1. La suma de todos los electrones en la capa de valencia es 8, de modo que la molécula ha alcanzado estabilidad, cumpliendo con ello la ley del octeto.



Los diagramas de Lewis se componen del símbolo del elemento y los electrones de valencia, que se encuentran en la capa más externa del átomo, que son representados con puntos alrededor del símbolo del elemento. Este modelo es una herramienta que permite observar cuántos electrones de valencia tiene un elemento y, por ende, cuántos electrones necesita para ser estable, es decir, cuántos enlaces es posible que forme con otros átomos.

Los modelos atómicos cambiaron la perspectiva sobre la configuración y conformación de los átomos, porque a partir de ellos se tiene la información necesaria sobre su estructura. El diagrama de Lewis es útil para representar de manera efectiva y sencilla los electrones de valencia que, a su vez, se relacionan a través de las interacciones y la reactividad con otros elementos de la tabla periódica.

Ecuaciones químicas

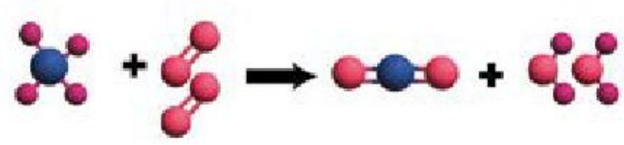
Las reacciones químicas son procesos en donde le ocurren cambios a la estructura de las sustancias. En ellas es posible observar la generación de calor, cambios de color o desprendimiento de gases. Para entender los cambios completos que hay en una reacción, se utiliza la ecuación química, una representación matemática de todo lo que ocurre en la reacción y por medio de la cual se puede obtener información.

Modelos tridimensionales de las reacciones químicas

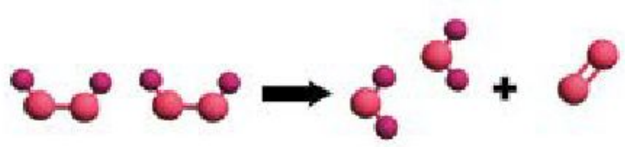
Es posible representar a las sustancias mediante modelos corpusculares, por lo que estos mismos se pueden aprovechar para ejemplificar las reacciones químicas.

A partir de modelos corpusculares pueden representarse algunas reacciones químicas como las siguientes:

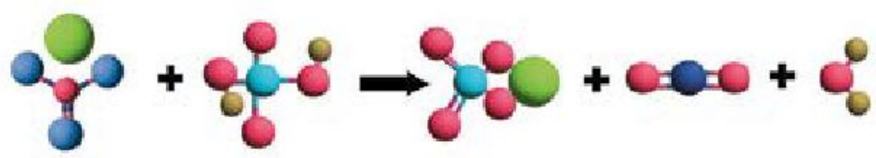
$$CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$$



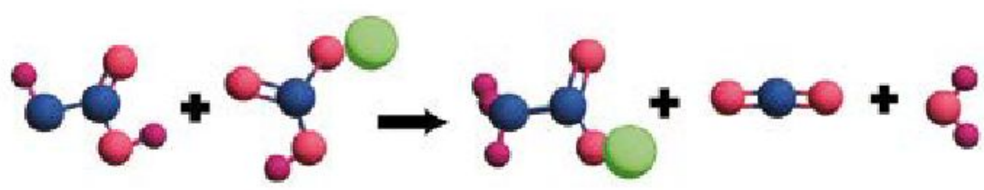
$$2H_2O_{2(l)} \rightarrow 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$



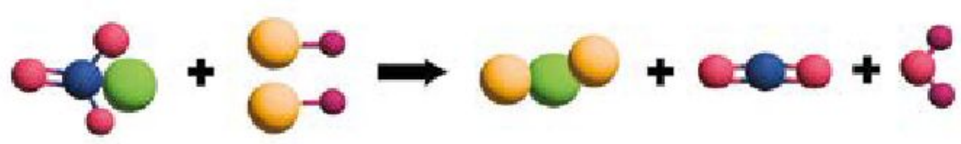
$$CaCO_{3(s)} + H_2SO_{4(ac)} \rightarrow CaSO_{4(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$$



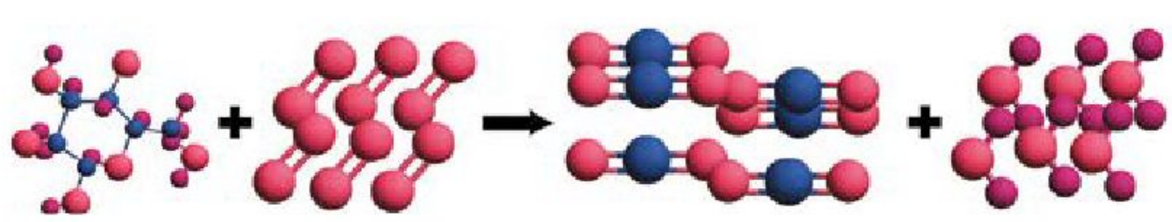
$$CH_3COOH_{(ac)} + NaHCO_{3(g)} \rightarrow NaCH_3COO_{(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$$



$$CaCO_{3(s)} + 2HCl_{(ac)} \rightarrow CaCl_{2(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$$



$$C_6H_{12}O_{6(ac)} + 6O_{2(g)} \rightarrow 6CO_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$



Los modelos corpusculares se usan para entender cómo se combinan los átomos y observar cómo están enlazados tanto los reactivos como los productos, e identificar los cambios de manera rápida y fácil.

Ley de la conservación de la materia y la energía

Cuando se quema un pedazo de papel, se producen cenizas y gas. A pesar de que pareciera que desapareció una parte de la masa inicial si se calcula la masa del papel antes y el de la ceniza y el gas desprendido después, la realidad es que aquélla no desapareció, de hecho, la masa que se quemó al inicio es exactamente la misma que se generó en los productos. Enseguida se explica cómo los reactivos en una reacción generan la misma cantidad de átomos en los productos.

Para describir una reacción en términos cuantitativos, se deben establecer los coeficientes estequiométricos, que son números enteros que se colocan a la izquierda de cada sustancia en una ecuación química y representan la cantidad de unidades formulares de cada compuesto que se requiere para que la reacción se lleve a cabo y, principalmente, para que se cumpla con la ley de la conservación de la materia.

La ley de la conservación de la materia es uno de los pilares fundamentales de la química; enuncia que en todo proceso químico la cantidad de materia al inicio y al final debe ser la misma, y se relaciona también con el principio de Lavoisier, que dice: la materia no se crea ni se destruye, sólo se transforma. Este principio es muy similar a la ley de la conservación de la energía.

Por ejemplo, en la reacción siguiente se identifican tres compuestos, cada uno con su coeficiente estequiométrico, por tanto:

$$2KClO_{3(s)} \xrightarrow{\Delta} 2KCl_{(s)} + 3O_{2(g)}$$

Reactivos Productos

- Se requieren dos unidades formulares de $KClO_3$.
- Se producen dos unidades formulares de KCl.
- Se producen tres moléculas de O_2.

El símbolo (Δ) indica que la reacción necesita de calor para ocurrir.

Para cumplir con la ley de la conservación de la materia, se debe garantizar que el número de átomos de cada elemento en los reactivos sea exactamente igual al número de átomos de cada elemento en los productos.

$$2KClO_{3(s)} \xrightarrow{\Delta} 2KCl_{(s)} + 3O_{2(g)}$$

K: 2 átomos	K: 2 átomos
Cl: 2 átomos	Cl: 2 átomos
O: 6 átomos	O: 6 átomos

En la reacción anterior, el coeficiente estequiométrico de $KClO_3$ es 2 e indica el número de entidades de cada compuesto. Este coeficiente se multiplica por el subíndice de cada elemento. Dado que los subíndices del potasio, cloro y oxígeno son 1, 1 y 3, respectivamente, al multiplicarse por el coeficiente estequiométrico la cantidad de átomos se duplica, con lo que queda 2K, 2Cl y 6O.

Por otra parte, las cantidades de cada sustancia deben ser específicas para que ciertas reacciones se lleven a cabo. Por ejemplo, la reacción entre fósforo y cloro puede proceder de dos formas a pesar de que en ambas reacciones están involucrados los mismos reactivos.

$$P_{4(s)} + 6Cl_{2(g)} \longrightarrow 4PCl_{3(l)}$$

- Se requiere una molécula de P_4.
- Se requieren 6 moléculas de Cl_2.
- Se producen 4 moléculas de PCl_3.

Sin embargo, si la reacción anterior se lleva a cabo con un exceso de cloro, la reacción que procede es la siguiente:

$$P_{4(s)} + 10Cl_{2(g)} \longrightarrow 4PCl_{5(s)}$$

- Se requiere una molécula de P_4.
- Se requieren 10 moléculas de Cl_2.
- Se producen 4 moléculas de PCl_5.

El hecho de que la cantidad de cloro inicial sea diferente cambia la sustancia producida.

> La ley de la conservación de la materia es uno de los postulados más importantes de la química. En las ecuaciones químicas la conservación de la materia se representa mediante el balanceo.

Balanceo de ecuaciones químicas por distintos métodos

Las reacciones químicas se ajustan a la ley de la conservación de la materia, sin embargo, es difícil corroborarla intuitivamente, por lo que las ecuaciones químicas y su balanceo permiten expresar esta ley con más claridad.

Una vez entendido el significado de los coeficientes estequiométricos, lo siguiente es balancear las ecuaciones químicas.

El balanceo de reacciones es una serie de pasos que llevan a colocar los coeficientes estequiométricos a cada una de las sustancias en una ecuación química. Estos pasos pueden seguirse, o no, de forma sistemática, aunque lo común es que se lleve un orden durante el procedimiento.

Existen diferentes formas que se han implementado para balancear una reacción:

- Balanceo por tanteo
- Balanceo por el método algebraico
- Balanceo redox
- Balanceo por el método de ion-electrón

De los métodos anteriores, sólo se planteará el primero: por tanteo.

El balanceo por tanteo es el más simple de todos los métodos, pues los pasos a seguir son pocos, aunque tiene la desventaja de no funcionar con todas las ecuaciones químicas: sólo es adecuado para expresiones sencillas y con pocos reactivos y productos. A continuación, se enumeran las reglas generales para proceder con este método.

1. Se establece el número de átomos que hay en los reactivos y en los productos, para verificar que la reacción no esté balanceada y proseguir con los demás pasos. Si está balanceada, se ha concluido el procedimiento.
2. Se balancean los átomos diferentes de oxígeno e hidrógeno, añadiendo los coeficientes estequiométricos adecuados.
3. Una vez que se han balanceado el oxígeno y el hidrógeno (en ocasiones, con sólo balancear uno se balancea el otro), se comprueba que los átomos en los reactivos y en los productos sean iguales; de no ser así, se repiten los dos pasos anteriores hasta balancear la ecuación química.
4. Si la reacción se puede balancear por conteo rápido de átomos, sólo basta corroborar que los átomos del inicio sean los mismos que los del final.

Enseguida, se muestran algunos ejemplos de reacciones balanceadas por tanteo.

Ejemplo 1

Se tiene la ecuación química:

$$SF_{4(g)} + F_{2(g)} \longrightarrow SF_{6(g)}$$

Paso 1. Se cuenta el número de elementos que hay en cada lado de la reacción, considerando los reactivos que se presentan, y luego se cuentan los átomos de cada elemento entre los productos.

$$SF_{4(g)} + F_{2(g)} \longrightarrow SF_{6(g)}$$

$$1 - S - 1$$

$$6 - F - 6$$

Paso 2. Verificar. Si los números coinciden, entonces la reacción está balanceada.

Ejemplo 2

Se tiene la reacción:

$$H_{2(g)} + I_{2(g)} \longrightarrow HI_{(g)}$$

Paso1. Se establece el número de átomos que hay en reactivos y productos.

$$H_{2(g)} + I_{2(g)} \longrightarrow HI_{(g)}$$

$$2 - H - 1$$

$$2 - I - 1$$

Se observa que el número de átomos de hidrógeno y yodo no es el mismo en los reactivos que en los productos, por lo que la reacción no está balanceada.

Paso 2. Se balancean los átomos diferentes a H y O.
En este caso son los átomos del yodo, por lo cual se deben balancear multiplicando por un número que los iguale del lado en el que haya deficiencia de yodo (lado de los productos). El número utilizado se coloca como coeficiente estequiométrico en el compuesto que tenga al yodo, es decir, en el yoduro de hidrógeno (HI).

Al añadir un coeficiente 2 al HI, que también tiene hidrógeno, éste afectará al hidrógeno multiplicando ambos por 2:

$$H_{2(g)} + I_{2(g)} \longrightarrow 2HI_{(g)}$$

$$2 - H - 2$$

$$2 - I - 2$$

$$H: 2 \quad H: 1$$

$$I: 2 \quad I: 1 \times 2 = 2$$

Paso 3. Se verifica que la reacción ha quedado balanceada.
Si el número de átomos al inicio es el mismo que al final, se puede concluir que está balanceada; por tanto, los coeficientes estequiométricos que balacean la reacción son 1, 1 y 2.

Ejemplo 3

Se tiene la ecuación química:

$$H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{electricidad}} H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

Paso 1. Establecer el número de átomos que hay en reactivos y productos.

$$H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{electricidad}} H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

$$2 - H - 2$$

$$1 - O - 2$$

Se observa que el número de átomos de oxígeno no es el mismo en los reactivos que en los productos, por lo que la reacción no está balanceada.

Paso 2. Se balancean los átomos diferentes a H y O.
En esta reacción en particular sólo hay hidrógeno y oxígeno, por lo que se debe verificar cuál de los dos es el que está desbalanceado. En este caso es el oxígeno. Se aprecia que en reactivos hay un átomo y en productos hay dos, por lo que se debe añadir un 2 como coeficiente estequiométrico al agua y multiplicar el subíndice del oxígeno y del hidrógeno de los reactivos por 2:

$$H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{electricidad}} H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

H: 2 H: 2

O: 1 × 2 = 2 O: 2

Como se añadió un coeficiente 2 al agua, que también tiene hidrógeno, entonces el coeficiente también afecta al hidrógeno, por lo que se debe multiplicar por 2.

$$2H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{electricidad}} H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

4 − H −2

2 − O − 2

Paso 3. Se verifica que ya esté balanceada la ecuación química.
Al quedar balanceados los oxígenos, se sigue con los hidrógenos.

Al multiplicar del lado de los productos al hidrógeno por 2, la expresión queda:

$$2H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{electricidad}} 2H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

H: 2 × 2 = 4 H: 2 × 2 = 4

O: 1 × 2 = 2 O: 2

Paso 4. Una vez más se verifica que ya esté balanceada la reacción con un conteo rápido.

Ejemplo 4

Se tiene la ecuación química:

$$HgO_{(s)} \xrightarrow{\Delta} Hg_{(l)} + O_{2(g)}$$

Paso 1. Establecer el número de átomos que hay en reactivos y productos.

$$HgO_{(s)} \xrightarrow{\Delta} Hg_{(l)} + O_{2(g)}$$

1 − Hg −1

1 − O − 2

Se observa que el número de átomos de oxígeno no es el mismo en los reactivos que en los productos, por lo que la ecuación química no está balanceada.

Paso 2. Se balancean los átomos diferentes a H y O.
En este caso el mercurio está balanceado, por lo que se procede a balancear al oxígeno. Hay dos oxígenos del lado derecho, por lo que se multiplicará por 2 la sustancia en donde esté el oxígeno del lado izquierdo, que es HgO.

$$2HgO_{(s)} \xrightarrow{\Delta} Hg_{(l)} + O_{2(g)}$$

2 – Hg –1

2 – O – 2

Como se añadió un coeficiente 2 al HgO, también afecta al mercurio.
Ahora el mercurio quedó desbalanceado porque hay dos del lado izquierdo y uno del lado derecho, eso significa que se debe multiplicar por 2 el mercurio del lado de los productos:

$$2HgO_{(s)} \xrightarrow{\Delta} 2Hg_{(l)} + O_{2(g)}$$

2 − Hg −2
2 − O − 2

Paso 3. Se verifica que ya esté balanceada la ecuación química.

Ejemplo 5

Se tiene la ecuación química:

$$KClO_{3(s)} \xrightarrow{\Delta} KCl_{(s)} + O_{2(g)}$$

Paso 1. Establecer el número de átomos que hay en reactivos y productos.

$$KClO_{3(s)} \xrightarrow{\Delta} KCl_{(s)} + O_{2(g)}$$

1 − K − 1
1 − Cl − 1
3 − O − 2

Se observa que el número de átomos de potasio y de cloro están balanceados, pero no así los de oxígeno.

Paso 2. Se balancean los átomos diferentes a H y O.
Como los demás átomos están balanceados, se comienza con oxígeno y se aprecia que en los reactivos hay 3 átomos de oxígeno y en los productos, 2 de oxígeno. La forma en que se debe igualar el número de átomos es mediante el mínimo común múltiplo (m. c. m.). El m. c. m. del 2 y el 3 es 6, eso significa que donde hay 3 átomos se debe multiplicar por 2 para dar un total de 6 y que en los productos donde hay 2 átomos, multiplicar por 3 para dar 6 también. No hay que olvidar añadir los números multiplicados como coeficientes estequiométricos.

$$2KClO_{3(s)} \xrightarrow{\Delta} 2KCl_{(s)} + 3O_{2(g)}$$

2 − K − 2
2 − Cl − 2
6 − O − 6

Paso 3. Se verifica que ya esté balanceada la reacción.

El balanceo se utiliza para determinar la cantidad de átomos o moléculas que se producen o se requieren para llevar a cabo una reacción química. El balanceo por tanteo es uno de los métodos más fáciles y confiables entre los existentes.

Las ecuaciones químicas son expresiones matemáticas que representan una reacción química. Éstas se han de balancear para cumplir con la ley de la conservación de la materia.

Los modelos tridimensionales son útiles para entender de forma más clara la transformación de los reactivos a los productos y sus estructuras.

El átomo

Todo lo que existe está constituido por materia, ya sean elementos, compuestos o mezclas que, a su vez, se forman con partículas muy pequeñas llamadas *átomos*. A partir de diversos avances científicos, se ha establecido el concepto de átomo, así como la composición y características de éste.

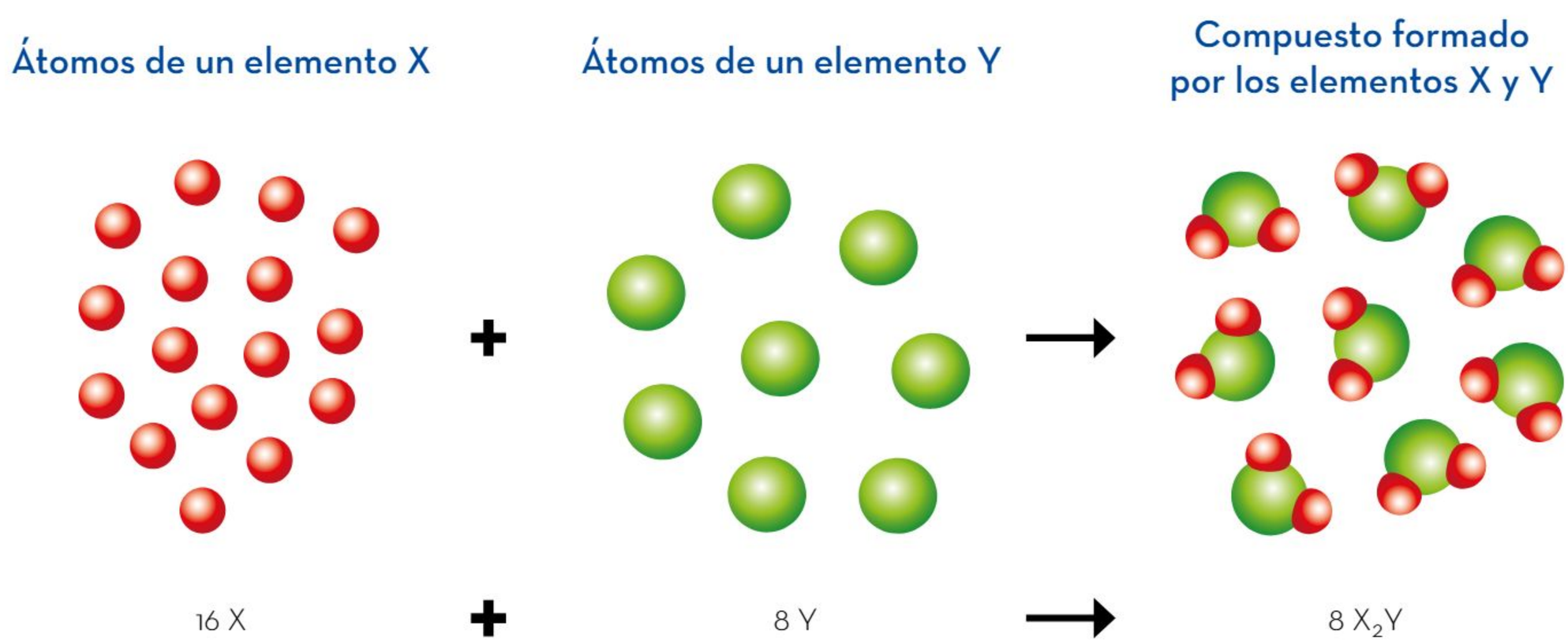
Modelos atómicos

Para estudiar las propiedades de los elementos, los científicos han diseñado diversos modelos en los cuales se establece la composición de la materia a partir de átomos y de partículas subatómicas. Así, con los modelos atómicos se puede representar y comprender el comportamiento químico de las sustancias.

Desde hace más de 2 500 años, grandes pensadores como Platón (427-347 a. n. e.) o Aristóteles (384-323 a. n. e.) se cuestionaban de qué estaban hechas las cosas, pero no fue sino hasta el siglo XIX cuando se propuso de manera fundamentada la existencia del átomo.

En el siglo V a. n. e. el filósofo griego Demócrito (460-370 a. n. e.) fue la primera persona en proponer la existencia de partículas pequeñas e indivisibles que conforman la materia, a las cuales llamó *átomos*; sin embargo, sus ideas no fueron aceptadas por otros filósofos posteriores, como Aristóteles. Fue hasta el año 1808 cuando el naturalista John Dalton (1766-1844) formuló una definición de átomo que incluye los siguientes postulados:

1. Los elementos están conformados por partículas extremadamente pequeñas llamadas *átomos*.
2. Todos los átomos de un mismo elemento son idénticos en tamaño y masa. Los átomos de un elemento son diferentes a los de otros elementos.
3. Los compuestos están formados por átomos de más de un elemento y la relación entre éstos siempre es un número entero.
4. En una reacción química los átomos no se crean ni se destruyen, sólo se separan, combinan o reordenan.



Dalton no sabía de qué se componía un átomo ni cuál era su estructura; sin embargo, años después, a finales del siglo XIX, otros investigadores demostraron que los átomos tienen una estructura subatómica, es decir, que se conforman de partículas aún más pequeñas, denominadas *partículas subatómicas*.

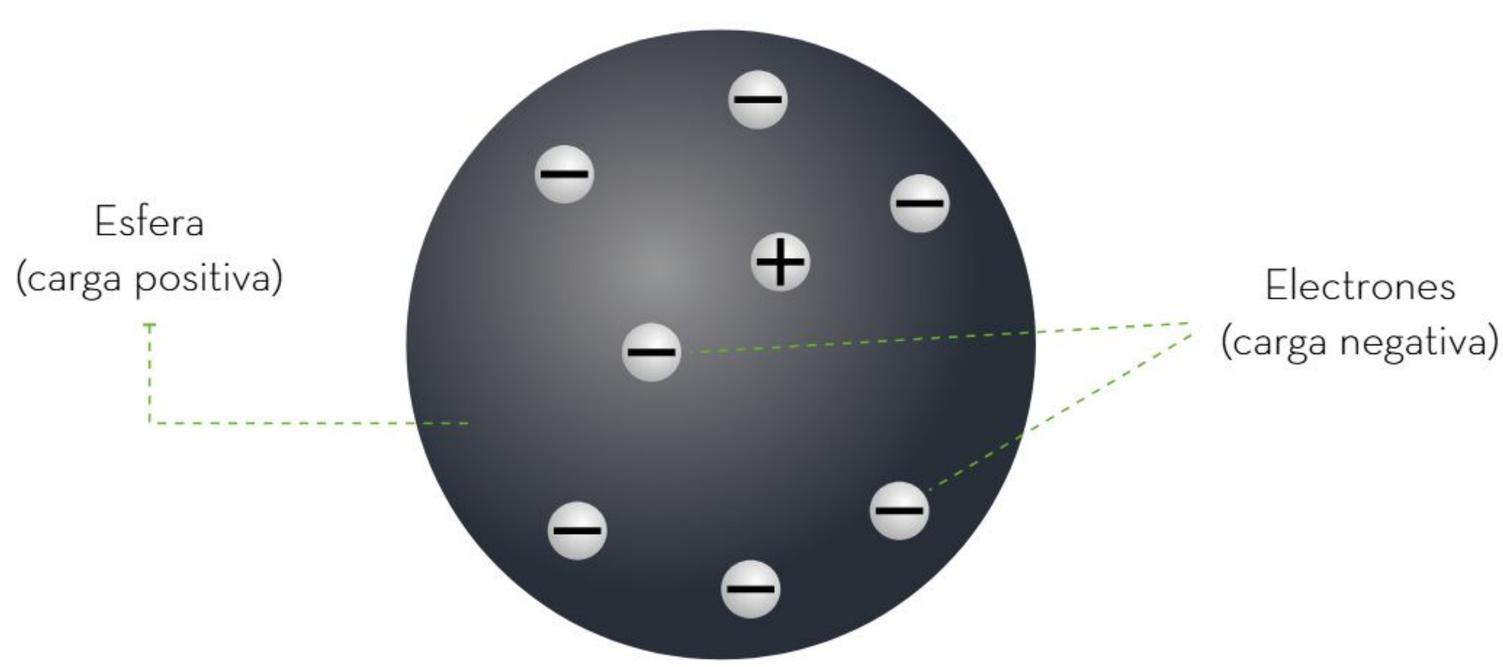
Los modelos atómicos permiten representar, estudiar y comprender la estructura de la materia. Con ellos es posible identificar átomos y partículas subatómicas.

Partículas subatómicas: protón, neutrón y electrón

El descubrimiento de las partículas subatómicas llevó a la propuesta de modelos atómicos, los cuales se volvieron más completos y ayudaron a describir con mayor exactitud las propiedades de los elementos, la estructura de sus átomos y su comportamiento químico.

A finales del siglo XIX, el físico Joseph John Thomson (1856-1940), mediante su trabajo experimental, descubrió que los átomos tienen partículas con una carga eléctrica negativa, a las cuales llamó *electrones*. Thomson propuso un modelo al que describió como un "pudín de pasas", el cual establece que el átomo es una esfera con carga positiva que tiene incrustados electrones con carga negativa como si fueran pasas en un pastel. Gracias a estas contribuciones Thomson ganó el premio Nobel de física en 1906.

Modelo atómico de Thomson

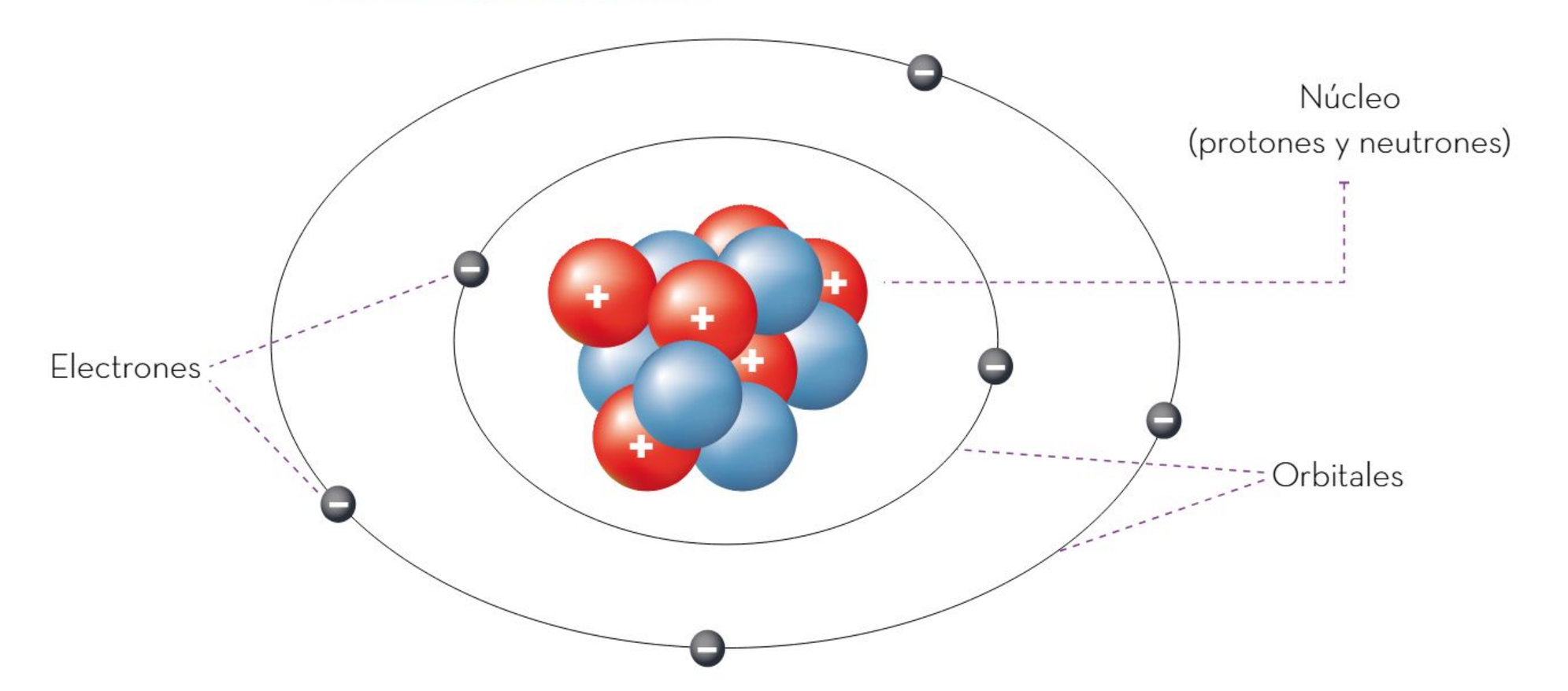


En 1910, el físico Ernest Rutherford (1871-1937) realizó investigaciones relacionadas con el átomo y descubrió una partícula con la misma cantidad de carga que el electrón, pero con signo contrario (positivo), y con una masa 1 840 veces más grande que la del electrón. A dicha partícula positiva la llamó *protón* y propuso un modelo en el cual hay un núcleo, donde se encuentran aglomerados los protones, mientras que alrededor de éste se localizan los electrones, el resto del átomo es espacio vacío. Rutherford también ganó un premio Nobel, en química, por su trabajo sobre el átomo.

En 1936 el físico James Chadwick (1891-1974) descubrió una tercera partícula con una masa ligeramente mayor a la de los protones, pero sin carga (neutro) y que también se encuentra en el núcleo, como los protones. A estas partículas las llamó *neutrones*.

Finalmente, uno de los modelos atómicos más usados es el de Niels Bohr (1885-1962), el cual establece que el átomo se compone de un núcleo en donde se encuentran los protones y los neutrones, mientras que los electrones se desplazan en órbitas alrededor del núcleo. Su modelo es semejante a la figura siguiente:

Modelo atómico de Bohr

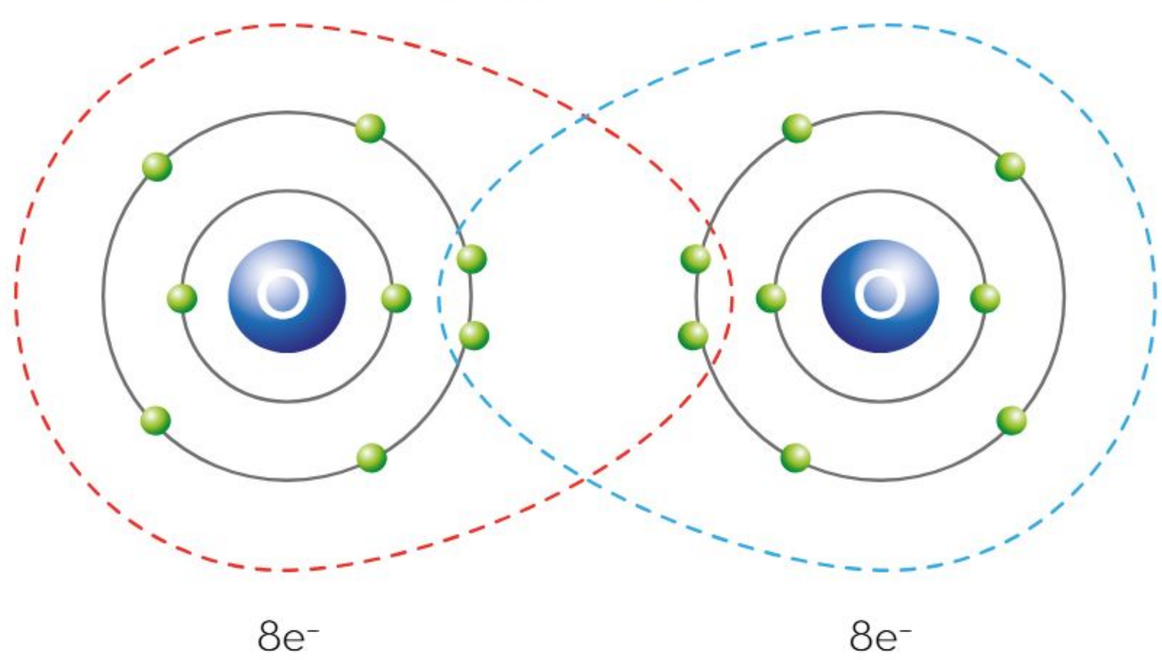


Con el descubrimiento de las partículas subatómicas, se comenzaron a entender muchas de las propiedades tanto físicas como químicas que tienen los elementos, ya que, posteriormente, se relacionó a los electrones con los enlaces químicos, es decir, los electrones son las partículas que participan en la formación de los enlaces.

Una de las aportaciones más importantes para entender el comportamiento químico de los elementos es la regla del octeto, propuesta en 1916 por Gilbert Newton Lewis (1875-1946). Este fisicoquímico explicó que, según el modelo de Bohr, los electrones se encuentran en los orbitales, y en cada orbital hay un cierto número de electrones, mientras que en el último orbital habrá un máximo de ocho electrones. Éstos se conocen como *electrones de valencia* y son los que podrán interaccionar con los electrones del último nivel de energía de otros átomos para formar enlaces químicos.

En la regla del octeto también se establece que cuando un átomo tiene su octeto completo, es decir, que tiene llena su capa de valencia, éste difícilmente reaccionará con otros átomos para formar enlaces químicos. Lo anterior es importante porque los distintos átomos que no tengan ocho electrones tenderán a completar su capa de valencia para ser estables, de tal forma que interaccionarán con otros átomos para formar enlaces e incrementar su estabilidad energética.

Regla del octeto



Los nuevos modelos atómicos que presentan los científicos especializados son cada vez más complejos; sin embargo, los trabajos de investigación realizados por Thomson, Bohr, Rutherford, Chadwick y Lewis, entre otros, muestran el proceso de construcción de conocimiento científico para entender la composición y estructura atómica de la materia.

El estudio de la materia incluye la estructura atómica y el comportamiento de las subpartículas que la forman: electrones, protones y neutrones. Con el conocimiento científico derivado se comprenden las propiedades de los elementos químicos y cómo pueden reaccionar entre sí para formar nuevas sustancias.

Enlace químico

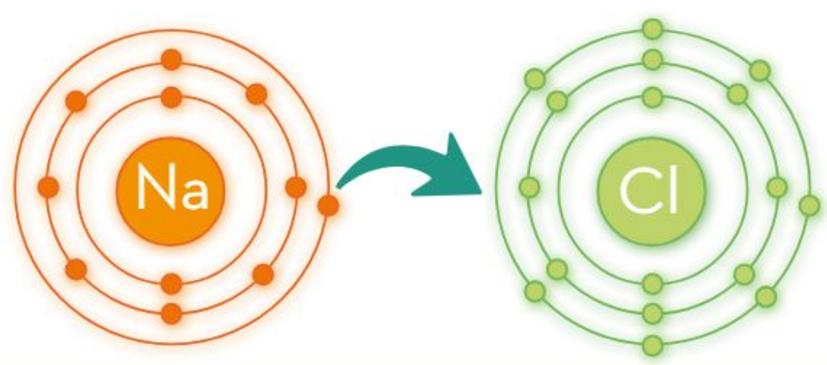
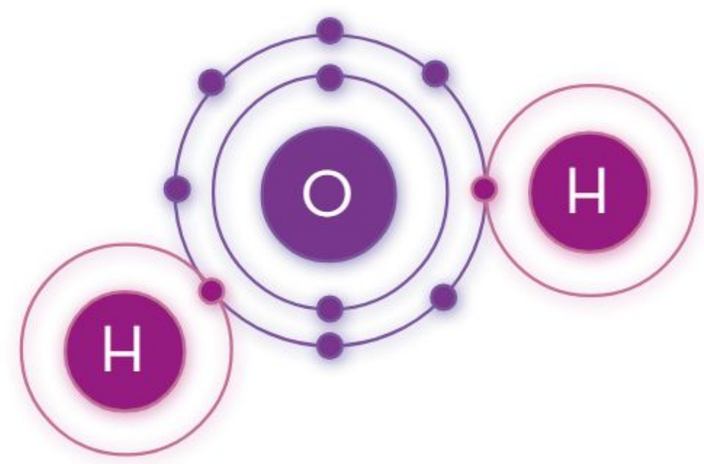
La materia se clasifica en sustancias y mezclas. Las primeras, a su vez, se dividen en elementos y compuestos que tienen una configuración fija de átomos, unidos en las moléculas que los constituyen. La unión entre átomos se debe al enlace químico. A diferencia de las interacciones entre las moléculas, no es posible separar el enlace químico por los métodos físicos convencionales.

Enlace químico: iónico y covalente

El enlace químico es la fuerza que une los átomos dentro de las moléculas que componen una sustancia.

El enlace químico ocurre por la interacción entre los electrones de la última capa de valencia del átomo. Estos electrones interaccionan para lograr la unión cuya fuerza depende del tipo de enlace y de los átomos involucrados.

La formación de un enlace depende de los elementos que vayan a combinarse. Así, las sustancias se clasifican en dos grupos, de acuerdo con el tipo de enlace que forman: las sustancias iónicas y las sustancias covalentes. Los enlaces que producen tienen el mismo nombre que su naturaleza química: enlaces iónicos y enlaces covalentes. En la siguiente tabla se comparan ambos:

Enlace iónico	Enlace covalente
Los átomos de un elemento pierden electrones, mientras que otros átomos los ganan, por lo que quedan con carga negativa y positiva, respectivamente. La estructura resultante son redes rígidas, es decir, forman un patrón que se repite; por ejemplo, el cloruro de sodio (NaCl). 	Los átomos no pierden ni aceptan electrones, sino que los comparten. Por ejemplo, el agua (H_2O). 
En ambos casos la composición, es decir, la relación entre el número de átomos de cada elemento, se mantiene. En el cloruro de sodio hay un sodio por cada cloro, mientras que en el agua hay dos hidrógenos por cada oxígeno, sólo cambia la manera de agruparse.	
El cloruro de sodio y otros compuestos del mismo tipo, denominados *sales*, están formados por la unión de un metal como el sodio con un no metal como el cloro. Estos átomos, por sus cargas eléctricas, se comportan como iones: el NaCl está formado por el catión sodio (Na^+) y el anión cloruro (Cl^-), lo cual puede comprobarse con su estado de oxidación.	En general, se forman entre dos no metales al compartir uno o más pares de electrones que cumplen la regla del octeto. Por ejemplo, el agua (H_2O) está formada por los no metales hidrógeno y oxígeno.
Son sólidos a temperatura ambiente.	A temperatura ambiente, se pueden encontrar en los tres estados de agregación: sólidos, líquidos y gases.
Tienen puntos de fusión altos.	Tienen puntos de fusión bajos.
Muchos son solubles en disolventes polares.	Muchos son insolubles en solventes polares.
Si se disuelven en agua, pueden conducir electricidad.	Si se disuelven en agua, no pueden conducir electricidad, con algunas excepciones.

Un enlace químico está formado por los electrones de valencia de los átomos que participan en el enlace. Los electrones se mantienen con los átomos originales, pero participan en el enlace y mantienen unidos a los átomos. Si al compartir los electrones un átomo tiene mayor afinidad por ellos que el otro átomo, los electrones estarán más cerca del mismo y formará enlaces iónicos; en cambio, si ambos átomos los comparten o retienen con la misma fuerza, producirán un enlace covalente.

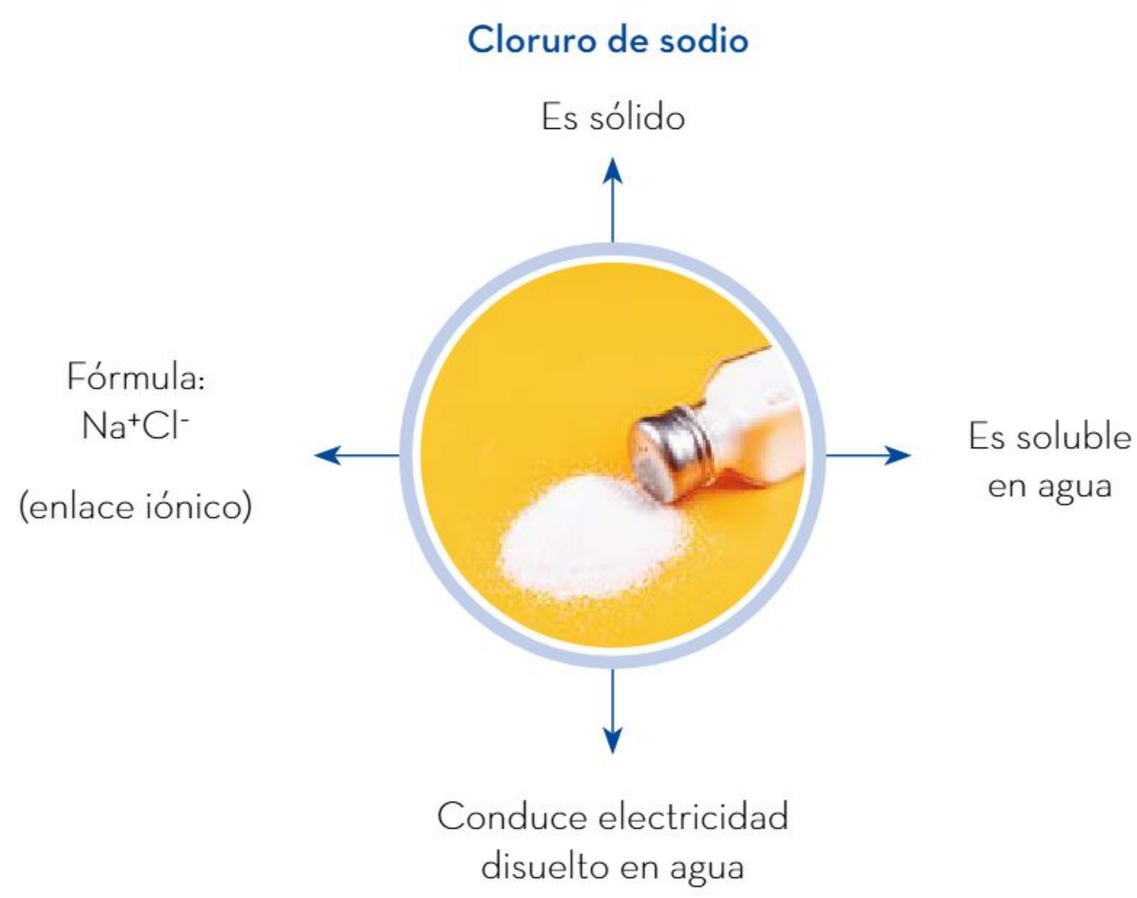
Esto se nota en la tabla periódica mediante la distancia representativa en la colocación de los elementos que componen dicha sustancia. Si su posición en la tabla es lejana, los elementos tienden a formar compuestos iónicos (y por ende enlaces iónicos), como el sodio y el cloro en la sal de mesa, mientras que con el dióxido de carbono, el carbono y el oxígeno son más cercanos.

Las sustancias poseen propiedades químicas específicas de acuerdo con el tipo de enlace que une sus moléculas, esto se encuentra directamente relacionado con su naturaleza metálica o no metálica. La posición que ocupan los elementos químicos en la tabla periódica representa estas características; así, los compuestos cuyos elementos están muy separados comúnmente forman compuestos iónicos, mientras que los que son cercanos forman compuestos covalentes.

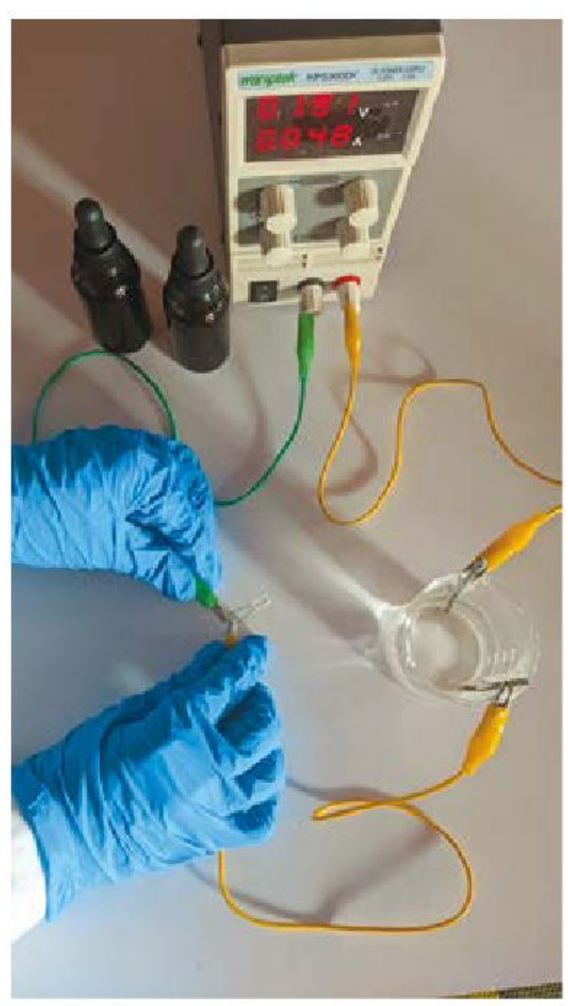
Compuestos iónicos y covalentes, y sus propiedades

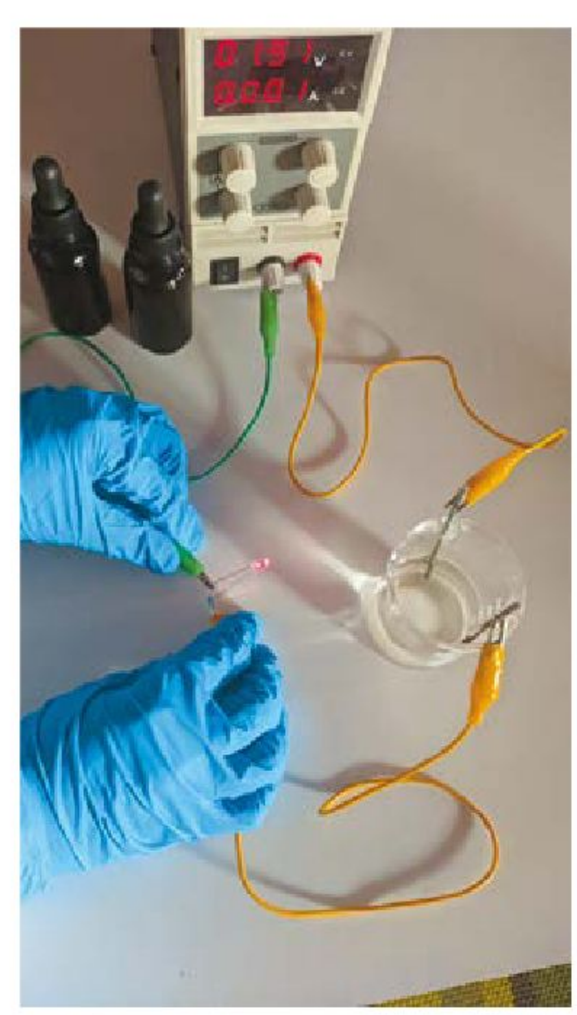
Los compuestos se clasifican según el enlace químico que presenten; así, pueden ser iónicos o covalentes (también llamados *moleculares*). Ambos tipos de compuestos tienen características generales diferentes, que son explicadas por la forma en que sus átomos se organizan y forman enlaces, así como por la fuerza de unión entre ellos.

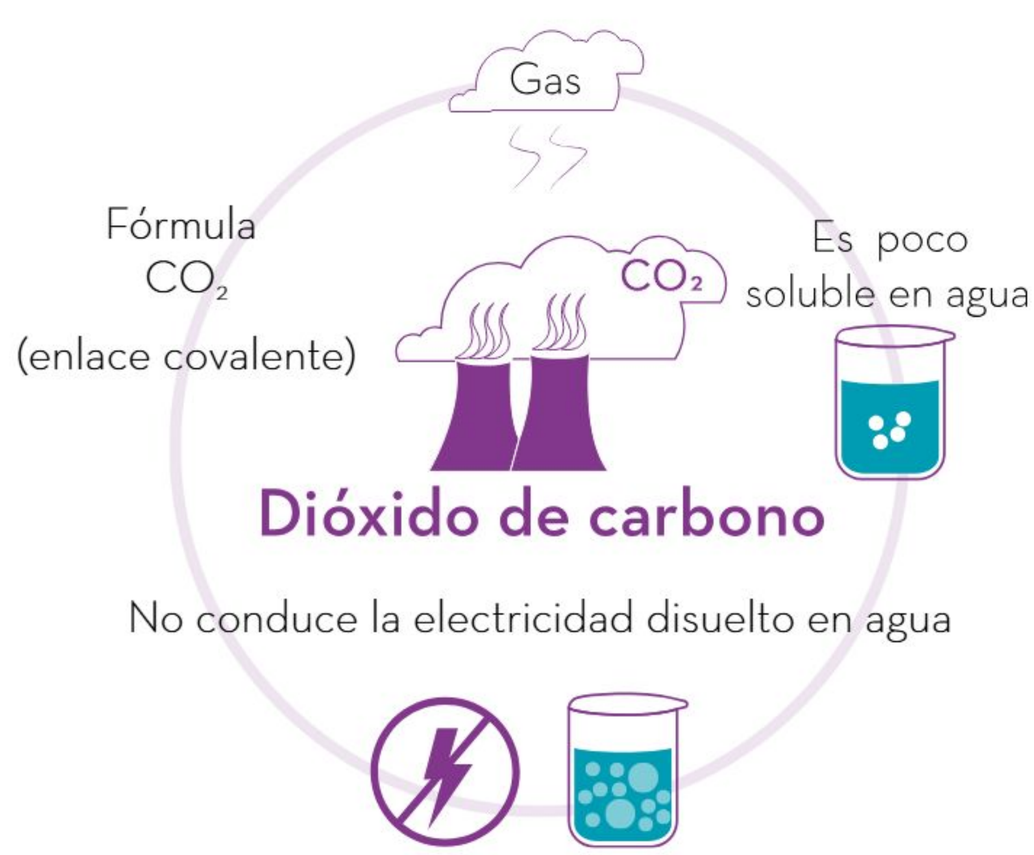
A continuación, se presentan algunos ejemplos de compuestos iónicos y covalentes con sus características.



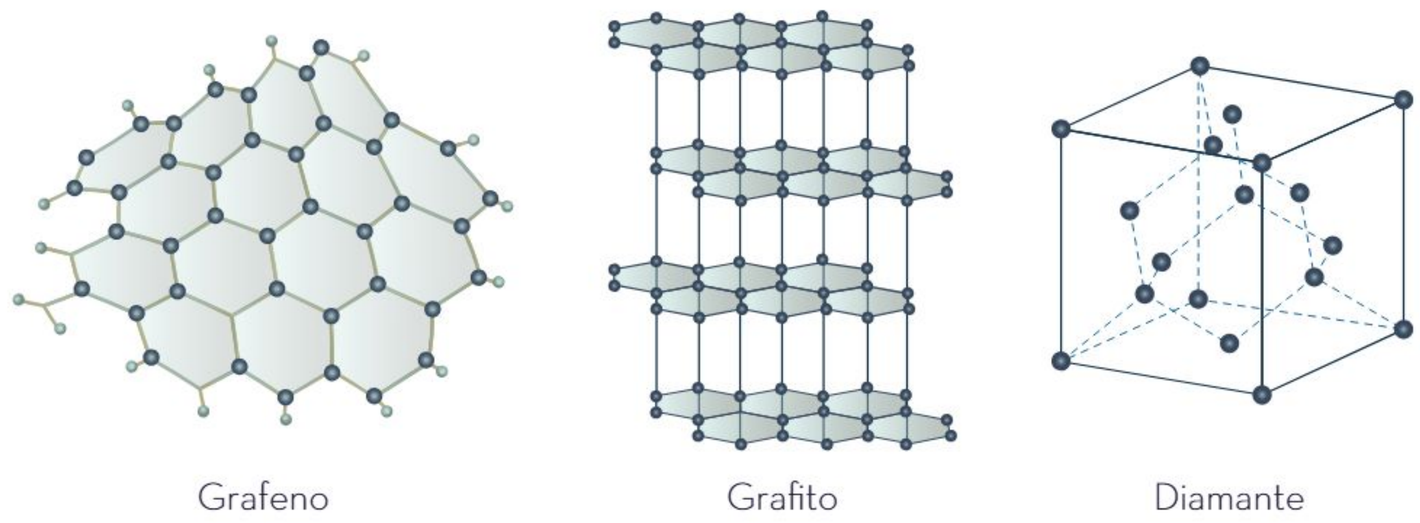
Si se hace pasar una corriente eléctrica en disoluciones acuosas de los compuestos de cada tipo, se observa que los compuestos iónicos conducen la electricidad, mientras que los covalentes no lo hacen. En la imagen izquierda se muestra el etanol, que es un compuesto covalente; a la derecha, el cloruro de sodio, que es iónico. En el caso del alcohol en agua, no se enciende el led del indicador porque no conduce electricidad, pero con el cloruro de sodio sí se enciende por la conducción de electricidad.







Un ejemplo a destacar es el carbono en sus diferentes formas: el diamante, el grafito y el grafeno. En este caso, los enlaces que unen a los átomos de carbono en cada una de estas formas son de tipo covalente, pero su arreglo es diferente. El diamante no conduce la electricidad mientras que el grafito es un componente de circuitos eléctricos, usado como un electrodo (parte conductora de electricidad). En el caso del grafeno, sus propiedades conductoras son aún mejores que las del cobre.



Los compuestos de carbono pueden contener diferentes átomos, como el oxígeno, el nitrógeno o el hidrógeno, y dan origen a una gran diversidad de moléculas. Algunas de estas moléculas tienen unos cuantos átomos, como la glucosa ($C_6H_{12}O_6$), otras tienen miles de átomos, como las proteínas, o millones en polímeros, como el caucho o el ADN, todos unidos por enlaces covalentes.

En los compuestos iónicos también hay enlaces entre los átomos, como en sales o minerales que son en su mayoría sólidos cristalinos, por ejemplo, la sal de mesa (NaCl) o el sulfuro de magnesio (MgS). Entre ellos, los átomos están en forma de iones que se acomodan en ciertos patrones denominados *estructuras cristalinas*, las cuales se repiten en todo el sólido. Los cristales pueden ser de unos cuantos miles de átomos, hasta de trillones o más y tienen tamaños moleculares inmensos. Por ejemplo, en un cubo de 1 cm^3 del mineral selenita, formado por sulfato de calcio hidratado ($CaSO_4 \bullet 2H_2O$), hay aproximadamente 4 477 trillones de moléculas o 53 732 trillones de átomos. Sin embargo, a pesar de la cantidad involucrada de átomos, el tipo de enlace es el que tiene mayor relevancia en sus propiedades macroscópicas.

En el caso de las sustancias puras, también tienen moléculas formadas por átomos unidos de forma covalente, por ejemplo, el fósforo se encuentra en dos formas: el rojo y el blanco; cada uno constituye grupos de cuatro y ocho átomos, respectivamente. El azufre elemental también se presenta de esta forma como cadenas de ocho átomos de azufre (S_8).

Los compuestos iónicos y covalentes o moleculares poseen propiedades generales debido al tipo de enlace presente en sus constituyentes, ya sean iónicos o covalentes. Estas diferencias permiten un uso diverso en sus aplicaciones, además de determinar sus propiedades físicas como dureza, conductividad eléctrica o solubilidad. Lo anterior permite decir que se pueden predecir algunas características de los materiales con los que están hechos los objetos a nuestro alrededor y en la naturaleza.

La clasificación de las sustancias como iónicas o covalentes, así como sus características generales, además de permitir distinguirlas y aprovecharlas en el día a día en distintas aplicaciones, muestra cómo está relacionado el comportamiento macroscópico de las sustancias con base en su estructura microscópica (átomos, moléculas y sus interacciones), y cómo conservan sus propiedades individuales.

Las propiedades generales de los compuestos iónicos y covalentes se pueden distinguir al estudiar sus características químicas. La diferencia principal entre estas sustancias se encuentra en la naturaleza de su enlace y su estructura interna, es decir, en el ordenamiento de esas moléculas para formar los materiales.

La tabla periódica

Los elementos químicos han existido desde la formación del Universo y se encuentran en todos lados, ya sea que estén libres como compuestos o combinados en mezclas. Su estudio ha permitido a los científicos desarrollar nuevos productos para satisfacer las necesidades humanas. No obstante, no siempre se conocieron las características de los elementos, por lo que llevó varios siglos tener el conocimiento que hoy existe. Todas estas aportaciones construyen la historia de la tabla periódica y de los elementos que la conforman.

Historia y uso de la tabla periódica

La mayoría de los elementos químicos que se conocen en la actualidad se descubrió entre 1800 y 1900. En ese tiempo, los científicos utilizaron diferentes métodos de análisis para conocer las propiedades de las sustancias. Con base en estos estudios, se obtuvo conocimiento y surgió la necesidad de sistematizarlo, lo que condujo al desarrollo de la tabla periódica.

Fueron varios los científicos que propusieron un acomodo de los elementos a partir de las propiedades que los distinguían, pero también a partir de sus características comunes. Uno de los primeros fue el químico Antoine-Laurent de Lavoisier (1743-1794); sin embargo, la sistematización más importante de los elementos ocurrió en 1869, cuando el químico ruso Dimitri Ivánovich Mendeléiev (1834-1907) y el químico alemán Julius Lothar Meyer (1830-1895) estudiaron las propiedades de 63 elementos químicos conocidos hasta entonces. Aunque estos investigadores trabajaron de manera independiente, cada uno publicó su clasificación de elementos químicos con base en las propiedades de éstos.

Mendeléiev los ordenó con base en sus propiedades químicas y Meyer con base en sus propiedades físicas. Así, surgieron las primeras tablas de los elementos más completas hasta entonces. Ambas coinciden en que los elementos repiten características con regularidad, es decir, periódicamente, por lo que decidieron clasificarlos en grupos. Por otra parte, Mendeléiev se dio cuenta de que, según su ordenamiento, faltaban algunos elementos, por lo que dejó espacios en blanco en su tabla, los cuales fueron llenados años después, cuando se descubrieron los elementos faltantes.

Reihen	Gruppe I. — R^2O	Gruppe II. — RO	Gruppe III. — R^2O^3	Gruppe IV. RH^4 RO^2	Gruppe V. RH^3 R^2O^5	Gruppe VI. RH^2 RO^3	Gruppe VII. RH R^2O^7	Gruppe VIII. — RO^4
1	H=1							
2	Li=7	Be=9.4	B=11	C=12	N=14	O=16	F=19	
3	Na=23	Mg=24	Al=27.3	Si=28	P=31	S=32	Cl=35.5	
4	K=39	Ca=40	—=44	Ti=48	V=51	Cr=52	Mn=55	Fe=56, Co=59, Ni=59, Cu=63.
5	(Cu=63)	Zn=65	—=68	—=72	As=75	Se=78	Br=80	
6	Rb=85	Sr=87	?Yt=88	Zr=90	Nb=94	Mo=96	—=100	Ru=104, Rh=104, Pd=106, Ag=108
7	(Ag=108)	Cd=112	In=113	Sn=118	Sb=122	Te=125	J=127	
8	Cs=133	Ba=137	?Di=138	?Ce=140	—	—	—	— — — —
9	(—)	—	—	—	—	—	—	
10	—	—	?Er=178	?La=180	Ta=182	W=184	—	Os=195, Ir=197, Pt=198, Au=199.
11	(Au=199)	Hg=200	Tl=204	Pb=207	Bi=208	—	—	
12	—	—	—	Th=231	—	U=240	—	— — — —

El trabajo de Mendeléiev fue el parteaguas para que otros científicos propusieran nuevos criterios para clasificar los elementos químicos y así llegar a la tabla periódica actual. En los primeros años del siglo XX, el químico suizo Alfred Werner (1866-1919) y el químico inglés de origen austriaco Friedrich Adolf Paneth (1887-1958) propusieron organizar los elementos en 18 grupos o columnas y 7 periodos o filas.

Si bien Mendeléiev sentó las bases para diseñar la tabla periódica actual, fueron muchos más científicos quienes en su momento realizaron algún trabajo y aportación en el acomodo de los elementos químicos.

En la siguiente tabla se muestra una cronología con los aportes científicos que contribuyeron con el acomodo de los elementos químicos.

Científico	Aportación
Antoine-Laurent de Lavoisier (1743-1794)	En 1789 clasificó los 33 elementos conocidos en ese tiempo como no metales (formadores de ácidos) y metales (formadores de sales).
Jacob Berzelius (1779-1848)	Implementó el sistema de símbolos químicos que existe en la actualidad y mantuvo la clasificación de Lavoisier, basándose en el aspecto y en las propiedades físicas de los elementos. Además, descubrió los elementos selenio (Se), torio (Th) y cerio (Ce).
Joham W. Döbereiner (1780-1849)	En 1829, observó que ciertas agrupaciones de tres elementos presentaban propiedades muy parecidas y las denominó *triadas*. A mediados del siglo XIX, se habían descubierto hasta 20 triadas.

Alexandre-Emile Béguyer de Chancourtois (1820-1886)

En 1862, propuso una clasificación de los elementos químicos, con base en su masa atómica: escribió los nombres en una espiral sobre la superficie de un cilindro. Fue el primer investigador en darse cuenta de que las propiedades de los elementos existen en función de su masa atómica.

John Alexander Reina Newlands (1837-1898)

En 1864, estableció la ley de las octavas, la cual indica que ordenando los elementos de forma creciente con respecto a su masa atómica, el octavo elemento tiene propiedades muy parecidas al primero, el noveno al segundo, etcétera.

Julius Lothar Meyer (1830-1895)

Ordenó los elementos en función del volumen atómico y de otras propiedades como la masa atómica; así, construyó una tabla periódica en la que aparecen ordenados los elementos según la masa atómica creciente, semejante a la de Mendeléiev.

Dimitri Ivánovich Mendeléiev (1834-1907)

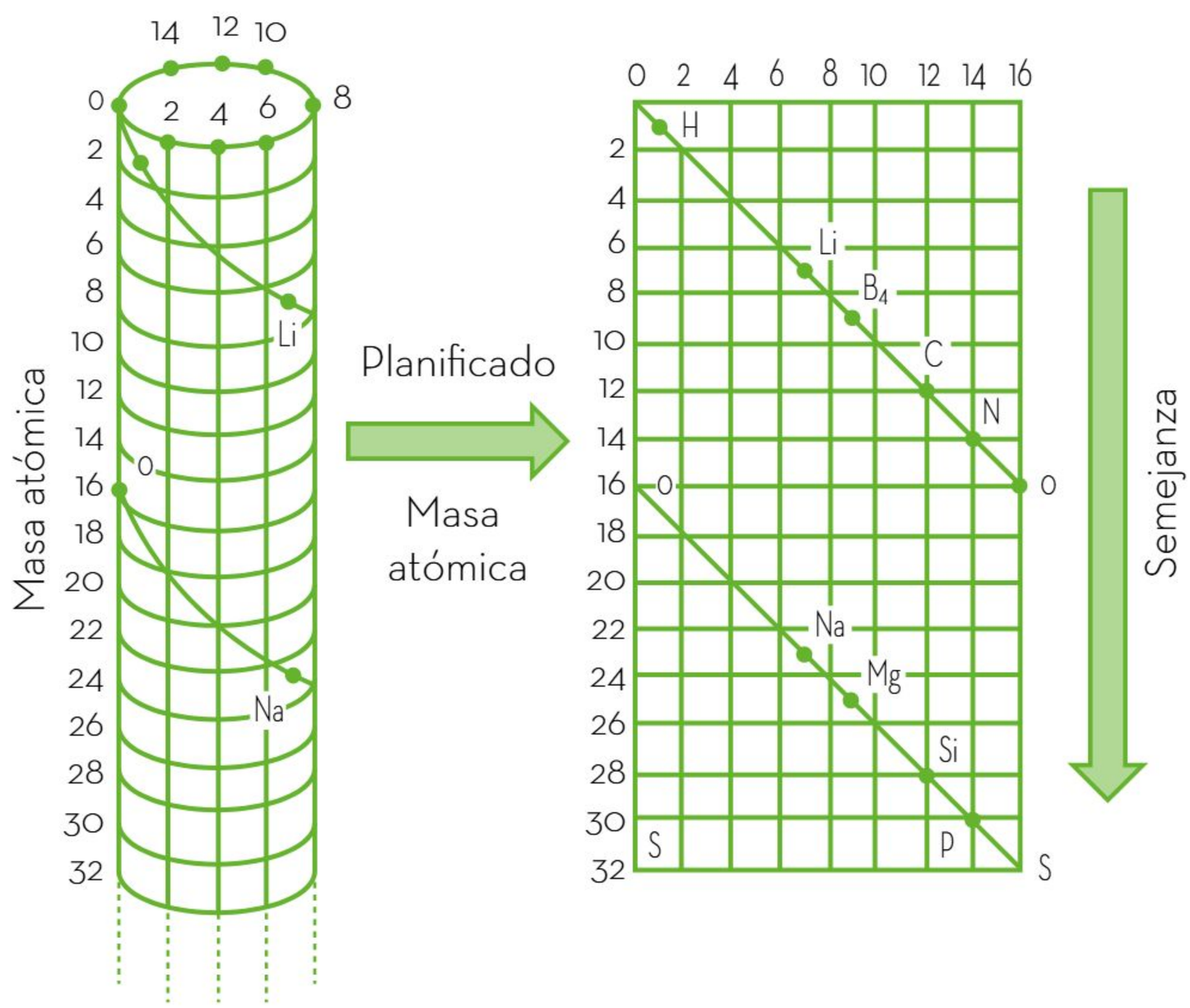
Su tabla propuesta en 1869 contenía 63 elementos y se basaba en el orden creciente de las masas atómicas. La ley periódica de Mendeléiev indicaba que era preciso introducir cambios en las masas atómicas de ciertos elementos que señalaba con signos de interrogación.

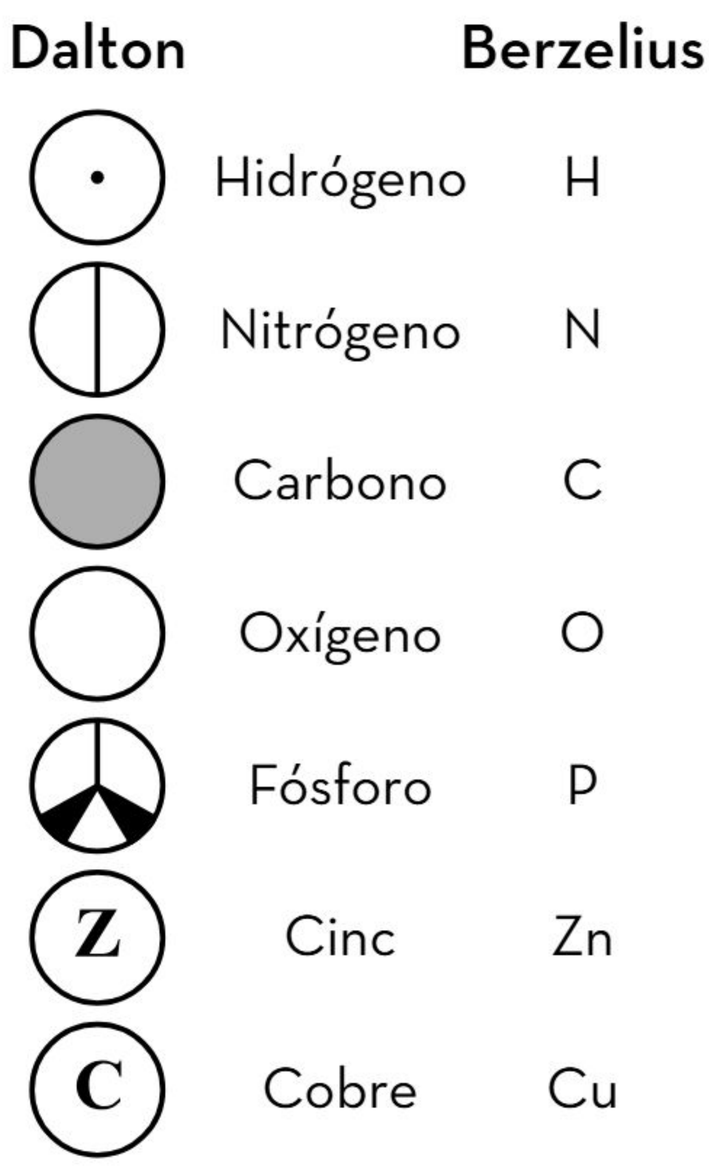
Alfred Werner (1866-1919)

Friedrich Adolf Paneth (1887-1958)

La tabla de Mendeléiev condujo a la tabla periódica actual. Se utilizó el número atómico como número ordenador de la tabla y se estructuró en 18 grupos o columnas y 7 periodos o filas.

	4 werthig	3 werthig	2 werthig	1 werthig	1 werthig	2 werthig
	-	-	-	-	Li = 7,03	(Be =9,3?)
Differenz =	-	-	-	-	16,02	(14,7)
	C = 12,0	N = 14,04	O = 16,00	Fl = 19,0	Na = 23,05	Mg = 24,0
Differenz =	16,5	16,96	16,07	16,46	16,08	16,0
	Si = 28,5	P = 31,0	S = 32,07	Cl = 35,46	K = 39,13	Ca = 40,0
Differenz =	89,1 /2 = 44,55	44,0	46,7	44,51	46,3	47,6
	-	As = 75,0	Se = 78,8	Br = 79,97	Rb =85,4	Sr = 87,6
Differenz =	89,1 /2 = 44,55	45,6	49,5	46,8	47,6	49,5
	Sn = 117,6	Sb = 120,6	Te = 128,3	J =126,8	Cs = 133,0	Ba = 137,1
Differenz =	89,4 = 2*44,7	87,4 = 2*43,7	-	-	(71 = 2*35,5)	-
	Pb = 207,0	Bi = 208,0	-	-	(Tl = 204?)	-





En la tabla periódica actual, las columnas (verticales) representan a los grupos o familias, que en total son 18 y se numeran de izquierda a derecha, mientras que las filas (horizontales) representan a los periodos, que en total son 7 y se numeran de arriba hacia abajo. Hay 118 elementos descubiertos y en la tabla se colocan sus símbolos.

La tabla periódica se utiliza en la actualidad para obtener información sobre los elementos químicos, ya sea para hacer cálculos o para entender el comportamiento que tienen; además, es la herramienta principal de los químicos. La tabla periódica incluye datos como el símbolo de los elementos, la masa atómica, la valencia, la electronegatividad y el tipo de elemento (metálico, no metálico, metaloide), por ejemplo.

Clasificación de los elementos químicos

Tal y como lo predijo Mendeléiev, los elementos comparten características comunes y ésa es la razón de que su organización en la tabla periódica sea tan específica. Una de las características del sistema periódico de los elementos es que se pueden clasificar en tres grandes grupos.

Los elementos químicos se clasifican a partir de sus características físicas y químicas en tres grupos: metales, no metales y metaloides.

Metales	No metales
Son buenos conductores del calor y la electricidad.	Son malos conductores del calor y la electricidad.
Casi todos tienen lustre y aspecto gris, plateado y brilloso.	Son opacos y pueden presentarse en algunos colores.
Tienen puntos de fusión y densidades altos.	Tienen puntos de fusión y densidades bajos.
Con excepción del mercurio, que es líquido, los demás son sólidos a temperatura ambiente.	Son sólidos, líquidos o gases.
Son maleables (se pueden moldear como láminas).	Son quebradizos.
Son dúctiles (se moldean en forma de hilos o alambre).	No son dúctiles.

Los metaloides o semimetales se comportan como los metales y los no metales; son sólidos a temperatura ambiente, la mayoría tiene brillo metálico; son malos conductores del calor y pueden conducir la electricidad, pero en menor grado que los metales, por lo cual se les conoce como *semiconductores*. Éstos son boro (B), silicio (Si), germanio (Ge), arsénico (As), antimonio (Sb), telurio (Te) y polonio (Po).

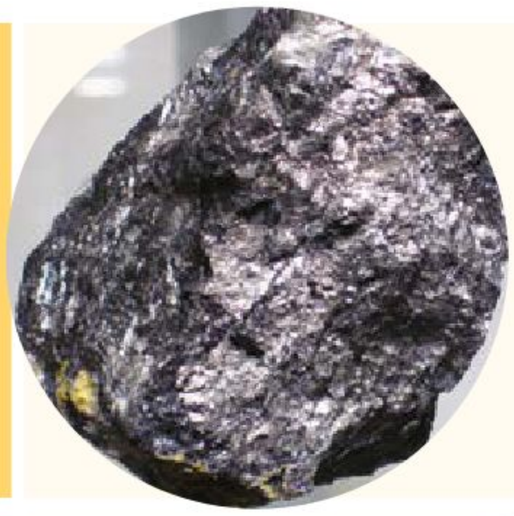
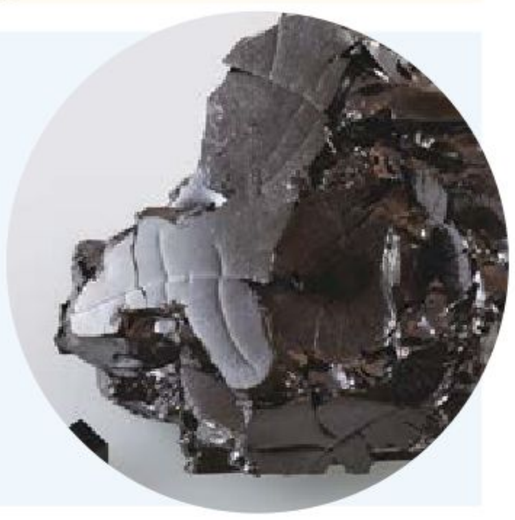
Tabla de los elementos

Metales
No metales
Metaloides

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H Hidrógeno 1.0078																	2 He Helio 4.0026
2	3 Li Litio 6.9410	4 Be Berilio 9.0122											5 B Boro 10.811	6 C Carbono 12.011	7 N Nitrógeno 14.007	8 O Oxígeno 15.999	9 F Flúor 18.998	10 Ne Neón 20.180
3	11 Na Sodio 22.990	12 Mg Magnesio 24.305											13 Al Aluminio 26.982	14 Si Silicio 28.086	15 P Fósforo 30.974	16 S Azufre 32.065	17 Cl Cloro 35.453	18 Ar Argón 39.948
4	19 K Potasio 39.098	20 Ca Calcio 40.078	21 Sc Escandio 44.956	22 Ti Titanio 47.867	23 V Vanadio 50.942	24 Cr Cromo 51.996	25 Mn Manganeso 54.938	26 Fe Hierro 55.845	27 Co Cobalto 58.933	28 Ni Níquel 58.693	29 Cu Cobre 63.546	30 Zn Cinc 65.380	31 Ga Galio 69.723	32 Ge Germanio 72.640	33 As Arsénico 74.922	34 Se Selenio 78.960	35 Br Bromo 79.904	36 Kr Criptón 83.798
5	37 Rb Rubidio 85.468	38 Sr Estroncio 87.620	39 Y Itrio 88.906	40 Zr Circonio 91.224	41 Nb Niobio 92.906	42 Mo Molibdeno 95.950	43 Tc Tecnecio 98	44 Ru Rutenio 101.07	45 Rh Rodio 102.91	46 Pd Paladio 106.42	47 Ag Plata 107.87	48 Cd Cadmio 112.41	49 In Indio 114.82	50 Sn Estaño 118.71	51 Sb Antimonio 121.76	52 Te Telurio 127.60	53 I Yodo 126.90	54 Xe Xenón 131.29
6	55 Cs Cesio 132.91	56 Ba Bario 137.33		72 Hf Hafnio 178.49	73 Ta Tantalio 180.95	74 W Wolframio 183.84	75 Re Renio 186.21	76 Os Osmio 190.23	77 Ir Iridio 192.22	78 Pt Platino 195.08	79 Au Oro 196.97	80 Hg Mercurio 200.59	81 Tl Talio 204.38	82 Pb Plomo 207.20	83 Bi Bismuto 208.98	84 Po Polonio 209	85 At Astato 210	86 Rn Radón 222
7	87 Fr Francio 223	88 Ra Radio 226		104 Rf Rutherfordio 267	105 Db Dubnio 262	106 Sg Seaborgio 269	107 Bh Bohrio 264	108 Hs Hasio 269	109 Mt Meitnerio 278	110 Ds Darmstatio 281	111 Rg Roentgenio 282	112 Cn Copernicio 285	113 Nh Nihonio 256	114 Fl Flerovio 289	115 Mc Moscovio 289	116 Lv Livermorio 293	117 Ts Teneso 294	118 Og Oganesón 294

57 La Lantano 138.91	58 Ce Cerio 140.12	59 Pr Praseodimio 140.91	60 Nd Neodimio 144.24	61 Pm Prometio 145	62 Sm Samario 150.36	63 Eu Europio 151.96	64 Gb Gadolinio 157.25	65 Tb Terbio 158.93	66 Dy Disprosio 162.5	67 Ho Holmio 164.93	68 Er Erbio 167.26	69 Tm Tulio 168.93	70 Yb Iterbio 173.04	71 Lu Lutecio 174.97
89 Ac Actinio 227	90 Th Torio 232.04	91 Pa Protactinio 231.04	92 U Uranio 238.03	93 Np Neptunio 237.05	94 Pu Plutonio 244	95 Am Americio 243	96 Cm Curio 247	97 Bk Berkelio 247	98 Cf Californio 251	99 Es Einstenio 252	100 Fm Fermio 257	101 Md Mendelevio 258	102 No Nobelio 259	103 Lr Laurencio 262

Algunos ejemplos de los elementos contenidos en la tabla periódica de la página anterior se muestran a continuación:

Elemento y símbolo	Tipo de elemento y usos	Elemento y símbolo	Tipo de elemento y usos
Oro (Au)	Metálico: se usa en joyería y en dispositivos electrónicos.	Antimonio (Sb)	 Metaloide: se usa en aleaciones con otros metales para fabricar piezas resistentes.
Plata (Ag)	Metálico: se utiliza en joyería, espejos, monedas, entre otros.	Carbono (C)	No metálico: tiene aplicaciones en materiales, aleaciones, joyería (diamantes), combustibles. 
Silicio (Si)	Metaloide: se encuentra en rocas y arena; se usa en vidrios y dispositivos electrónicos.	Argón (Ar)	No metálico: se utiliza en lámparas eléctricas y en soldaduras.

Un tipo de clasificación de elementos químicos en la tabla periódica corresponde a los metales, no metales y metaloides. Conocer las características físicas y químicas de cada tipo de elemento permite reconocer su importancia y el uso que se les puede dar; por ejemplo, los metales han sido fundamentales en el desarrollo de la humanidad, se han empleado en la fabricación de adornos y utensilios, como vasijas y herramientas de trabajo y de guerra.

La tabla periódica es una herramienta indispensable para obtener información sobre los elementos químicos. Conocer la clasificación y características de éstos permite entender su comportamiento y la forma en la que interaccionan químicamente. El desarrollo de la tabla periódica, así como la construcción del conocimiento científico, no surgieron de una sola vez ni gracias a una persona. La ciencia es una actividad humana colaborativa que progresa de forma constante.

Macromoléculas

Para que el organismo funcione de manera correcta requiere energía; las formas y las fuentes para obtenerla son variadas. Las sustancias que conforman el organismo funcionan de manera específica, ya que son transportadoras, estructurales o enzimáticas. Incluso, el organismo es capaz de utilizar sustancias como reservas energéticas y mantener íntegras sus estructuras. El organismo asimila los nutrientes y cada uno de ellos tiene propiedades específicas con base en la estructura molecular que los distingue. Los carbohidratos y lípidos proporcionan principalmente energía; las proteínas pueden ser estructurales o reguladoras de reacciones químicas en el organismo.

Química e importancia de los carbohidratos, proteínas y lípidos en la alimentación

Los seres vivos requieren de energía para realizar sus funciones vitales, para ello es necesario que se nutran. En el caso del ser humano, es importante que la nutrición sea adecuada y equilibrada por medio de la ingesta de proteínas, vitaminas, lípidos y carbohidratos presentes en alimentos de origen animal y vegetal.

La alimentación es la acción de ingerir alimentos para obtener nutrientes; en el caso de los seres humanos, esto implica seleccionarlos y prepararlos para la ingesta e incluso para socializar con otras personas. En general, es el proceso por el cual el cuerpo obtiene los nutrientes para vivir y realizar sus funciones, por tanto, la nutrición es el proceso mediante el cual el organismo capta, asimila y transforma la materia que consume.

La energía es la capacidad para producir un trabajo, por ejemplo, caminar, correr, andar en bicicleta, respirar, pensar, nadar o brincar, entre otros. El cuerpo humano es considerado un sistema que intercambia materia y energía con el medio, pues libera calor, consume materia como alimento y desecha la que no necesita en forma de vapor de agua, sudor, dióxido de carbono, orina y heces.

Las células de un organismo están formadas por proteínas, carbohidratos, lípidos y agua, principalmente. Estas sustancias son sintetizadas por medio de numerosas reacciones químicas que ocurren en el cuerpo. En los humanos, los alimentos ingresan por la boca, bajan por el esófago hasta el estómago y en ese recorrido son digeridos. Posteriormente, los nutrientes son absorbidos por los intestinos y pasan a la sangre para ser distribuidos por todo el cuerpo.

El metabolismo celular (del griego *metabolé* [μεταβολή], que significa "cambio") permite aprovechar los nutrientes de los alimentos. Al proceso mediante el cual se degradan sustancias complejas en otras más simples se le conoce como *catabolismo* y en éste se libera energía. El proceso de formación de sustancias orgánicas complejas a partir de elementos inorgánicos simples, siempre con gasto de energía, se llama *anabolismo*.

Los nutrientes son las sustancias químicas contenidas en los alimentos; el organismo las descompone, de tal manera que la materia y la energía obtenidas pueden ser aprovechadas en las funciones celulares. En general, existen dos tipos de nutrientes:

- Macronutrientes: se necesitan en mayores cantidades e incluyen proteínas, carbohidratos y grasas.
- Micronutrientes: se necesitan en cantidades muy pequeñas. Se consideran dentro de este grupo las vitaminas y los minerales.

Se denominan *nutrientes esenciales* todos aquellos que son indispensables para el cuerpo, pero éste no puede elaborar, por tanto, es necesario obtenerlos de otros organismos.

Carbohidratos

Los carbohidratos, hidratos de carbono o glúcidos son moléculas orgánicas formadas por carbono (C), hidrógeno (H) y oxígeno (O) y su fórmula general es $(CH_2O)_n$. A estas moléculas se les conoce como *azúcares*, y el ejemplo más común de ellos es la glucosa, cuya fórmula es $C_6H_{12}O_6$.

Las plantas sintetizan glucosa a partir de dióxido de carbono por medio de la fotosíntesis, proceso para el cual requieren de energía solar y liberan oxígeno y agua. La ecuación química que representa esta reacción es:

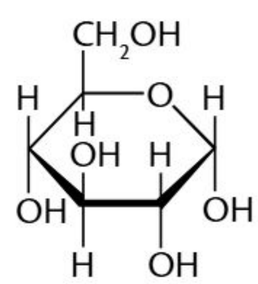
$$6CO_2 + 6H_2O \xrightarrow{\text{Energía solar}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

La mayor parte de los carbohidratos se encuentran en los alimentos de origen vegetal y son más variados y abundantes que los obtenidos en alimentos de origen animal. De acuerdo con la rapidez de su asimilación se clasifican en:

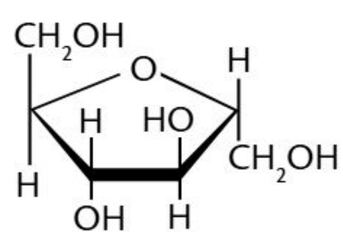
- Carbohidratos simples: son los carbohidratos de fácil digestión y metabolismo, razón por la cual constituyen una fuente rápida de energía. Entre ellos se encuentran la glucosa y la fructosa de las frutas y la miel, así como la lactosa de la leche.
- Carbohidratos complejos: son los carbohidratos cuya digestión es compleja y su absorción y la obtención de energía son lentas. Entre ellos se encuentran la celulosa de la fibra vegetal y el almidón de granos, tubérculos y raíces.

También, los carbohidratos se pueden clasificar en función de su estructura química:

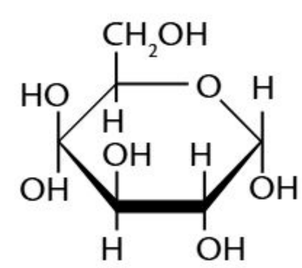
- Monosacáridos: están conformados por una estructura o "esqueleto" químico que forma una sola molécula de azúcar. Algunos ejemplos de éstos son la glucosa, la fructosa y la galactosa.



Glucosa

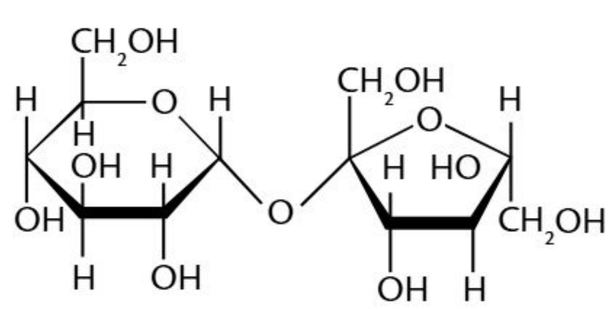


Fructosa

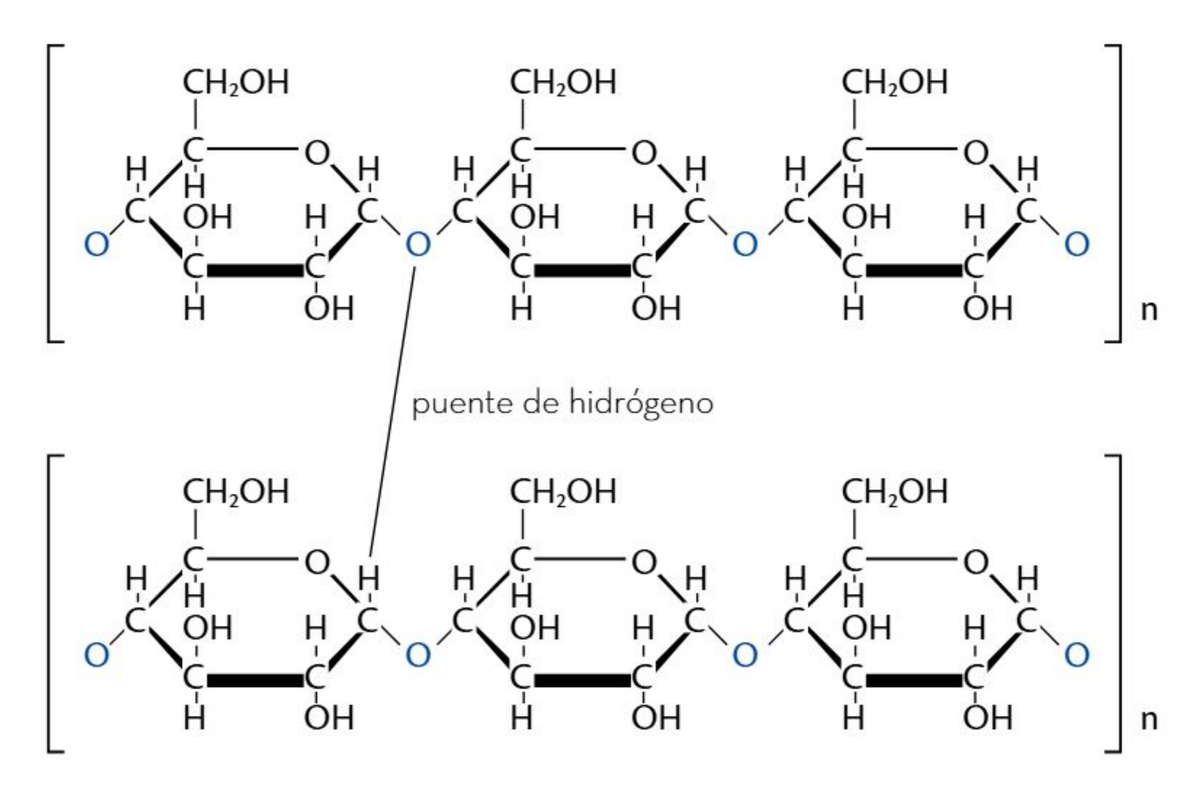


Galactosa

- Disacáridos: son moléculas conformadas por dos monosacáridos. Entre los ejemplos de estos azúcares están la sacarosa o azúcar de caña, la lactosa o azúcar de leche, y la maltosa. En la imagen se observa la estructura de la sacarosa, formada por la unión de dos moléculas: una de glucosa y otra de fructosa.



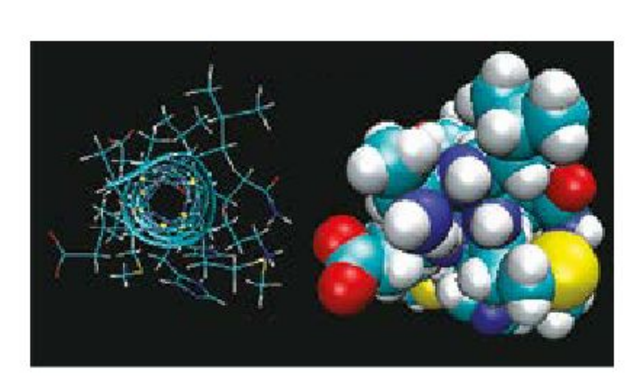
- Polisacáridos: son moléculas formadas por más de dos monosacáridos. Los ejemplos de estas moléculas son el almidón, la celulosa de las plantas y el glucógeno de origen animal. El almidón se forma con cientos de moléculas de glucosa: de 300 a 600 en algunos casos.



El almidón es el polisacárido de reserva de los vegetales y una importante fuente de energía para los animales. Se encuentra principalmente en los cereales (trigo, maíz y arroz, entre otros), así como en tubérculos, por ejemplo, las papas. El glucógeno, conocido como *almidón animal*, también es un polímero de la glucosa que se produce en el cuerpo a partir de la digestión del almidón y se almacena en los músculos y el hígado.

Los carbohidratos representan una de las fuentes de energía más importantes del cuerpo y se encuentran en los alimentos tales como frutas, tubérculos, cereales y legumbres, así como en alimentos industrializados como bebidas azucaradas, embutidos, dulces, golosinas y helados, entre otros. Algunos de estos ejemplos son poco saludables, como los dulces o golosinas; por tal motivo es necesario priorizar el consumo de cereales, frutas y verduras, y disminuir el consumo de pastelería, galletas, embutidos y bebidas carbonatadas (refrescos).

Una persona con un gasto energético menor a su consumo subirá de peso; por lo contrario, una que gasta más energía de la que consume perderá peso. Para encontrar el equilibrio es necesario tener un control sobre las porciones y el contenido energético de los alimentos con respecto a las actividades que se realizan: por ejemplo, un deportista de alto rendimiento consume de 3 000 a 4 500 kilocalorías (kcal) al día, mientras que una persona con actividad física menos exigente consume 1500 a 2 000 kilocalorías, todo esto en razón de sus necesidades energéticas.



Proteínas

Las proteínas son moléculas compuestas por cientos o miles de unidades llamadas *aminoácidos*, y sus estructuras son de gran peso molecular, tal como se muestra en la imagen.

Las proteínas tienen funciones muy específicas en el cuerpo, como parte estructural de las células en los músculos, la piel, los órganos e incluso se encuentran en la sangre.

Las proteínas también son enzimas y forman parte de ciertas hormonas y anticuerpos que son esenciales en la coagulación y el funcionamiento corporal y del sistema inmunitario. También transportan sustancias, como el caso de la hemoglobina que lleva oxígeno en los glóbulos rojos de la sangre. Las proteínas no aportan gran cantidad de energía: por cada gramo de proteína que se oxida, es decir, que se metaboliza o convierte en energía, se obtienen 4 kcal. Una caloría es la cantidad de calor necesario para elevar en 1 °C la temperatura de 1 g de agua.

Una enzima es una proteína que actúa como catalizador, es decir, como un compuesto que acelera la velocidad de las reacciones químicas indispensables para los procesos vitales de los seres vivos, cuya función es transformar la materia y la energía disponibles. Su acción está estrechamente ligada con las reacciones metabólicas, sin las cuales muchas reacciones tardarían demasiado en llevarse a cabo o simplemente no sucederían.

Cuando se digieren las proteínas, se descomponen en aminoácidos. Existen 20 aminoácidos indispensables para el cuerpo humano, la mayor parte de los cuales se producen en el organismo, pero nueve se consideran esenciales (valina, leucina, isoleucina, treonina, lisina, metionina, histidina, fenilalanina y triptófano) ya que no se pueden sintetizar, por tanto, se deben consumir mediante los alimentos. La calidad de una proteína se basa en la cantidad de aminoácidos que contiene. Las proteínas se encuentran en alimentos como la carne, el pescado, el huevo, la leche, los cereales y las legumbres.

Lípidos

Los lípidos o grasas son sustancias insolubles en agua y solubles en disolventes orgánicos como el cloroformo, el alcohol y el etanol, entre otros. Se conforman de carbono, hidrógeno y oxígeno, en algunos casos también contienen fósforo y nitrógeno. Son una fuente de energía de reserva, ya que cada gramo genera 9 kcal en contraste con los carbohidratos y las proteínas, que aportan 4 kcal por gramo.

Los lípidos constituyen gran parte de las membranas celulares, ya que permiten retener el agua en la célula, gracias a su insolubilidad en ésta. Evitan la pérdida de calor y regulan la temperatura corporal. También actúan como vitaminas, pigmentos, hormonas y mensajeros en el interior de una célula, así como con otras células.

Las grasas y los aceites son fuentes de lípidos de origen animal y vegetal, respectivamente. Los aceites se obtienen principalmente de las semillas oleaginosas, por ejemplo, los pistaches, las nueces, las avellanas, las pepitas, las almendras, las semillas de girasol, la soya, la canola y el cártamo; también se encuentran en el aguacate, las aceitunas y algunos tipos de nueces.

Los lípidos también tienen función estructural en las vitaminas liposolubles. En el cuadro de la siguiente página se puede consultar la función y las fuentes alimentarias de donde se pueden obtener las vitaminas de naturaleza lipídica.

Compuesto	Función	Fuentes principales
Vitamina A	• Algunas funciones de la vista • Para metabolizar el colesterol del flujo sanguíneo. • Integridad de células de la piel	Hígado, aceites de pescado, lácteos, sardinas, atún y huevos
Vitamina D	• Absorción de calcio • Respuesta inflamatoria • Protege de enfermedades cardiovasculares. • Sirve de protección contra algunos tipos de cáncer.	Para sintetizar la que produce el organismo es necesaria la exposición a la luz solar u obtenerla mediante el consumo de pescados grasos, aceites de hígado de pescado (bacalao), huevos y lácteos.
Vitamina E	• Protege las membranas celulares y los glóbulos rojos. • Funciona como antioxidante.	Aceites vegetales, margarinas, frutos secos, hortalizas de hojas verdes como quelites o espinacas, verduras y cereales como el germen de trigo
Vitamina K	• Actúa en los mecanismos de la coagulación y en el metabolismo del calcio.	Verduras (espinacas, brócoli y repollo), aceite de soya, aceite de oliva y legumbres

Algunos de los nutrientes esenciales para el funcionamiento del organismo son los lípidos, los cuales fortalecen las membranas celulares y están presentes en alimentos de origen animal y vegetal. Las proteínas se pueden considerar como los ladrillos constructivos del cuerpo y se encuentran en los músculos, piel y órganos. Por último, cabe resaltar que los carbohidratos representan la principal fuente de energía del organismo.

El organismo obtiene los nutrientes necesarios para su funcionamiento de la dieta y los procesa mediante las reacciones metabólicas. En las reacciones de catabolismo obtiene moléculas simples a partir de moléculas complejas; en cambio, sintetiza moléculas complejas a partir de sustancias simples durante las reacciones de anabolismo. También existen sustancias que el organismo no puede producir y sólo puede obtenerlas mediante la alimentación. Por dicha razón es importante elegir con ciudado los alimentos para asegurar la obtención de los nutrientes necesarios en las funciones vitales.

Métodos de separación de mezclas

Las mezclas son parte de la vida diaria y se usan para un sinfín de actividades; sin embargo, a veces se requiere utilizar sólo uno de los componentes de una mezcla o incluso es necesario recuperar alguna sustancia. Para ello, se emplean métodos de separación de mezclas, tanto físicos como químicos.

Propiedades físicas de las mezclas

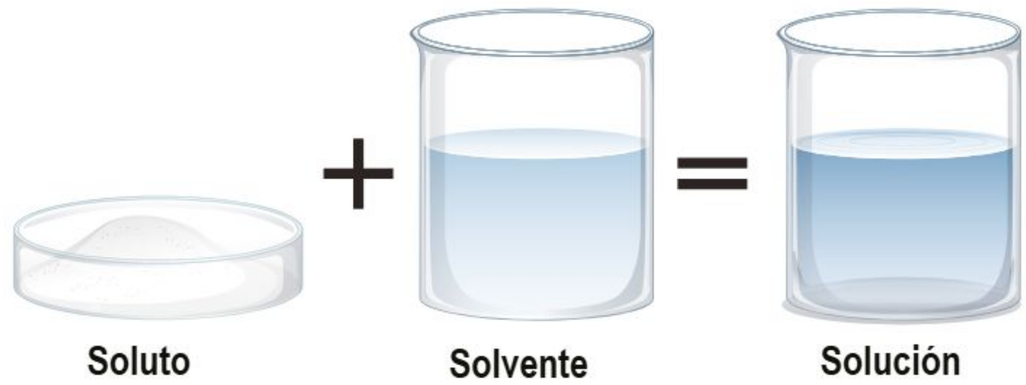
Las mezclas tienen propiedades que varían según la relación que hay entre sus constituyentes y también entre sus fases. Los cambios en las propiedades de las mezclas se aprovechan para distintos propósitos en la vida cotidiana, en la naturaleza y en actividades como la industria.

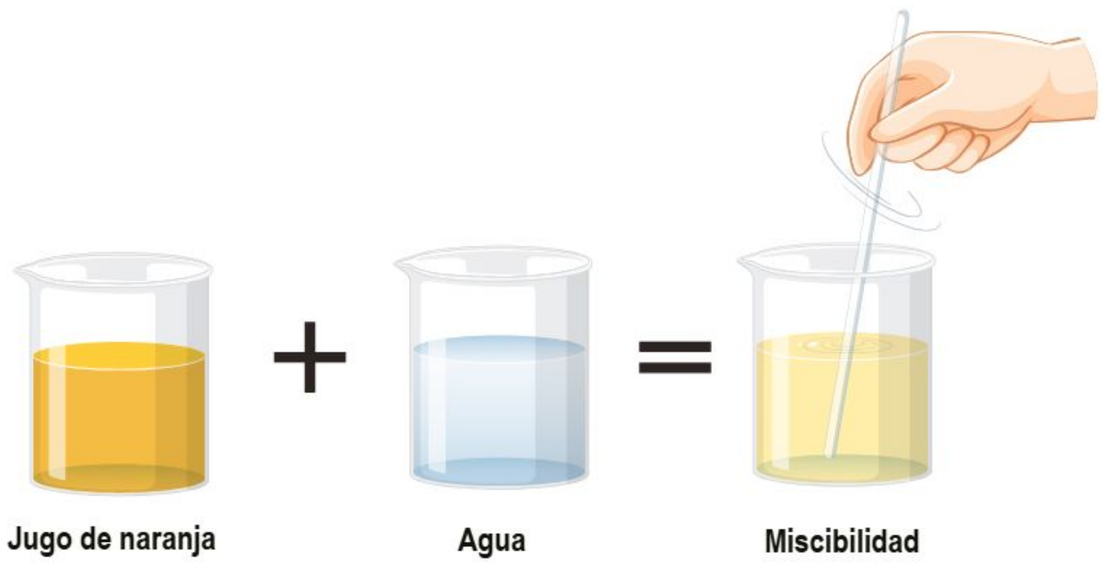
En la siguiente tabla se resumen las propiedades más relevantes de las mezclas. Con ellas es posible reconocer nuevas sustancias, pues evidencian las interacciones que hay entre los componentes y su naturaleza química.

Propiedad	Descripción	Ejemplo
Punto de ebullición	El punto de ebullición es la temperatura a la cual una sustancia pasa del estado líquido al estado gaseoso. Si una mezcla, con al menos dos líquidos se calienta, se disipará primero el que tenga menor punto de ebullición.	
Densidad	La densidad es la relación entre la masa y el volumen. En una mezcla heterogénea, los componentes más densos, frecuentemente, se encuentran debajo de los menos densos. Conocer la densidad de los componentes permite determinar el método y el orden de separación de éstos.	
Tamaño de partícula	Cuando en una mezcla un componente es sólido y no está disuelto, se puede separar si el tamaño de su partícula es suficientemente grande como para quedar atrapada en una barrera a través de la cual los líquidos o componentes de menor tamaño sí puedan pasar.	

Otras características de las mezclas son las siguientes:

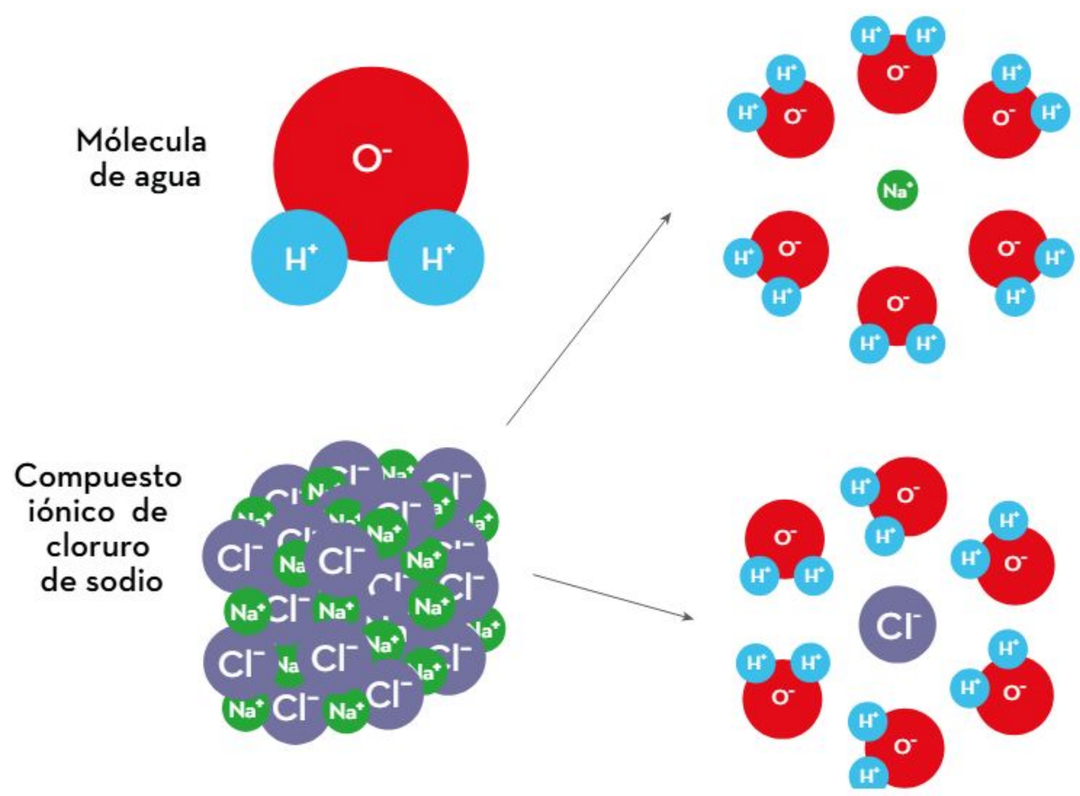
- Solubilidad: es la capacidad de una sustancia de disolverse (soluto) en otra (disolvente).





- Miscibilidad: es la capacidad de las sustancias líquidas de mezclarse homogéneamente.

- Polaridad: es una propiedad surgida entre las moléculas que constituyen cada sustancia. Si en la molécula un átomo atrae con mayor fuerza a los electrones, la carga eléctrica en ésta no es homogénea, lo que produce que un extremo se comporte como un polo positivo y otro como negativo. Lo anterior genera fuerzas de atracción y repulsión entre las moléculas de las sustancias de la misma forma que sucede con los imanes al acercar o alejar polos opuestos o iguales. La polaridad permite explicar propiedades tales como la solubilidad, el punto de fusión y la miscibilidad, entre otras, y predice si dos sustancias formarán una mezcla homogénea o heterogénea.



Las propiedades de las mezclas heterogéneas se derivan directamente de sus constituyentes: cuando uno de ellos tiene propiedades magnéticas, la mezcla también las tendrá. Algunas de las propiedades mencionadas (la densidad o el punto de fusión, por ejemplo) no son exclusivas de las mezclas, pues también las presentan sustancias puras.

A diferencia de las sustancias puras, las propiedades de las mezclas pueden variar por la manera en que están constituidas, es decir, por la relación entre sus componentes. Características como punto de ebullición, densidad, solubilidad y polaridad permiten distinguir los tipos de mezclas.

Procesos de separación

Para aplicar un método de separación a una mezcla, se deben distinguir todos los componentes y reconocer sus propiedades; a partir de ahí se definirá el método más conveniente.

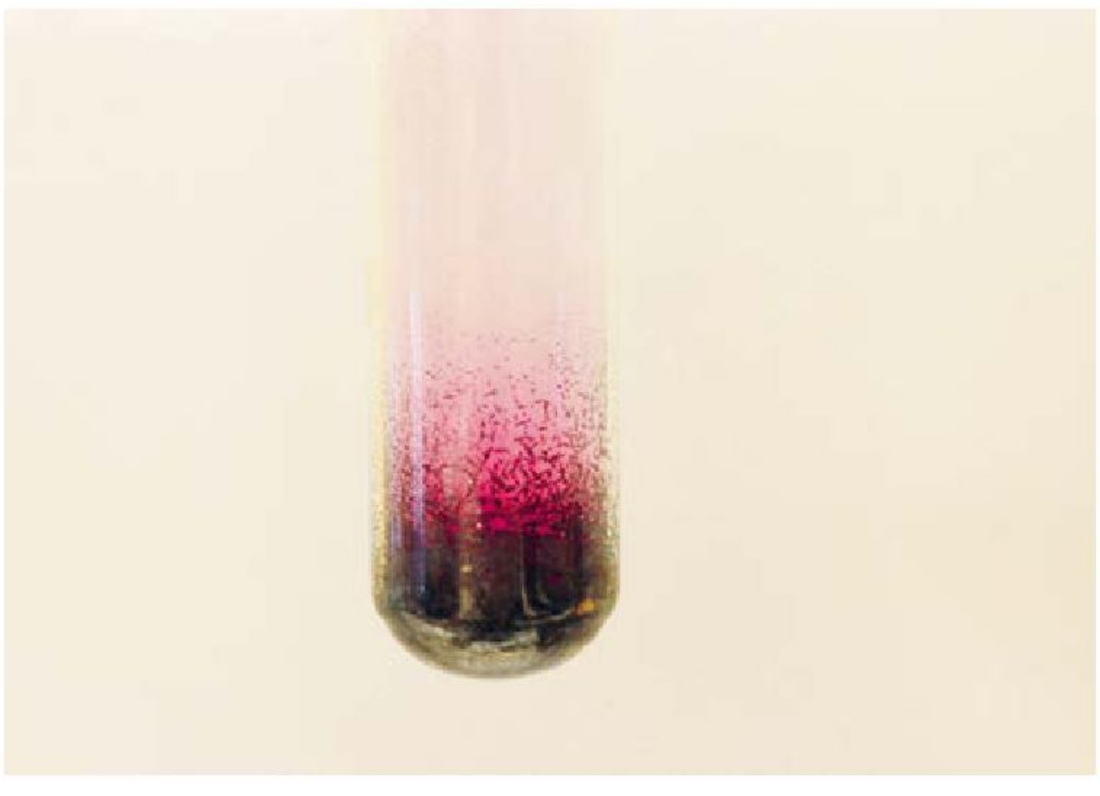
Los métodos de separación son procesos que aíslan uno o más componentes de una mezcla. En función de cuáles y cuántos componentes tenga ésta, se aplica determinado método de separación. Los métodos más comunes se presentan a continuación:

Método	Tipo de mezclas	Propiedades	Descripción
Evaporación	Homogéneas/ Heterogéneas Sólido-Líquido Líquido-Líquido Gas-Líquido	Punto de ebullición	Se calienta la mezcla hasta que el componente con menor punto de ebullición se evapora. El resto de los componentes queda en el recipiente.
Decantación	Heterogéneas Sólido-Líquido Líquido-Líquido	Polaridad y densidad	Se deja en reposo la mezcla hasta que se dividen las fases. Luego, se retira la fase con menor densidad al voltear el recipiente y colocarla en otro contenedor.
Destilación	Homogéneas Líquido-Líquido	Punto de ebullición	Se construye un sistema para destilación en el que se calienta la mezcla y se separa el líquido con el menor punto de ebullición.
Absorción/ Adsorción	Homogéneas Sólido-Líquido	Tamaño de partícula	Con ayuda de un sólido que sea poroso o tenga un área de superficie elevada, se apartan los componentes de la mezcla al atraparlos entre sus poros, de tal forma que el líquido circula libremente.
Precipitación	Homogéneas/ Heterogéneas Sólido-Líquido Líquido-Líquido	Tamaño de partícula	Por medio de un cambio químico o físico, se forma una sustancia dispersa hasta que por su propio peso cae al fondo del contenedor.
Centrifugación	Heterogéneas Sólido-Líquido	Tamaño de partícula	Si se ejerce una fuerza al hacer girar el recipiente que contiene la mezcla, ésta se separa debido al peso de las partículas suspendidas, visibles o no a simple vista.

Método	Tipo de mezclas	Propiedades	Descripción
Filtración	Heterogéneas Sólido-Líquido	Solubilidad	Se pasa la mezcla a través de un filtro donde permanece el sólido, pero el líquido lo atraviesa.
Tamizado	Heterogéneas Sólido-Sólido	Tamaño de partícula	Se vierte la mezcla en un tamiz o filtro, para retener el sólido que tiene partículas de mayor tamaño.
Imantación	Heterogéneas Sólido-Líquido Sólido-Sólido	Magnetismo	Sobre la mezcla se pasa un imán recubierto de plástico, a él se unirá el componente magnético.
Cristalización	Homogéneas Líquido-Líquido Sólido-Líquido	Punto de fusión Solubilidad	Ocurre algo similar al método de decantación, pero en este caso los solutos se separan al mismo tiempo que el disolvente disminuye su volumen al evaporarse de la mezcla o al enfriarse; así, se forman cristales sólidos de los solutos.
Sublimación	Heterogéneas Sólido-Sólido	Sublimación	Una mezcla de sólidos puede desintegrarse por efectos de temperatura o presión de vapor. El componente que sublima pasará a fase gaseosa y así se habrá separado de la mezcla.
Cromatografía y extracción	Homogéneas/ Heterogéneas Líquido-Líquido Sólido-Líquido	Polaridad/ Densidad	Se aprovechan las distintas polaridades de los componentes para aislarlos.

En caso de que una mezcla sea compleja se deben aplicar métodos que conlleven una reacción o interacción química. Los ejemplos más comunes de mezclas complejas son las generadas por la contaminación, como las aguas de ríos, lagos u océanos que son infestadas con compuestos emergentes o con metales pesados. Para eliminar dichos contaminantes, se aplican algunos de los métodos de separación vistos en la tabla anterior u otros más avanzados. Otra mezcla de muchos componentes es el petróleo, el cual se separa por destilación para generar productos como la gasolina y el gas natural, mediante procesos a gran escala.

Ejemplos de sublimación se encuentran en el hielo seco (izquierda) y en el yodo (derecha): son sólidos que pasan directamente a estado gaseoso.



Los métodos de separación son diversos y ofrecen opciones eficientes para el tratamiento de las mezclas. Se pueden proponer alternativas para advertir o solucionar procesos que contaminan y también para extraer recursos de manera sustentable.

Conocer los componentes y las propiedades de una mezcla puede ser provechoso para entender cómo llevar a cabo una separación en caso de requerirlo. La humanidad genera, día con día, muchos residuos que se combinan con el agua, el aire o el suelo. Para prevenir y reparar el daño, hay que usar procesos de separación. En otros casos, hay mezclas que se separan porque sus componentes son útiles, por ejemplo, cuando se obtiene gasolina del petróleo o se extraen elementos o sustancias de minas.

Metrología

Las propiedades de la materia se pueden determinar ya sea de forma cualitativa o cuantitativa. Para identificar una sustancia de manera cualitativa, se toman en cuenta cualidades como el color que tiene, por ejemplo, separar fósforo rojo del fósforo blanco: el primero se utiliza para fabricar cerillos, y el segundo, para sintetizar sustancias. En el caso de la sal y el azúcar, se sabe que ambas sustancias son sólidas, blancas y cristalinas, pero se diferencian por medio del sentido del gusto: una es salada y la otra, dulce. El agua y el alcohol son líquidos incoloros, pero se diferencian en que el agua no tiene olor y el alcohol sí; además, ambos líquidos se evaporan a distinta temperatura, es decir, tienen diferentes puntos de ebullición.

Por otro lado, si el interés está en conocer la cantidad de una sustancia, por ejemplo, el contenido de azúcares y sal en los alimentos, dicho contenido se expresa en cantidades numéricas acompañadas por unidades de medida como gramos (g), miligramos (mg) u otra.

Unidades del Sistema Internacional

Una medición es el resultado de una comparación. Así, la longitud, la masa, el volumen, la intensidad luminosa o cualquier otra característica cuantitativa que se quiera conocer de un objeto debe compararse con otra previamente establecida o acordada llamada *unidad patrón*. En este sentido, el sistema MKS es un conjunto de unidades patrón, en el que el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s) son las unidades de referencia para la longitud, la masa y el tiempo, respectivamente. Este sistema fue adoptado mundialmente y ha sido reformado a lo largo de los años, hasta convertirse en el Sistema Internacional de Unidades (SI), el sistema de mayor difusión en la actualidad.

A lo largo de la historia, la necesidad de comparar objetos con base en sus propiedades ha llevado a la humanidad a desarrollar sistemas de unidades patrón. Los sistemas de medición actuales, como el sistema inglés y el sistema métrico, tienen su origen en las diferentes formas de comparar objetos y en la elección de unidades patrón para uniformar las mediciones por convención y evitar confusiones.

Es importante recordar que la propiedad de un objeto que puede ser medida se llama *magnitud*. Una magnitud fundamental se expresa de manera independiente de las demás. Las magnitudes siguientes son de este tipo:

Magnitudes fundamentales en el SI

Magnitud	Unidad	Símbolo
Masa	Kilogramo	kg
Longitud	Metro	m
Tiempo	Segundo	s
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad de corriente	Ampere	A
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

Las magnitudes fundamentales dan origen a magnitudes derivadas por medio de operaciones matemáticas (multiplicación o división). Las magnitudes derivadas exponen la relación entre las propiedades de un objeto y se expresan de forma compuesta, tal como lo hacen los ejemplos de la tabla de la siguiente página.

Magnitudes derivadas

Magnitud	Unidad	Símbolo
Superficie	Metro cuadrado	m^2
Volumen	Metro cúbico	m^3
Rapidez	Metro por segundo	m/s
Fuerza	Newton	N
Energía	Julio	J
Densidad	Kilogramo por metro cúbico	kg/m^3

En algunos casos, la expresión de las magnitudes parece no corresponder con las unidades de las tablas mencionadas. Cuando esto ocurre, se debe hacer una conversión de unidades. Un ejemplo de ello es la velocidad, ya que ésta puede ser expresada en kilómetros por hora (km/h) y no directamente en metros por segundo (m/s). Para obtener la velocidad, se mide el tiempo en que un objeto pasa de un punto A hacia un punto B y la distancia entre A y B; después, se divide la distancia medida en kilómetros entre el tiempo medido en horas. Hecho esto, se puede expresar la misma magnitud en las unidades correspondientes al convertir km/h a m/s.

Una de las características del SI es que las unidades se pueden expresar con múltiplos de 10 (como potencias de base 10) y con prefijos que acompañan al símbolo de la unidad y al nombre. Esta nomenclatura facilita la expresión de cantidades notoriamente grandes y pequeñas.

Prefijos en el SI

Base (10^n)	Prefijo	Símbolo	Expresión decimal
10^{12}	tera-	T	1 000 000 000 000
10^9	giga-	G	1 000 000 000
10^6	mega-	M	1 000 000
10^3	kilo-	k	1 000
10^2	hecto-	h	100
10^1	deca-	da	10
10^0	Sin prefijo	Sin símbolo	1
10^{-1}	deci-	d	0.1
10^{-2}	centi-	c	0.01
10^{-3}	mili-	m	0.001
10^{-6}	micro-	μ	0.000 001
10^{-9}	nano-	n	0.000 000 001
10^{-12}	pico-	p	0.000 000 000 001

El SI se usa en la mayor parte del mundo ya que permite expresar las mediciones de las magnitudes de los objetos en unidades precisas.

Instrumentos de medición

El objetivo de una medición es comparar una cantidad que se desea conocer con una unidad patrón cuyo valor se conoce. Gracias a los avances tecnológicos, la exactitud de los instrumentos de medición ha mejorado de acuerdo con las necesidades de la sociedad.

En la vida cotidiana, constantemente se requiere hacer alguna medición. Por ejemplo, cuando alguien pregunta el horario de algún evento, se brinda la información en horas, y a veces con minutos, con el fin de que quien pregunte pueda calcular el tiempo para saber si podrá participar o no; al comprar fruta o verdura, se necesita pesar para medir su masa; al tomar un jarabe para la tos, se debe medir el volumen con la dosis exacta; si se va al médico para una revisión, éste suele medir la estatura y la masa corporal del paciente.

Para medir el tiempo, se utilizan instrumentos tales como los relojes. Hay relojes para uso diario, como los relojes de pared o de mano, que funcionan con un mecanismo de engranajes, o los electrónicos; además, hay algunos más precisos que otros. Los relojes de cuarzo basan su funcionamiento no sólo en el mecanismo de engranes sino en una pieza de cuarzo, material del cual se conoce el número de vibraciones que produce al cabo de un segundo al aplicarle una corriente eléctrica. Esto permite que el engranaje se sincronice con dicha vibración y aumente su precisión.

Otro ejemplo de tecnología para medir el tiempo se encuentra en los teléfonos celulares que utilizan un sistema de posicionamiento global o GPS (*Global Positioning System*), el cual mide con mayor precisión. Esto permite la sincronización del dispositivo con varios satélites en órbita terrestre coordinados entre sí por láseres y espejos, ya que los satélites envían la información en forma de ondas de radiofrecuencia al celular.

Es importante remarcar que tanto los materiales como la tecnología involucrada para cada caso es diferente, incluso entre los relojes de mano. Todos los relojes son diseñados de tal forma que se adecuan a necesidades particulares, por tanto, la innovación en métodos y materiales para la construcción y funcionamiento de los relojes y sus mecanismos son de vital importancia.

Magnitud	Instrumentos	
	En la vida cotidiana	**En el laboratorio**
Masa	Báscula	Balanza analítica

Cuando se realiza una medición, la cantidad definida de dígitos mostrará la exactitud del instrumento, es decir, la capacidad que tiene para proporcionar una lectura del valor más cercano al real, según qué tan precisa sea la coincidencia de la distancia de las marcas del instrumento con la magnitud del objeto medido.

Por ejemplo, al medir el grosor de un tabique con una regla, graduada en centímetros y milímetros, y con un calibrador Vernier, la lectura de los instrumentos será parecida. La diferencia entre ambas mediciones se registrará en el número de dígitos de la cantidad; puede ser que la medida del grosor del tabique obtenida con una regla quede entre dos marcas del instrumento, lo que lleva al observador a decidir cuál es la más cercana y registrarla. Lo mismo ocurrirá con el calibrador Vernier, pero la diferencia es que la distancia entre las marcas será menor en éste; por lo tanto, el calibrador Vernier es un instrumento más preciso que la regla porque tiene mayor exactitud o capacidad para determinar una magnitud.

En otras ocasiones, se pueden obtener cantidades precisas con datos de cifras extensas mediante cálculos como multiplicaciones y divisiones con los valores obtenidos. Por ejemplo, se puede calcular el área de una mesa rectangular de la cual primero se registraron el largo y el ancho. Al hacer la multiplicación con una calculadora, ésta probablemente proporcionará más cifras decimales que las de los datos de partida.

En los casos mencionados, se hace uso de las cifras significativas obtenidas en la medición y de los criterios de redondeo para facilitar los cálculos matemáticos.

Reglas de redondeo

Una vez localizada la posición de la cifra por redondear, se aplican los siguientes criterios:

- Si la cifra inmediata a la derecha del punto decimal es igual o menor que cuatro (0, 1, 2, 3, 4), sólo se toma el valor hasta la posición indicada sin cambios en la cifra por redondear.
- Si la cifra inmediata a la derecha del punto decimal es mayor o igual que cinco (5, 6, 7, 8, 9), se toma el valor hasta la posición de la cifra por redondear y se suma 1 al número en la posición de la cifra por redondear.

Ejemplo

El tiempo necesario para recorrer una pista de atletismo fue de 60.529645293473 s; sin embargo, para comprobar se usará un cronómetro que mide hasta el tercer decimal. ¿Cuál es el valor del tiempo redondeado?

Paso 1. Identificar la cifra que se quiere redondear (tercer decimal) y el número posterior.

Número por redondear Número posterior

60.529645293473

Paso 2. Identificar qué dígito es el número posterior para saber si el número por redondear se mantiene o aumenta de valor.

El número posterior es 6, por lo que el número por redondear debe aumentar al siguiente dígito, en este caso 9 aumenta a 10 y se escribe como 0:

60.520

Debido a que el 9 se convirtió en 10, el 1 ocasiona que el siguiente número a la izquierda, en este caso el 2, aumenta en 1, entonces se escribe 3:

60.530

Paso 3. Expresar el resultado:
El tiempo redondeado es 60.530 s.

> Las reglas de redondeo de cifras permiten un manejo rápido y preciso de las cifras decimales cuando éstas son extensas.

Reglas de cifras significativas

Son cifras significativas aquellas que se obtienen de la graduación y exactitud del instrumento que se usó en la medición. Para una regla con graduación en centímetros y milímetros, se puede expresar un resultado que indique hasta los milímetros; sin embargo, con instrumentos más precisos se puede aproximar más la medición.

Es común expresar las mediciones en notación decimal. Por ello, a partir de la estructura de estos números se definen las reglas de cifras significativas:

1. Los dígitos diferentes de cero son cifras significativas.
2. Los ceros entre dígitos diferentes de cero también son cifras significativas.
3. Los ceros escritos a la izquierda del primer dígito diferente de cero no son cifras significativas.
4. Los ceros escritos a la derecha de las cifras decimales son cifras significativas.

A continuación se ejemplifican algunos usos de estas reglas:

Ejemplo 1
Se pesó un pedazo de alambre en una balanza digital y se obtuvo una masa de 01.05 g. ¿Cuántas cifras significativas tiene este valor?

Paso 1. Se cuenta de izquierda a derecha desde el primer número diferente de cero antes punto decimal, hasta la última cifra decimal.

01.05
1 2 3

Paso 2. El número de dígitos es el número de cifras significativas.

El número 01.05 tiene sólo tres cifras significativas.

Ejemplo 2
Se pesó polvo de gis en una balanza analítica y se obtuvo un valor de 8.3604 g.
¿Cuántas cifras significativas tiene este valor?

Paso 1. Contar todos los dígitos, de izquierda a derecha, diferentes de cero antes del punto decimal y todos aquellos números después del punto decimal.

8.3604
1 2 3 4 5

Paso 2. Al número total de dígitos del número se le restan el número de cifras no significativas.

El número 8.3604 tiene cinco cifras significativas.

Ejemplo 3
El resultado de una operación matemática es 0.00015720, ¿cuántas cifras significativas tiene este valor?

Paso 1. Contar todos los dígitos de izquierda a derecha diferentes de cero, así como los ceros que haya a la derecha de las cifras decimales distintas de cero.

0.00015720
1 2 3 4 5

Paso 2. El número de dígitos señalados es el número de cifras significativas:
El número 0.00015720 tiene cinco cifras significativas.

Es importante recordar que las cifras significativas no son las mismas que las cifras decimales, aunque podrían coincidir en algunos casos.

> Seguir los criterios de redondeo e identificar las cifras significativas permiten expresar una medición de forma correcta, con ellos se obtiene información legible y precisa sobre las magnitudes de un objeto.

Expresar las magnitudes (propiedades medibles) de la materia de manera correcta permite evaluar su exactitud. El uso de unidades de medición da un contexto de referencia acerca de lo que representan los números.

Por otra parte, el uso de prefijos en las unidades, la identificación de cifras significativas en las cantidades y el redondeo permiten mostrar la información de manera concisa. Esto ayuda a determinar si la tecnología e instrumentos utilizados son suficientemente exactos para los fines con los que fueron hechos.

Periodicidad de los elementos

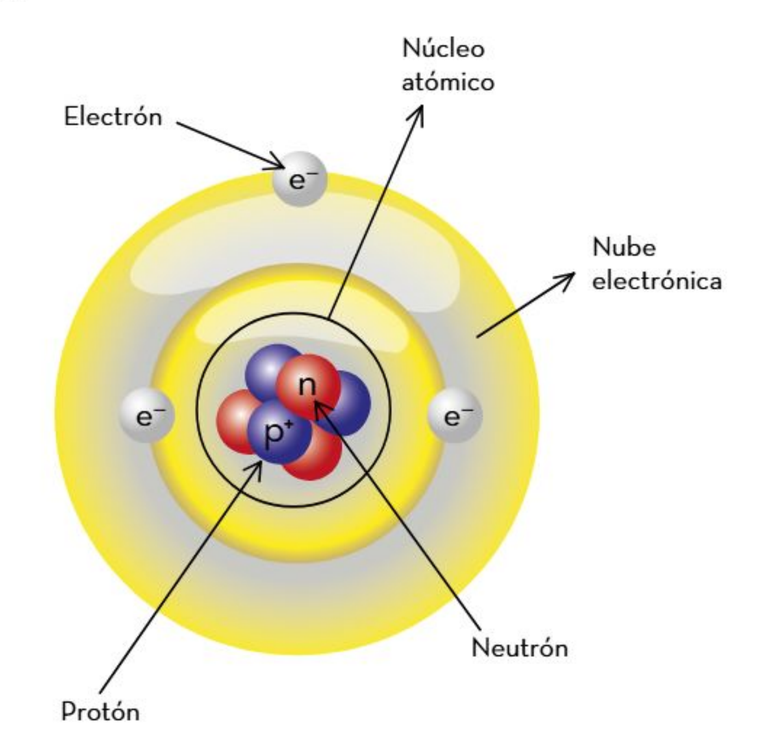
En la tabla periódica, hay una gran cantidad de información que se utiliza para clasificar los elementos en función de sus características, comportamientos y propiedades químicas. Con esta información, se puede predecir su reactividad. Es importante aprender a interpretar la tabla periódica, ya que es una herramienta útil para acceder fácilmente a la información de las principales propiedades de los elementos.

Número y masa atómicos

La principal función de la tabla periódica es agrupar los elementos de acuerdo con sus propiedades; además, es una herramienta que contiene parámetros necesarios para identificar los elementos químicos, por ejemplo, el número y la masa atómicos, al igual que el nombre y el símbolo.

En 1869, Dimitri Mendeléiev propuso la tabla periódica, en la cual distribuyó los elementos en orden creciente con base en su masa atómica. Sin embargo, en 1912 el científico Henry Moseley publicó un trabajo en donde incorporó los elementos también en orden creciente, pero según su número atómico, que es como actualmente se ordenan.

Para definir número y masa atómicos se debe conocer la estructura de un átomo. De manera general, esta partícula se compone por un núcleo con protones (subpartículas con masa y carga positiva) y neutrones (subpartículas con masa, pero sin carga), y por los electrones (subpartículas con masa muy pequeña y carga negativa) que lo orbitan.



Los átomos de cada elemento tienen una cantidad de protones fija y definida; por ejemplo, el hidrógeno tiene un protón, mientras que el carbono tiene seis protones y el sodio, 11. A partir de este dato, se define el *número atómico* como la cantidad de protones que tiene un átomo. A su vez, el *número de masa* o *másico* se define como la cantidad de protones y de neutrones que hay, en suma, en el núcleo del átomo y, finalmente, la *masa atómica* es la masa real de los protones y neutrones; ésta se mide en unidades de masa atómica (uma o u). Lo anterior se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$A = Z + N$$

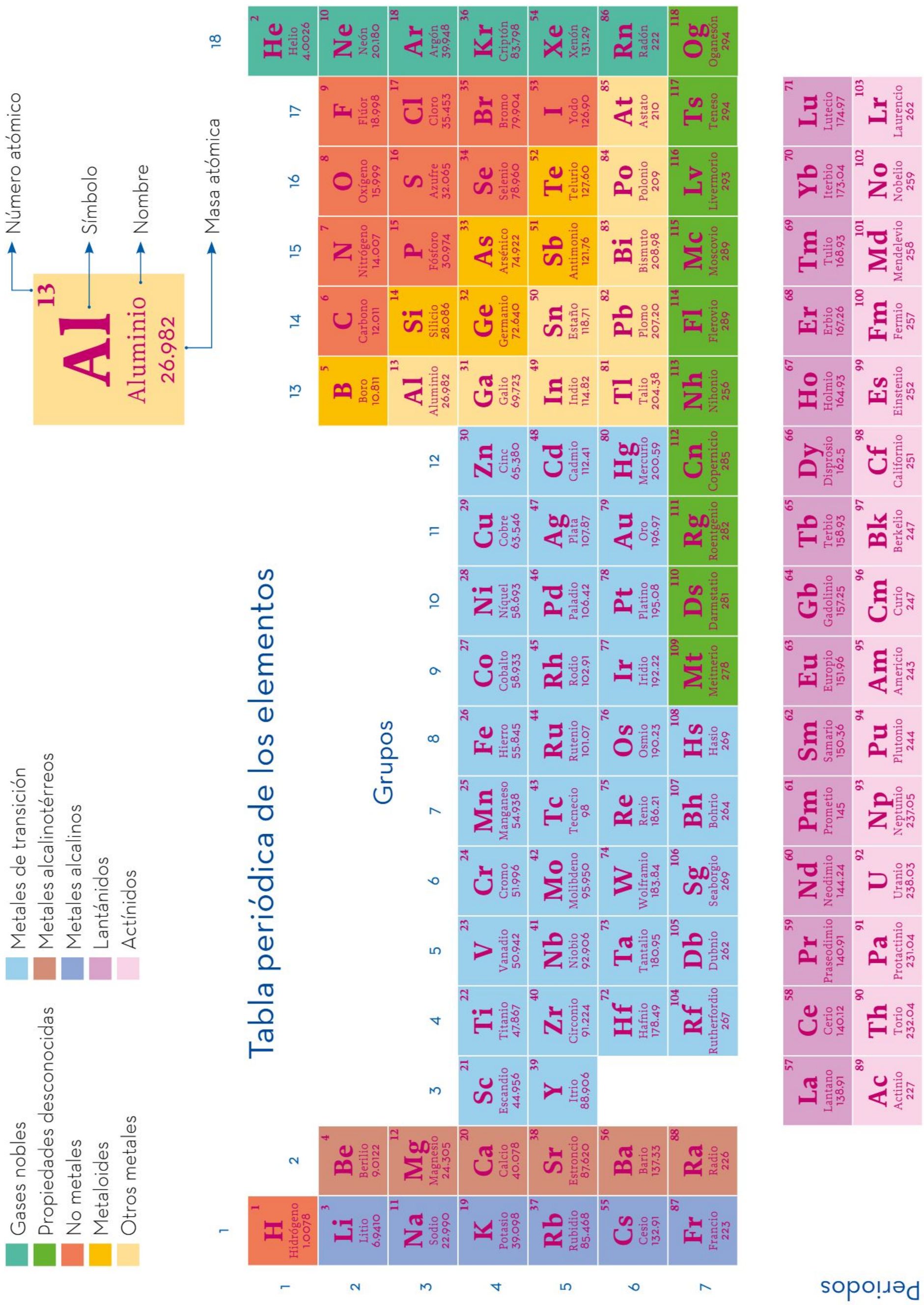
Donde:

A = Número de masa o másico

Z = Número atómico = Número de protones

N = Número de neutrones

En la tabla periódica, se encuentran los números atómicos de todos los elementos, así como su masa atómica y su símbolo. La posición de estos datos puede variar un poco, según el diseño de la tabla.



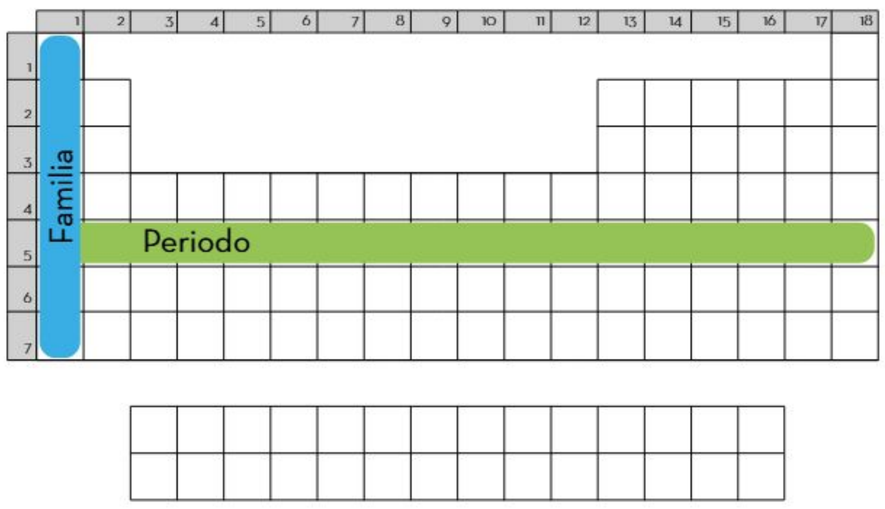
A continuación, se muestran algunos de los elementos más comunes con su número y masa atómicos:

Elemento	Símbolo	Número atómico	Masa atómica	Ejemplos en donde se encuentra
Oxígeno	O	8	15.999	Aire y agua (H_2O)
Carbono	C	6	12.011	Carbón, grafito (punta de lápiz) y diamantes
Silicio	Si	14	28.085	Arena, vidrio y rocas
Hidrógeno	H	1	1.008	Aire y agua (H_2O)
Cloro	Cl	17	35.45	Hipoclorito de sodio (NaClO) y en desinfectantes
Hierro	Fe	26	55.845	Herramientas, varillas de construcción y sangre
Plata	Ag	47	107.87	Joyas
Oro	Au	79	196.97	Joyas y transmisores eléctricos

La tabla periódica es una herramienta útil que resume las propiedades y características principales de los elementos químicos. El número y la masa atómicos son como las huellas digitales de cada elemento porque con estos valores se puede identificar. El número atómico corresponde al número de protones del átomo y la masa atómica es la suma de la masa de los neutrones y protones presentes en él.

Características de las familias y los periodos

La información de todos los elementos químicos en la tabla periódica está organizada, de manera compacta, en familias y periodos. Las familias o grupos son las columnas o agrupaciones verticales, mientras que los periodos son las filas o agrupaciones horizontales. Todos los elementos que componen una misma familia tienen propiedades similares que se repiten periódicamente, es decir, con regularidad; por ello es importante conocer las características más comunes de los elementos de algunas familias.



Las propiedades y características de los elementos químicos en las familias o grupos están directamente relacionadas con los electrones de valencia que poseen los átomos. A continuación, se muestran algunas familias y sus características.

Familia o grupo 1: metales alcalinos

Los metales alcalinos son los elementos pertenecientes a la familia o grupo 1, excepto el hidrógeno (H). Algunas de sus características son las siguientes:

- Son de color gris metálico.
- Tienen puntos de fusión bajos, como el cesio, que puede fundirse en la palma de la mano, en comparación con otros metales.
- Son suaves, incluso pueden cortarse con un cuchillo.
- Son poco densos en comparación con otros metales.
- Reaccionan fuertemente con el agua y ocasionan explosiones.
- Reaccionan con no metales para formar sales.
- En la naturaleza, se encuentran en forma de sales, como el cloruro de sodio (NaCl).
- El sodio (Na) y el potasio (K) son de los metales alcalinos más abundantes en la naturaleza.
- Tienen un electrón de valencia, por lo que son muy reactivos. No poseen su octeto completo y tienden a perder su electrón para completarlo.

Familia o grupo 2: metales alcalinotérreos

Los metales alcalinotérreos son los elementos del grupo 2 y tienen las siguientes características:

- Son de color gris metálico.
- Tienen puntos de fusión hasta 10 veces más elevados en comparación con los metales alcalinos.
- Son de dos a cuatro veces más densos que los metales alcalinos, pero menos densos que otros metales.
- Reaccionan con no metales para formar sales.
- En la naturaleza, se encuentran en forma de sales, como el carbonato de calcio ($CaCO_3$).
- El magnesio (Mg) y el calcio (Ca) son los metales alcalinotérreos más abundantes.
- Tienen dos electrones de valencia y son medianamente reactivos. Tienden a perder sus dos electrones para completar su octeto.

Familia o grupo 17: halógenos

Los halógenos son los elementos de la familia 17. Sus características son las siguientes:

- A temperatura ambiente, se presentan en los tres estados de agregación; por ejemplo, el flúor (F) y el cloro (Cl) son gases, el bromo (Br) es líquido, el yodo (I) y el astato (As), sólidos.
- Son muy reactivos: suelen reaccionar con metales para formar sales, pero también reaccionan con otros no metales o entre ellos mismos.
- En la naturaleza se encuentran de la siguiente manera: F_2, Cl_2, Br_2 y I_2.
- Tienen diferentes colores. El flúor es amarillo pálido; el cloro, verde amarillento; el bromo, café rojizo; y el yodo, violeta.
- El flúor se encuentra en pastas dentales en forma de fluoruro de sodio (NaF).
- El cloro se usa en desinfectantes o blanqueadores domésticos.
- El yodo se usa como antiséptico o germicida.
- Tienen siete electrones de valencia, por lo que son muy reactivos, ya que les falta un solo electrón para completar su octeto, el cual, generalmente, adquieren de otro átomo.

Familia o grupo 18: gases nobles

Los gases nobles están ubicados en la familia o grupo 18 y tienen las siguientes características:

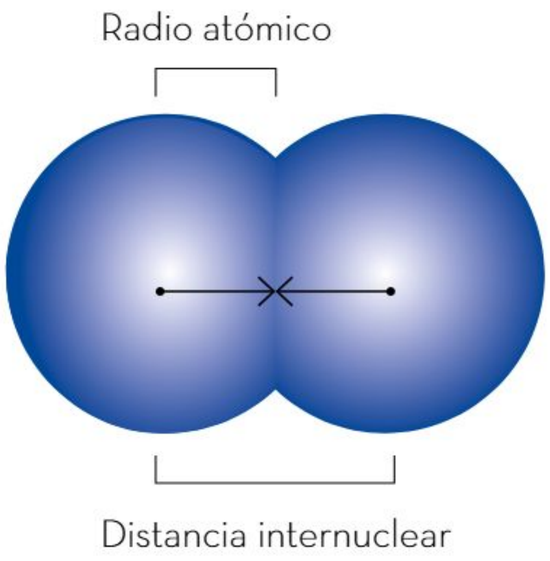
- A temperatura ambiente, todos son gases.
- Son químicamente muy estables, es decir, difícilmente reaccionan con otros elementos para formar un compuesto.
- No tienen sabor, olor ni color.
- El helio (He) suele usarse para inflar globos.
- El neón (Ne) se usa en algunas lámparas llamadas con el mismo nombre.
- El radón (Rn) se usa en terapias contra el cáncer en tejidos.
- Son los únicos elementos que tienen su octeto completo de forma natural, por lo que son muy estables y poco reactivos, ya que no necesitan los electrones de otros átomos.

> Los elementos tienen características similares de manera periódica ya sea en sus propiedades físicas o químicas, aunque, en algunos casos, sus propiedades no coinciden con exactitud. El conocimiento de tales características permite organizar la información referente a la reactividad química de los elementos; esto es de suma utilidad ya que conocer el comportamiento de un elemento ayuda a predecir el de toda la familia.

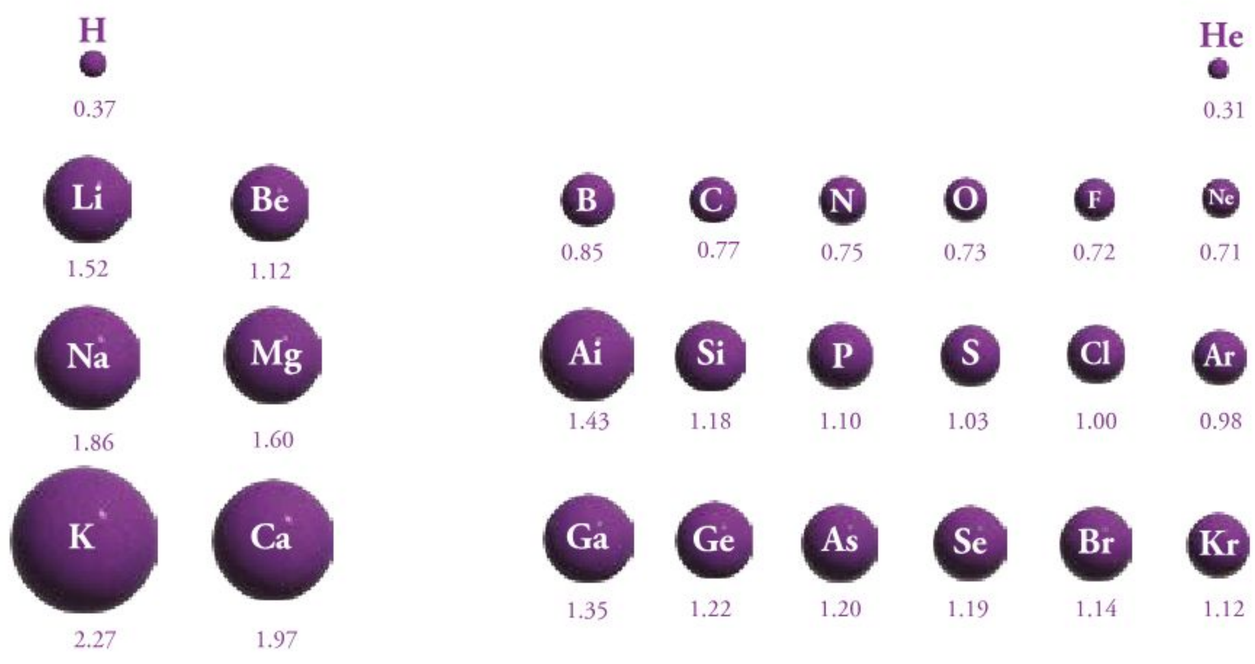
Propiedades periódicas de los elementos

Existen más de 100 elementos químicos, cada uno con masa, tamaño y número de partículas subatómicas que los distinguen. Algunos elementos tienen comportamientos o características similares, los cuales son útiles para agruparlos y así predecir el comportamiento similar que tienen.

Los elementos químicos que están en un mismo grupo comparten características: siguen un patrón de acuerdo con el número y orden de las partículas subatómicas que los componen, por lo que tienen propiedades periódicas. La primera propiedad por estudiar es el radio atómico, el cual representa la distancia media entre dos átomos iguales unidos. Su representación considera una forma esférica de los átomos, como se muestra en la imagen de la derecha.

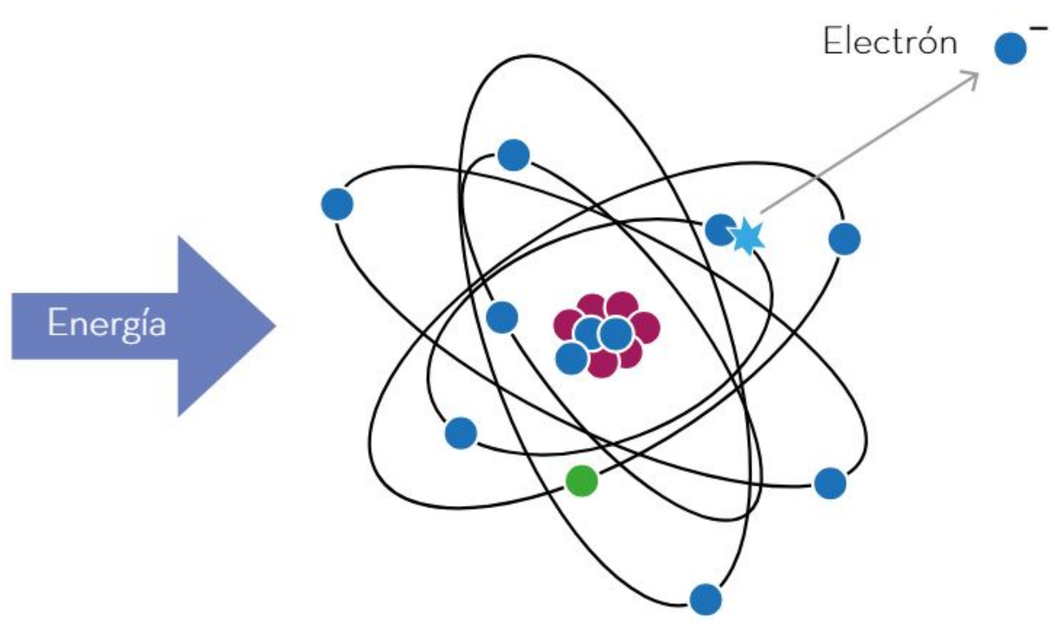


Los elementos se han acomodado en la tabla periódica según el número de protones presentes en ellos; en un átomo neutro (igual número de cargas positivas que negativas), el número de protones es el mismo que el de los electrones presentes. Los electrones son partículas que orbitan el núcleo del átomo, por lo tanto, a mayor número de electrones, mayor tamaño del átomo. Las filas que componen la tabla periódica (agrupaciones de manera horizontal) se conocen como *periodos*: al aumentar el número del periodo, aumenta el de electrones que orbitan y, por ende, aumenta el tamaño del átomo. A esto se le conoce como *periodicidad*, es decir, el aumento o disminución de una propiedad en función del periodo o fila al que pertenece el átomo en cuestión. En la siguiente imagen, se muestran algunos valores de radio atómico y su tamaño relativo.



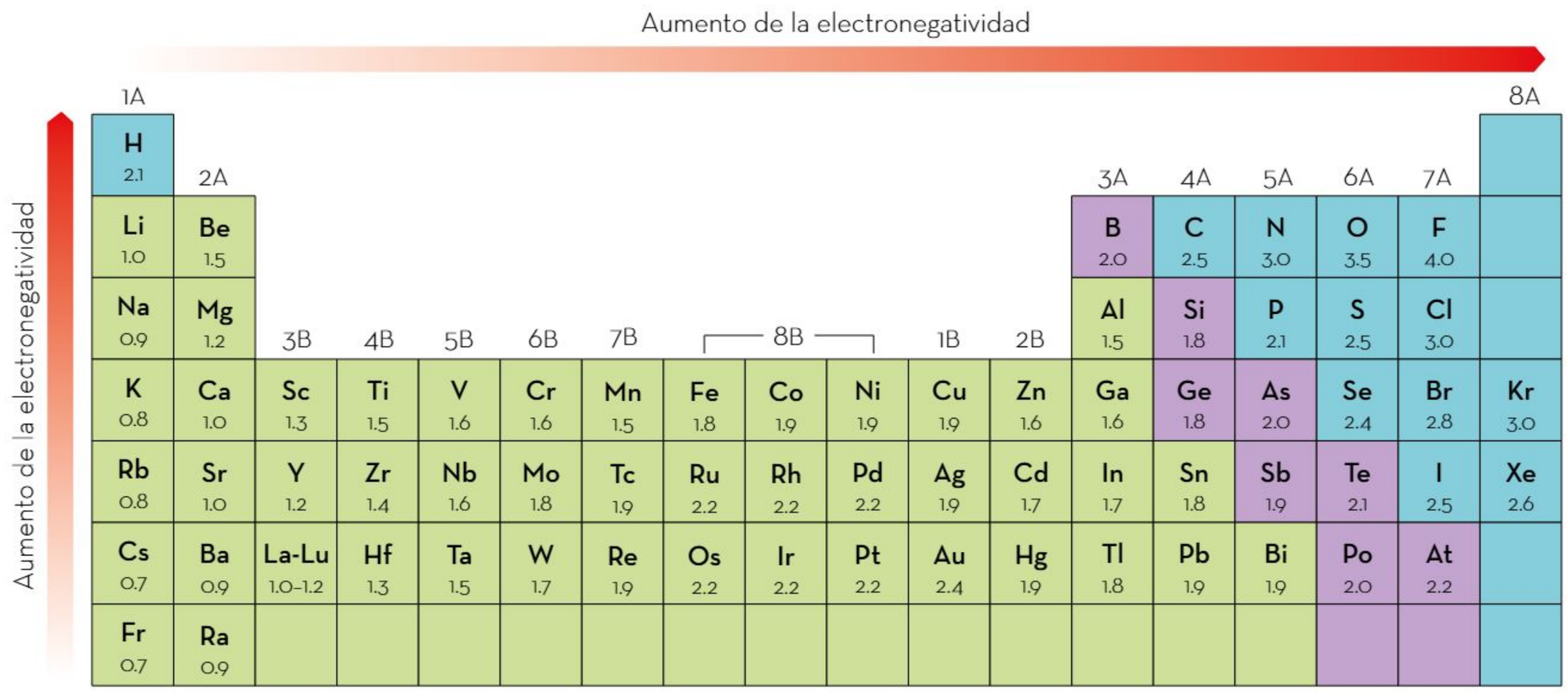
Los números de la imagen representan el valor de radio atómico, el cual se expresa en Ángstroms (Å). Se aprecia la tendencia de incremento del tamaño cuando en una misma familia el periodo aumenta.

Otra propiedad que tiene una tendencia periódica es la energía de ionización, la cual se define como la energía que se necesita para separar un electrón de un átomo en estado gaseoso. Su representación se muestra en la siguiente imagen:



La energía de ionización se mide en electronvoltios (eV) e indica qué tan fácil o difícil es separar los electrones de un átomo. Al aumentar el número atómico en una misma familia, es decir, si aumenta el periodo, se incrementa la cantidad de electrones que orbitan el núcleo y, por lo tanto, los últimos electrones se encuentran más alejados y es más fácil desprenderlos; por esta razón la energía de ionización disminuye al aumentar el periodo.

Finalmente, la *electronegatividad* es el parámetro que se define como la capacidad de un átomo de atraer los electrones de otro átomo. En la tabla periódica, los átomos con mayor valor de electronegatividad se localizan a la derecha, mientras que los menos electronegativos, a la izquierda. También se puede asociar de forma general que los metales tienen las menores electronegatividades y los no metales, las mayores, como se muestra en la siguiente tabla periódica:



Las propiedades químicas de los elementos son reflejo de la estructura electrónica en los átomos y algunas de las más importantes son el radio atómico, la energía de ionización y la electronegatividad. Estas propiedades presentan una tendencia a disminuir o aumentar en función del periodo o la familia en la que se ubica el elemento, a esto se le conoce como *periodicidad*. Conocer dichas propiedades es útil para predecir el comportamiento que tiene un elemento con base en otro similar.

A partir de su estructura química, los elementos se organizan con base en su número y masa atómicos, cuyos valores son específicos para cada uno. Una vez organizados, los elementos se agrupan en familias debido a que comparten varias propiedades. Conocer estas características o propiedades permite predecir la reactividad química de los elementos. Las principales propiedades periódicas son el radio atómico, el cual aumenta al incrementar el periodo y disminuye a la derecha de un mismo periodo; la electronegatividad, la cual aumenta a la derecha de cada periodo y al disminuir el número atómico en una misma familia, y, finalmente, la fuerza de ionización, que aumenta a la derecha en un mismo periodo y disminuye al incrementarse el número atómico en una misma familia o grupo.

Propiedades extensivas e intensivas de la materia

La materia está en todo lo que existe: en objetos grandes como un planeta o pequeños como una moneda. Se encuentra en cosas visibles como los árboles o invisibles como el aire, en materiales sencillos como los que forman un clavo o complejos como los que forman un edificio; incluso en seres vivos como una planta o el ser humano, entre otros ejemplos. Conocer las propiedades y características de la materia permite desarrollar nuevos materiales, alimentos, objetos y aparatos diversos, lo que facilita satisfacer las necesidades humanas en ámbitos como la salud, la alimentación, la tecnología, el transporte y las comunicaciones, entre otros. A continuación, se aborda la clasificación de la materia, sus propiedades y la formas en que éstas se registran.

Clasificación de la materia

Debido a que la materia se encuentra en diversidad de formas, es indispensable conocer cómo se clasifica. De esta manera, será más sencillo identificar los diferentes tipos de materia y, con ello, reconocer sus propiedades y posibles usos.

La *materia* se define como todo lo que ocupa un lugar en el espacio y tiene masa. A su vez, la *masa* es una magnitud que expresa la cantidad de materia en un cuerpo. Esto significa que todas las cosas que rodean a los seres humanos son materia: árboles, animales, casas, automóviles y aire, por ejemplo.

Las sustancias que forman la materia se clasifican en elementos y compuestos. Un elemento es una sustancia pura que no puede descomponerse en algo más simple y tiene un solo tipo de átomos, por ejemplo, el sodio, el litio, el cobre, el hierro y la plata. Por su parte, un compuesto es una sustancia formada por dos o más tipos de átomos. Algunos ejemplos de compuestos son el cloruro de sodio, el agua y el azúcar.

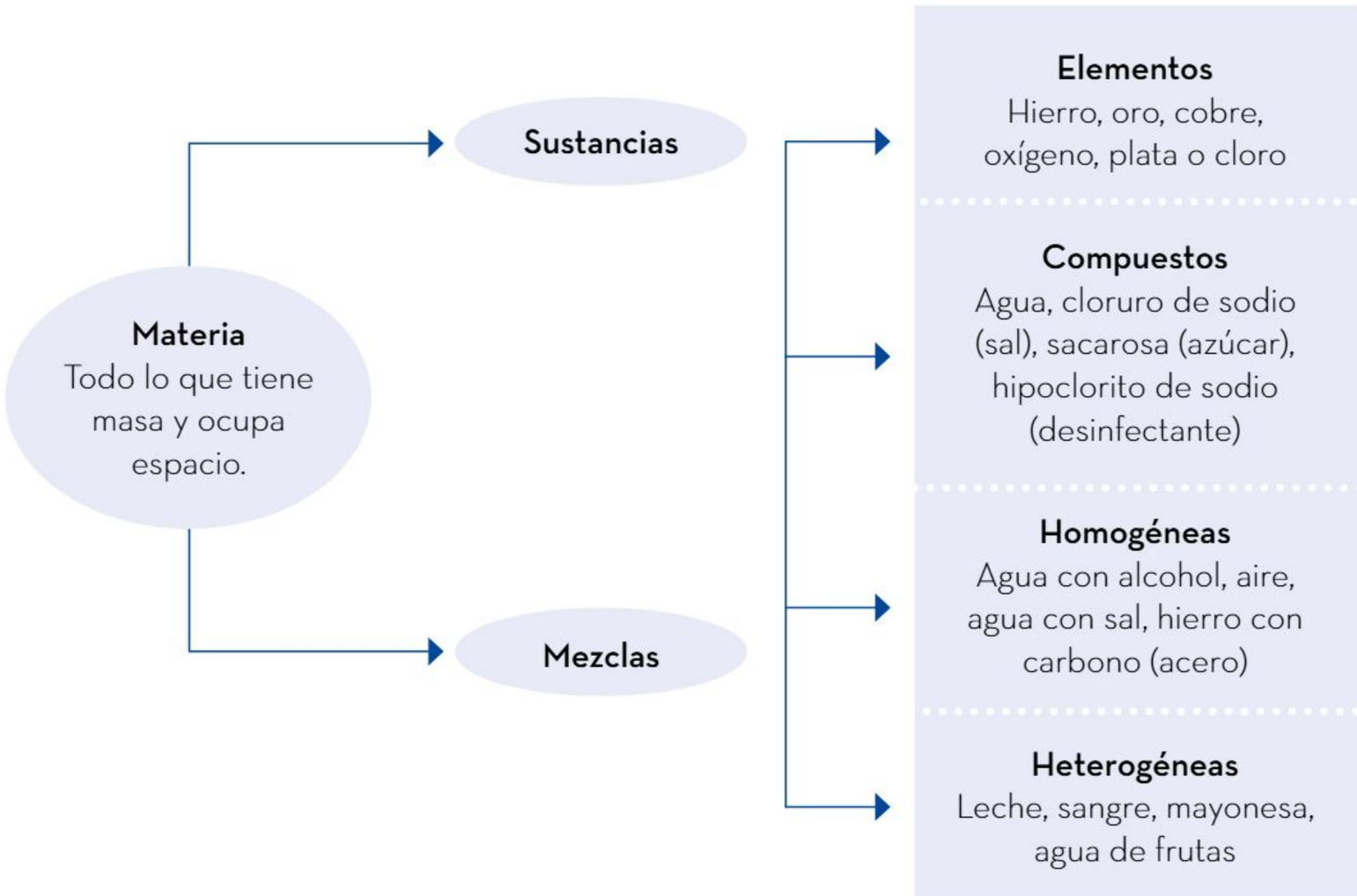
El cloruro de sodio (NaCl) está formado por átomos de cloro (Cl) y sodio (Na). La molécula de agua (H_2O) contiene un átomo de oxígeno (O) y dos de hidrógeno (H), y la de sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$), que es un tipo de azúcar, tiene tres clases de átomos: carbono (C), hidrógeno (H) y oxígeno (O).

Cloro Sodio Cloruro de sodio

Una mezcla es la combinación de dos o más sustancias, en la cual cada una conserva su composición y sus propiedades químicas, por ejemplo, la mezcla de agua con arena, agua con alcohol o arena con limadura de hierro. En todos los casos las sustancias mezcladas conservan sus propiedades químicas a pesar de que estén juntas. Hay dos tipos de mezclas: homogéneas y heterogéneas.

En una mezcla homogénea los componentes no se distinguen a simple vista. Algunos ejemplos son el aire, que es una mezcla de gases, principalmente nitrógeno y oxígeno, el agua con sal y el bronce, que es una mezcla de dos metales: estaño y cobre.

En una mezcla heterogénea se pueden distinguir los componentes, por ejemplo, una ensalada. No obstante, hay algunas cuyos componentes no se distinguen a simple vista y se confunden con mezclas homogéneas: la sangre o la leche, por ejemplo.



En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de compuestos:

Compuestos	Representación
Agua Su fórmula es H_2O y está formada por los elementos hidrógeno y oxígeno.	
Bicarbonato de sodio Su fórmula es $NaHCO_3$ y se utiliza en las industrias farmacéutica, alimentaria y de limpieza.	
Sacarosa Se compone de los siguientes elementos: carbono, hidrógeno y oxígeno; su fórmula es $C_{12}H_{22}O_{11}$.	

En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de mezclas:

Mezclas	Representación
Leche Es una mezcla heterogénea formada por agua, proteínas y grasas, principalmente.	
Medalla de bronce Es una mezcla homogénea de dos metales, también llamada *aleación*, formada por los elementos cobre y estaño.	
Sangre Mezcla heterogénea que contiene agua, sales, azúcares, proteínas y células.	

> Todo lo que existe está formado por materia, la cual se clasifica, según su composición química, en elementos y compuestos, así como en mezclas homogéneas y heterogéneas. Éstas incluyen, por ejemplo, productos alimenticios, de limpieza o sustancias con las cuales se elabora todo tipo de artículos.

Propiedades extensivas e intensivas

Para clasificar la materia es necesario conocer sus propiedades. Estas propiedades, cuando son medibles, reciben el nombre de *magnitudes*. En el Sistema Internacional de Unidades (SI), las magnitudes fundamentales son independientes entre sí, es decir, se determinan sin recurrir a otra diferente y no se derivan de ninguna más. Aquellas propiedades que cambian en función de la extensión del objeto (como la masa, la longitud y la cantidad de sustancia, así como todas las magnitudes derivadas de ellas) se denominan *extensivas* porque dependen de la extensión o cantidad del objeto.

Las propiedades de la materia se clasifican en extensivas e intensivas en función de la cantidad de materia presente o de sus características. Las propiedades intensivas son aquellas que se refieren a las características físicas o químicas de la materia, como la temperatura de ebullición y de fusión, la solubilidad, la densidad, la viscosidad y la dureza. Estas propiedades no cambian a pesar de que se modifique la cantidad de materia. Por ejemplo, el punto de ebullición del agua es de 100 °C a nivel del mar. Si se calientan dos recipientes, uno con 1 l de agua y otro con 10 l, en ambos casos la ebullición ocurrirá a una temperatura de 100 °C, sin importar que tengan distintas cantidades de líquido. Otro ejemplo es la densidad de los materiales, como el metal con el que están hechas algunas monedas. Si se compara la densidad de una sola moneda de oro con la de 50 monedas del mismo metal, se obtendrá una densidad igual, es decir, 19.3 g/cm^3 en ambos casos.

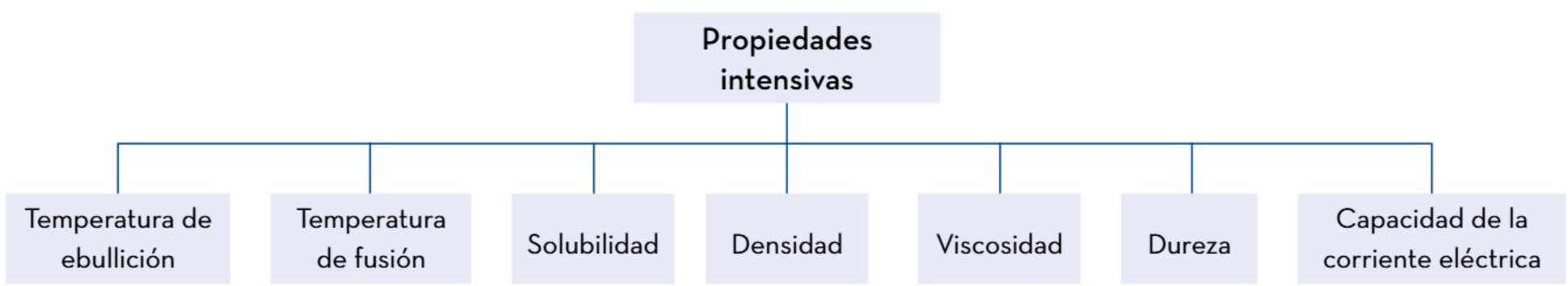
Las propiedades intensivas cambian dependiendo de la sustancia o de la mezcla, como la dureza del acero respecto de la concentración de carbono en la mezcla con hierro. La dureza es una propiedad intensiva porque no depende de cuánto acero se utilice para medirla.

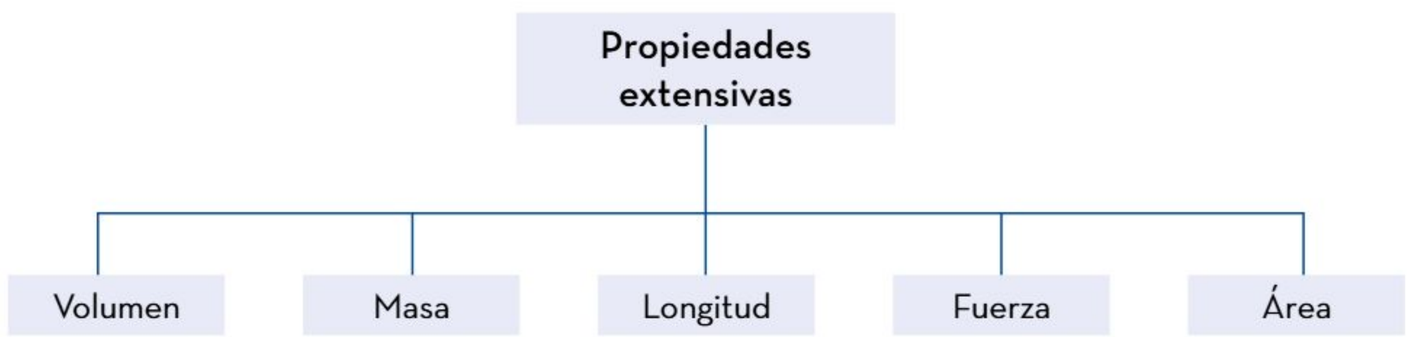
Las propiedades extensivas, por su parte, son aquellas que dependen de la cantidad de materia presente en un cuerpo, como la masa o el volumen. Por ejemplo, si a un vaso con agua se le añade más líquido, aumentan la masa y su volumen, pero si se le quita agua, entonces disminuyen.

Las propiedades extensivas también se pueden determinar con magnitudes derivadas como el volumen. El volumen de un objeto, por ejemplo, de un cubo de madera, se determina midiendo su largo, su ancho y su altura, y se multiplican las tres longitudes.

$$\text{Volumen} = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$

Entre mayor o menor sea alguna de las longitudes, la extensión del objeto cambiará y, con ello, su volumen. Por eso se clasifica al volumen como una propiedad extensiva.





La densidad es la razón de la masa de un objeto y su volumen. Debido a que tanto la masa como el volumen dependen de la extensión del objeto, su razón será constante, lo que significa que es una propiedad intensiva. Por ejemplo, si se tienen tres recipientes llenos con agua (un vaso, una jarra y un garrafón), la masa de agua que pueden contener, así como el volumen de cada uno, será diferente. Aunque sus masas y volúmenes son distintos, la densidad del agua en los tres recipientes es exactamente la misma cuando se calcula la división de la masa del agua contenida en cada recipiente entre el volumen. El valor siempre será de 1 g/cm^3.

Las propiedades de la materia se clasifican en extensivas, es decir, que dependen de la cantidad de materia de un cuerpo o su extensión, y en intensivas, aquellas que no cambian si su longitud, cantidad de sustancia o masa cambian. La longitud y la masa son propiedades extensivas y pertenecen a las siete magnitudes fundamentales.

La clasificación de las propiedades de la materia permite:

Identificar sustancias y mezclas mediante sus propiedades intensivas, ya que así basta con una pequeña muestra para determinar sus propiedades, como el punto de fusión o la densidad.

Elegir materiales para usos específicos según su densidad, dureza, flexibilidad, conductividad eléctrica o color.

La clasificación de la materia se hace con base en sus características físicas y químicas. Dichas características ayudan a identificar elementos y compuestos al tomar en cuenta la naturaleza de sus componentes.

Las propiedades cualitativas de la materia son aquellas que no se pueden medir, mientras que las cuantitativas sí. El valor obtenido de la medición ayuda a conocer las propiedades extensivas, ya que éstas dependen de la cantidad de materia y del tamaño del objeto.

Las propiedades intensivas no cambian su valor, independientemente de la cantidad de materia y su extensión.

Reacción química

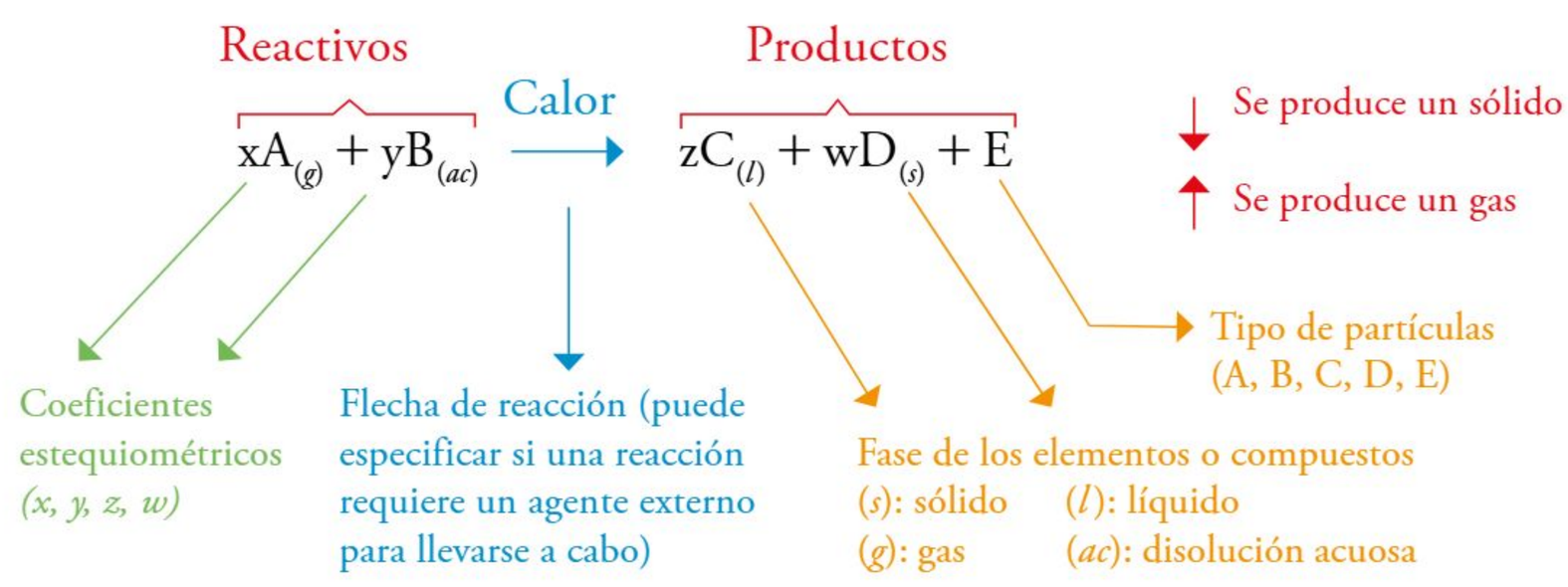
En el entorno, todo el tiempo suceden reacciones químicas, por ejemplo, la maduración de una manzana o de un plátano, la respiración, el proceso de digestión después de haber ingerido algún alimento, la combustión del gas y la transformación de algunos alimentos, como sucede durante la cocción de la carne.

Reacciones químicas y su clasificación

Las reacciones químicas son procesos que ocurren en todo momento. Existen reacciones de diferentes tipos según el reactivo y el producto que se genere.

Una reacción química es aquel proceso en el cual uno o más elementos o compuestos, llamados *reactivos*, presentan un reacomodo atómico para dar origen a uno o más compuestos o elementos conocidos como *productos*. Las características químicas de los productos difieren de las de los reactivos.

Para representar una reacción química se usan expresiones que muestran el proceso. Una ecuación química consta de algunos elementos importantes que sirven para caracterizar la reacción, ya sea cualitativa o cuantitativamente. Los elementos de una ecuación química se muestran a continuación:



Los coeficientes estequiométricos representan la cantidad de partículas que van a reaccionar de cada sustancia.

Las reacciones químicas se clasifican con base en el tipo de arreglos que experimentan los reactivos para transformarse en productos.

Reacciones de síntesis

Son aquellas en las que se combinan dos o más sustancias para formar un solo producto y pueden dividirse en tres tipos:

1. La combinación de dos elementos para formar un compuesto.

$$\text{Elemento} + \text{Elemento} \longrightarrow \text{Compuesto}$$

Ejemplos:

Metal + no metal	$2Na_{(s)} + Cl_{2(g)} \longrightarrow 2NaCl_{(s)}$
	$Mg_{(s)} + F_{2(g)} \longrightarrow MgF_{2(s)}$
No metal + no metal	$P_{4(s)} + 6Cl_{2(g)} \longrightarrow 4PCl_{3(l)}$
	$P_{4(s)} + 10Cl_{2(g)} \longrightarrow 4PCl_{5(s)}$

2. La combinación de un elemento y un compuesto para formar un solo compuesto:

Elemento + Compuesto ⟶ Compuesto

Ejemplos:

$$SF_{4(g)} + F_{2(g)} \longrightarrow SF_{6(g)}$$

$$PCl_{3(l)} + Cl_{2(g)} \longrightarrow PCl_{5(s)}$$

3. La combinación de dos compuestos para formar un compuesto nuevo:

Compuesto + Compuesto ⟶ Compuesto

Ejemplos:

$$CaO_{(s)} + CO_{2(g)} \longrightarrow CaCO_{3(s)}$$

$$CaO_{(s)} + H_2O_{(l)} \longrightarrow Ca(OH)_{2(ac)}$$

$$SO_{3(s)} + H_2SO_{4(l)} \longrightarrow H_2S_2O_{7(l)}$$

$$H_2S_2O_{7(l)} + H_2O_{(l)} \longrightarrow 2H_2SO_{4(l)}$$

Reacciones de descomposición

En ellas un compuesto se separa en dos o más sustancias.

Pueden dividirse en los siguientes tres tipos:

1. Se producen dos elementos:

Compuesto ⟶ Elemento + Elemento

Contrario al caso 1 de las reacciones de síntesis, aquí un compuesto genera elementos en su estado natural.

Ejemplos:

$$2H_2O_{(l)} \xrightarrow{\text{Electricidad}} 2H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

$$2HgO_{(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} 2H_{g(l)} + O_{2(g)}$$

2. Se producen uno o más elementos y uno o más compuestos.

Compuesto ⟶ Elemento + Compuesto

Ejemplos:

$$2KClO_{3(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} 2KCl_{(s)} + 3O_{2(g)}$$

$$2NaNO_{3(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} 2NaNO_{2(s)} + O_{2(g)}$$

$$2H_2O_{2(l)} \xrightarrow{\text{Calor}} 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$$

3. Se producen dos o más compuestos:

Compuesto ⟶ Compuesto + Compuesto

Ejemplos:

$$CaCO_{3(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} CaO_{(s)} + CO_{2(g)}$$

$$Mg(OH)_{2(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} MgO_{(s)} + H_2O_{(g)}$$

$$(NH_4)_2SO_{3(s)} \xrightarrow{\text{Calor}} H_2SO_{4(l)} + 2NH_{3(g)}$$

Reacciones de desplazamiento

Son aquellas en las que un elemento sustituye a otro en un compuesto químico. Para que pueda ocurrir el desplazamiento, el elemento que desplaza a otro debe ser más afín que el que pasó a la parte libre del compuesto, es decir, que sea más estable que el elemento desplazado.

Ejemplos:

$$Zn_{(s)} + CuSO_{4(ac)} \longrightarrow Cu_{(s)} + ZnSO_{4(ac)}$$

$$Zn_{(s)} + H_2SO_{4(ac)} \longrightarrow ZnSO_{4(ac)} + H_{2(g)}$$

$$Ca_{(s)} + 2H_2O_{(l)} \longrightarrow Ca(OH)_{2(ac)} + H_{2(g)}$$

$$Cl_{2(g)} + 2NaBr_{(ac)} \longrightarrow Br_{2(l)} + 2NaCl_{(ac)}$$

$$Br_{2(l)} + 2NaCl_{(ac)} \longrightarrow Cl_{2(s)} + 2NaBr_{(ac)}$$

Reacciones de metátesis o sustitución doble

Involucran dos compuestos que generalmente están en disolución acuosa. En éstas, existe un intercambio entre los elementos de dos compuestos, de tal forma que un elemento de un primer compuesto se combina con otro elemento de un segundo compuesto.
Ejemplos:

$$HCl_{(ac)} + NaOH_{(ac)} \longrightarrow NaCl_{(ac)} + H_2O_{(l)}$$

$$2HI_{(ac)} + Ca(OH)_{2(ac)} \longrightarrow CaI_{2(ac)} + 2H_2O_{(l)}$$

$$CH_3COOH_{(ac)} + KOH_{(ac)} \longrightarrow KCH_3COO_{(ac)} + H_2O_{(l)}$$

$$2HCl_{(ac)} + Ba(OH)_{2(ac)} \longrightarrow BaCl_{2(ac)} + 2H_2O_{(l)}$$

$$Pb(NO_3)_{2(ac)} + K_2CrO_{4(ac)} \longrightarrow PbCrO_{4(s)} + 2KNO_{3(s)}$$

$$CaCl_{2(ac)} + Na_2CO_{3(ac)} \longrightarrow CaCO_{3(s)} + 2NaCl_{(ac)}$$

$$3CaCl_{2(ac)} + 2K_3PO_{4(ac)} \longrightarrow Ca_3(PO_4)_{2(s)} + 6KCl_{(ac)}$$

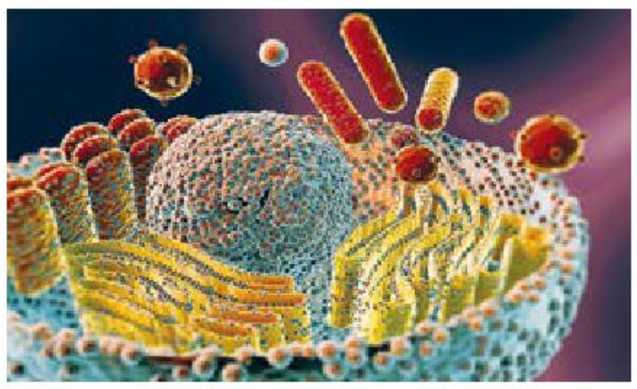
Existen distintos tipos de reacciones que se clasifican a partir de los reactivos y productos que participan en ellas: de síntesis, de descomposición, de sustitución simple y de sustitución doble.

Reacciones químicas en el entorno

En el ambiente se lleva a cabo una gran cantidad de reacciones químicas relacionadas con los ciclos naturales de los elementos y compuestos químicos. Algunas de estas reacciones suceden en los seres vivos, otras en el entorno e incluso en la interacción entre organismos y ambiente.

En la siguiente tabla se muestran algunas de las reacciones más comunes que existen y su descripción.

Reacción	Ejemplo
$CH_{4(g)} + 2O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$ La combustión es un ejemplo de reacción de sustitución simple en la que un combustible como el gas metano (CH_4) reacciona con oxígeno para generar dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O), además de energía en forma de calor.	
$2H_2O_{2(l)} \longrightarrow 2H_2O_{(l)} + O_{2(g)}$ El peróxido de hidrógeno o agua oxigenada (H_2O_2), que se usa como agente desinfectante o limpiador, se descompone en agua y oxígeno con el paso del tiempo, sobre todo en presencia de calor.	

Reacción	Ejemplo
$CaCO_{3(s)} + H_2SO_{4(ac)} \longrightarrow CaSO_{4(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$ La lluvia ácida se forma cuando algunos gases se combinan con el agua del aire formando principalmente ácido sulfúrico (H_2SO_4); entonces, el ácido cae con la lluvia y afecta construcciones hechas a base de rocas como el carbonato de calcio ($CaCO_3$), ya que las desgasta poco a poco.	
$CH_3COOH_{(ac)} + NaHCO_{3(s)} \longrightarrow NaCH_3COO_{(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$ Uno de los remedios más conocidos para la limpieza consiste en mezclar bicarbonato de sodio ($NaHCO_3$) con vinagre, que contiene ácido acético (CH_3COOH), y a veces con jugo de limón (ácido cítrico), sobre todo cuando se trata de quitar manchas de la ropa.	
$CaCO_{3(s)} + 2HCl_{(ac)} \longrightarrow CaCl_{2(ac)} + CO_{2(g)} + H_2O_{(l)}$ En el estómago hay ácido clorhídrico (HCl) que puede ocasionar un malestar conocido como *acidez estomacal*, el cual puede disminuir al consumir tabletas antiácidas de carbonato de calcio ($CaCO_3$) para neutralizar el exceso de ácido.	
$C_6H_{12}O_{6(ac)} + 6O_{2(g)} \longrightarrow 6CO_{2(g)} + 6H_2O_{(g)}$ La respiración celular es un proceso por medio del cual se produce energía cuando la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) reacciona con oxígeno.	

Las reacciones químicas se encuentran prácticamente en cualquier lado, ya sea de forma perceptible, como la quema de combustibles, o imperceptible, como todas las reacciones que ocurren dentro del cuerpo. Las reacciones químicas ocurren por la interacción de las sustancias y son necesarias en una gran cantidad de procesos naturales.

Las reacciones químicas son procesos que ocurren en todo momento en el entorno. Existen diferentes tipos que dependen de las interacciones entre los componentes de una mezcla. Reconocer las reacciones que hay en el entorno permite aprovecharlas de acuerdo con sus características ya que pueden ser de síntesis, de descomposición, de desplazamiento y de sustitución doble.

Reacciones ácido-base

Los ácidos y las bases tienen propiedades características. Los ácidos tienen un sabor agrio como las frutas cítricas (ácido proviene de la palabra latina *acidus* que significa “agrio” o “acre”) y hacen que ciertas tinturas cambien de color; el papel tornasol cambia a rojo en contacto con estas sustancias. En cambio, las bases tienen un sabor amargo y son resbalosas al tacto; un buen ejemplo son los jabones. Por ello, es importante conocer el concepto de reacción ácido-base, así como algunos ejemplos de este tipo de reacciones.

Una característica interesante de la mezcla de un ácido con una base es que, en ciertas proporciones, sus principales características desaparecen por completo.

Modelo de Arrhenius

De acuerdo con la definición de Svante Arrhenius (1859-1927), un ácido y una base son sustancias que en disolución acuosa generan iones H^+ y OH^-, respectivamente. Cuando un ácido en disolución se encuentra con una base, los iones H^+ y OH^- reaccionan para formar H_2O, a esto se le conoce como *reacción de neutralización* y tiene aplicaciones industriales y biológicas que son benéficas en el día a día.

La disociación de un ácido o una base consiste en la separación de los iones que lo componen cuando entran en contacto con moléculas de agua. Esto ocasiona que en los ácidos se separen iones hidrógenos con carga positiva (H^+), también llamados *cationes*, y el resto del compuesto pierde electrones, lo cual ocasiona que se formen iones con carga negativa, conocidos como *aniones*. Por otro lado, en las bases se separan el hidrógeno y el oxígeno con carga negativa formando el anión hidróxido (OH^-) y el resto del compuesto con carga positiva.

Un ácido muy común es el muriático, el cual se utiliza en la limpieza del hogar y está constituido por ácido clorhídrico (HCl) y agua (H_2O). Según Arrhenius, cuando el HCl se mezcla con el H_2O se separa el hidrógeno con carga positiva (H^+) del cloro, que presenta carga negativa (Cl^-).

El hidróxido de sodio (NaOH) o sosa cáustica es una base ampliamente usada en la limpieza de estufas, por ejemplo. Al igual que el ácido clorhídrico, el hidróxido de sodio al mezclarse con agua se separa o disocia en el anión hidróxido (OH^-) con carga negativa y el resto del compuesto, el sodio, tiene carga positiva: el catión Na^+. La cantidad de iones H^+ y OH^- generados al disociarse el ácido o la base es la que define el pH (potencial de iones hidrógeno) que tiene la disolución resultante. Hay que recordar que un pH menor a 7 es una característica de los ácidos; uno mayor a 7, de las bases, y un pH igual a 7 caracteriza a las sustancias neutras. Otros ejemplos de disociaciones de ácidos y bases en disolución se muestran en la siguiente tabla:

Sustancia	Separación cuando están disociados en agua
HI Ácido yodhídrico	$HI \longrightarrow H^+ + I^-$
HBr Ácido bromhídrico	$HBr \longrightarrow H^+ + Br^-$
HNO_3 Ácido nítrico	$HNO_3 \longrightarrow H^+ + NO^{3-}$
$HClO_4$ Ácido perclórico	$HClO_4 \longrightarrow H^+ + ClO^{4-}$
H_2SO_4 Ácido sulfúrico	$H_2SO_4 \longrightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$
H_2CO_3 Ácido carbónico	$H_2CO_3 \longrightarrow H^+ + HCO_3^-$

H_3PO_4 Ácido fosfórico	$H_3PO_4 \longrightarrow 3H^+ + PO_4^{3-}$
KOH Hidróxido de potasio	$KOH \longrightarrow K^+ + OH^-$
LiOH Hidróxido de litio	$LiOH \longrightarrow Li^+ + OH^-$
$Ca(OH)_2$ Hidróxido de calcio	$Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$

El modelo de Arrhenius para definir ácidos y bases es uno de los más utilizados en la actualidad, ya que permite entender cómo se comportan los ácidos y las bases cuando están en disolución acuosa, así como establecer de manera sencilla sus reacciones químicas.

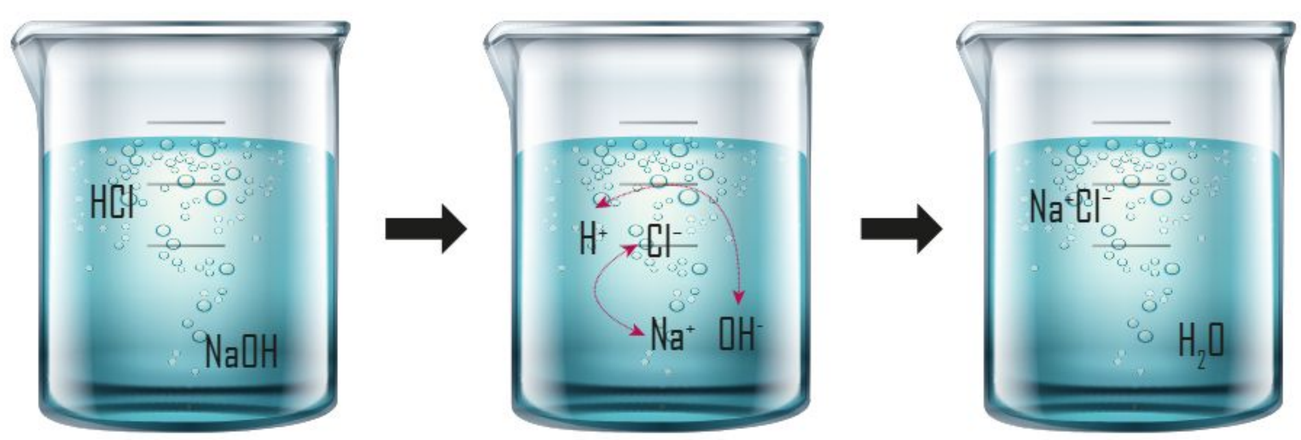
Reacciones ácido-base de acuerdo con el modelo de Arrhenius

Una vez que se caracterizaron las propiedades de los ácidos y las bases, es necesario conocer cómo interactúan entre sí en las reacciones químicas.

Cuando se colocan en una disolución acuosa, los ácidos y las bases generan cationes y aniones ya que se disocian o separan; sin embargo, si en una misma disolución se mezclan al mismo tiempo un ácido y una base, ocurre una reacción química. Esto se debe a que los cationes del ácido (H^+) son afines a los aniones de la base (OH^-). Lo anterior se representa mediante la reacción química:

$$H^+Cl^- + Na^+OH^- \longrightarrow Na^+Cl^- + H_2O$$

En esta reacción, se mezcla el ácido clorhídrico (HCl) con hidróxido de sodio (NaOH) para producir cloruro de sodio (NaCl) y agua (H_2O). Lo que ocurre al interior de la mezcla se describe en la siguiente imagen:



En la imagen anterior se aprecia cómo se separan en iones tanto el ácido (HCl) como la base (NaOH) y que existe una atracción fuerte entre los iones positivos y negativos de ambas sustancias (hay que recordar que cargas contrarias se atraen), por lo que los iones H^+ del ácido se juntan con los iones OH^- de la base para formar un nuevo compuesto químico, en este caso, agua (H_2O), mientras que los iones de Cl^- del ácido se juntan con los iones de Na^+ de la base para formar otro compuesto químico, cloruro de sodio (NaCl), mejor conocido como *sal común* o *sal de mesa*.

Las reacciones ácido-base también se clasifican como reacciones de sustitución doble, lo cual significa que los iones de ambos compuestos se intercambian para formar dos nuevos compuestos. Algunos ejemplos de reacciones ácido-base se muestran en la siguiente tabla:

Mezcla	Reacción química
HBr + KOH Ácido más hidróxido bromhídrico de potasio	$H^+Br^- + K^+OH^- \longrightarrow K^+Br^- + H_2O$
HNO_3 + LiOH Ácido nítrico más hidróxido de litio	$H^+NO_3^- + Li^+OH^- \longrightarrow Li^+NO_3^- + H_2O$
$H_2SO_4 + Ca(OH)_2$ Ácido sulfúrico más hidróxido de calcio	$H_2^+SO_4^- + Ca^+(OH)_2^- \longrightarrow Ca^+SO_4^- + 2H_2O$
H_2CO_3 + NaOH Ácido carbónico más hidróxido de sodio	$H_2^+CO_3^- + 2Na^+OH^- \longrightarrow Na_2^+CO_3^- + 2H_2O$
$H_3PO_4 + Ca(OH)_2$ Ácido fosfórico más hidróxido de calcio	$2H_3^+PO_4^- + 3Ca^+(OH)_2^- \longrightarrow Ca_3^+(PO_4)_2^- + 6H_2O$

Las reacciones ácido-base se caracterizan por el intercambio de iones entre el ácido y la base que se mezclan, y dan origen a dos nuevos productos: sales y agua. Es importante entender cómo funcionan estas reacciones para aprovechar sus beneficios; por ejemplo, en el alivio de la acidez estomacal al consumir una base.

Existen muchos modelos para definir los ácidos y las bases; sin embargo, uno de los más sencillos y efectivos es el de Arrhenius, donde no sólo se plantea el comportamiento de los ácidos y las bases cuando se encuentran disueltos en agua, sino que ejemplifica perfectamente su reactividad química.

Reacciones de neutralización

Las reacciones ácido-base son muy comunes en la vida diaria; por ejemplo, cuando una persona tiene acidez estomacal es habitual que consuma compuestos básicos para disminuirla, como leche de magnesia ($Mg(OH)_2$) o tabletas efervescentes que contienen bicarbonato de calcio ($NaHCO_3$), entre otros componentes. Éstos son algunos de los usos de las reacciones entre ácidos y bases, conocidas como *reacciones de neutralización*.

Aplicaciones de las reacciones ácido-base

Las reacciones ácido-base ocurren al combinar estos reactivos para formar sales y agua. A continuación, se muestran diversas aplicaciones de estas reacciones de neutralización en la vida cotidiana.

Si bien en los laboratorios de química se pueden reproducir muchas reacciones que involucren ácidos y bases, de la misma manera, es posible encontrar situaciones comunes en las que se usan productos hechos gracias a estas reacciones.

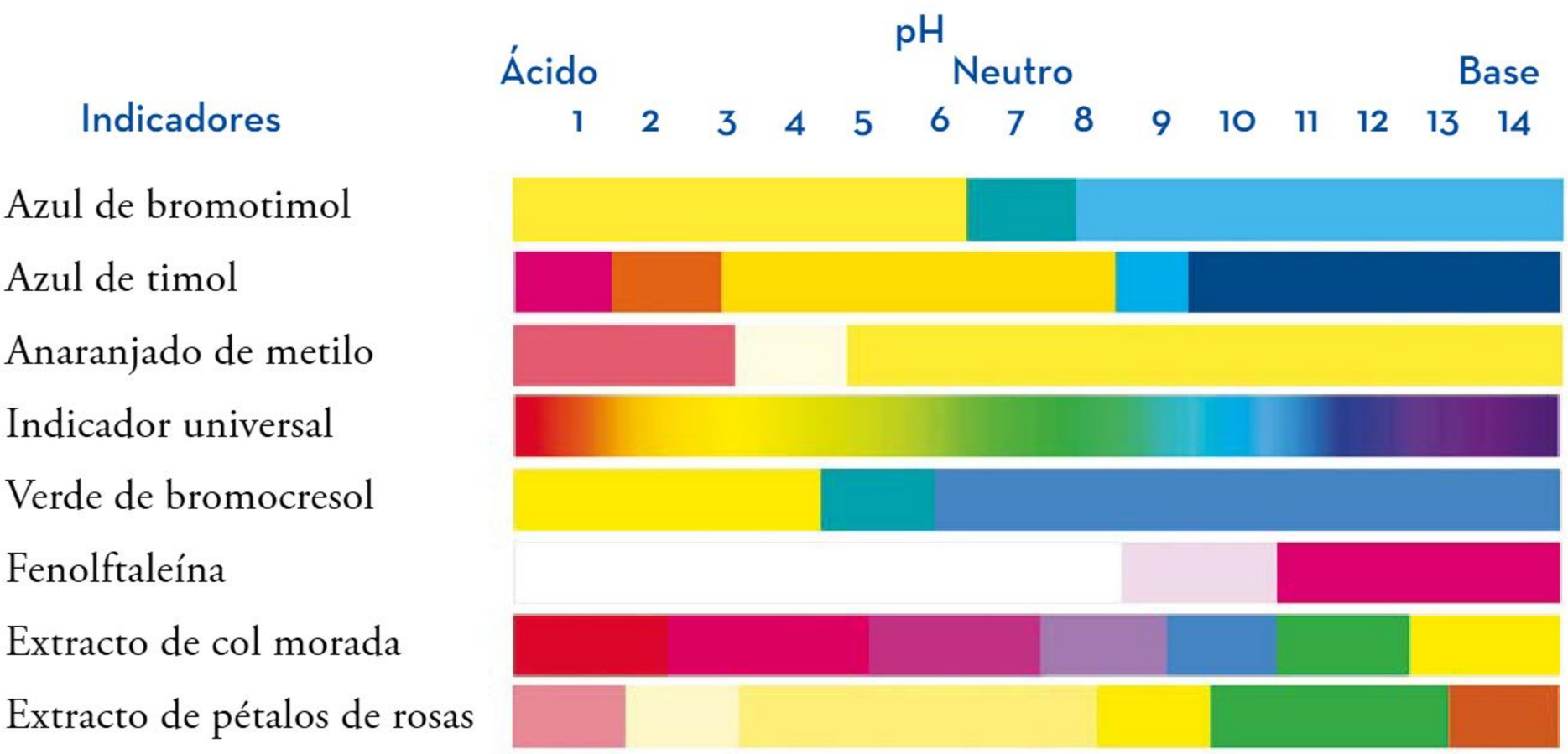
Ácidos o bases y sus reacciones	Usos	Imagen
NaOH y KOH Hidróxido de sodio e hidróxido de potasio (bases)	Se usan en un tipo de reacción llamada *saponificación*, con la cual se producen jabones a partir de la base y un tipo de grasa animal o vegetal.	
H_2SO_4 Ácido sulfúrico (ácido)	Se utiliza en las baterías de los automóviles para generar energía eléctrica.	
$CaCO_3$ Carbonato de calcio (base)	Las tabletas que contienen este compuesto se usan para disminuir la acidez estomacal al neutralizar el exceso de ácido con la base que es el carbonato.	
$C_9H_8O_4$ Ácido acetilsalicílico (ácido)	Se utiliza para generar reacciones que propicien la disminución del dolor y la fiebre.	
$C_6H_8O_7$ Ácido cítrico (ácido)	Tiene múltiples usos, como conservador de alimentos, saborizante, antioxidante, antimicrobiano.	

Ácidos o bases y sus reacciones	Usos	Imagen
HCl Ácido clorhídrico conocido comercialmente como ácido muriático (ácido)	Se utiliza para limpiar superficies de baños, azulejos o cerámicos, ya que es muy corrosivo y elimina varios tipos de manchas. Su uso en el hogar es peligroso.	
CH_3COOH Ácido acético que se encuentra en el vinagre (ácido)	Se usa en la preparación de alimentos y como conservador en alimentos encurtidos.	
$C_6H_8O_6$ Ácido ascórbico (ácido)	El ácido ascórbico es el nombre de la vitamina C, que es antioxidante.	
H_3BO_3 Ácido bórico (ácido)	Se utiliza principalmente como insecticida, sobre todo para cucarachas.	
NH_3 Amoniaco (base)	Se encuentra en diversos productos de limpieza para pisos y superficies.	
$C_8H_{10}N_4O_2$ Cafeína (base)	Es una base que funciona como estimulante del sistema nervioso y se encuentra naturalmente en el café, el té, medicamentos, entre otros productos.	

El aprovechamiento de las reacciones de neutralización entre ácidos y bases permite que haya diversos productos que benefician actividades de la vida cotidiana, ya sea a nivel biológico o casero.

Otras aplicaciones más específicas de las reacciones ácido-base ocurren en los laboratorios, en donde se hacen decenas de análisis para determinar concentraciones de solutos en disoluciones o para identificar sustancias desconocidas.

Existe un método de análisis químico llamado *titulación* o *valoración*, cuyo objetivo es determinar la concentración de un ácido en una disolución a partir de su reacción con una base que funciona como indicador químico (sustancia que cambia de color cuando la neutralización se ha completado). El análisis consiste en agregar cantidades conocidas de la base (que se encuentra en la bureta) al ácido (que está en el matraz), esto ocasiona que el pH aumente poco a poco hasta que se neutralice todo el ácido y la titulación acaba cuando el indicador cambia de color. El ejemplo de la imagen de arriba finalizó cuando la disolución en el matraz cambió de incolora a rosa.



En la imagen anterior, se muestran los colores que presentan diversos indicadores cuando se ponen en contacto con disoluciones que tienen un pH diferente; por ejemplo, el verde de bromocresol es amarillo en ácidos, pero azul en bases, o la fenolftaleína es incolora en ácidos, pero rosa en bases. Las primeras seis sustancias son reactivos químicos, mientras que las últimas dos son naturales (extractos de col morada y pétalos de rosas). Existen otros indicadores que se pueden preparar de forma natural, por ejemplo, con flores de bugambilia, azálea, jacaranda y jamaica, o bien con cebolla morada y moras azules.

Los ácidos y las bases son compuestos comunes en el día a día, se suelen aprovechar las reacciones que ocurren entre ellos para solucionar problemas de salud, higiene en el hogar, transporte, entre otros. También en las investigaciones científicas se utilizan estas reacciones en procesos más específicos para determinar la cantidad de soluto en una muestra.

Neutralización de residuos en el laboratorio

Los laboratorios de química constantemente generan residuos, ya que diariamente hacen una gran cantidad de experimentos, entre ellos, los que involucran ácidos y bases o sus reacciones. Es importante conocer las medidas que se toman con los residuos químicos que ya no son de utilidad.

- Los ácidos y bases pueden ser perjudiciales para la salud si se ingieren o se tiene contacto directo con la piel u ojos, además de que pueden causar daños a la flora y fauna del ambiente. Por estas razones, cualquier laboratorio que genere residuos de este tipo debe seguir ciertas medidas de seguridad necesarias para evitar un desecho inadecuado.
- Durante el trabajo con estas sustancias es importante utilizar el equipo de protección personal adecuado, como bata de algodón, lentes, guantes, zapatos cerrados y pantalones largos.
- Dentro del laboratorio se debe portar el equipo de protección personal, tener limpia el área de trabajo, conocer el uso adecuado de los reactivos, el manejo correcto del material del laboratorio y los protocolos de seguridad (pegados a manera de cartel en una zona visible del laboratorio) en caso de algún incidente.
- Los reactivos químicos deben tener en su etiqueta los pictogramas correspondientes: tóxico, inflamable, corrosivo, oxidante, irritante, mutágeno, carcinógeno, peligro ecológico, o bien, si es un gas o un líquido corrosivo. Por ejemplo, el ácido nítrico tiene cuatro pictogramas, los cuales indican que es corrosivo, tóxico, peligroso al cuerpo, irritante y la etiqueta de oxidante.

GHS01 - Explosivo

GHS02 - Inflamable

GSH03 - Oxidante

GHS06 - Tóxico

GHS07 - Tóxico, irritante, narcótico, peligroso

GHS08 - Peligroso para el cuerpo

GSH04 - Gas presurizado

GSH05 - Corrosivo

GHS09 -Dañino para el medio ambiente

Peligro

En muchos casos, cuando se trata de residuos generados a partir de reacciones ácido-base, se busca que éstos sean neutralizados, es decir, que se forme una sal y agua, así son menos agresivos para el ambiente y para quien los manipula. También se contratan empresas que son especialistas y gestoras en el manejo de residuos peligrosos. Suelen recolectarlos en las universidades, escuelas, laboratorios e industrias diversas. Los especialistas hacen un tratamiento de residuos: neutralización y tratamiento de aguas contaminadas, reducción de sustancias químicas peligrosas a inocuas, lavado de material de laboratorio, reciclaje de productos, entre otras labores. Su objetivo es que estos desechos no lleguen al ambiente de manera perjudicial.

Deben seguirse las medidas de seguridad en cualquier laboratorio o lugar en donde se utilicen sustancias que puedan ser peligrosas. En el hogar también se debe tener precaución al manipular productos cuyo etiquetado contenga leyendas de advertencia, ya que pueden ser un riesgo para la salud.

Las reacciones ácido-base tienen múltiples aplicaciones en la vida cotidiana en productos que se usan de manera biológica o casera; para aprovechar al máximo sus propiedades, es necesario conocer sus características y cómo reaccionan.

Reacciones óxido-reducción

Las reacciones de óxido-reducción (redox) están presentes en las actividades humanas y en la naturaleza. Las hay en ambientes complejos, en los seres vivos, en los ciclos biogeoquímicos y en otros procesos naturales como la corrosión, los incendios o la fotosíntesis, incluso en los fenómenos que ocurren en la atmósfera –ya sea cerca de la superficie o en la estratósfera, como la formación del ozono (O_3)–. También se encuentran en la vida cotidiana, en cambios visibles como el color de las hojas de los árboles en otoño y cuando las hojas de los libros se vuelven amarillentas. Otras reacciones de este tipo se encuentran presentes en actividades como la extracción de metales y minerales, la producción del acero, la conservación de los alimentos y su almacenaje, la construcción y el mantenimiento de ciudades, la fabricación de materiales de uso común como los plásticos y el tratamiento de metales como el aluminio.

Propiedades de las reacciones óxido-reducción

El planeta Tierra está cubierto por dos terceras partes de agua y es la sustancia más abundante del cuerpo humano y de los otros seres vivos. ¡Es tan común que se pasan desapercibidas sus propiedades físicas y químicas tan excepcionales e indispensables para la existencia de la vida en este mundo! Tal es el caso de su capacidad para disolver una amplia gama de sustancias. Desde el agua potable, la que se compra embotellada, la que forma parte de las células o la que baja cristalina de una montaña, siempre presentan diversas sustancias disueltas. Las sustancias en las que el agua es el medio de disolución se llaman *disoluciones acuosas*.

Las reacciones ácido-base, según Arrhenius, son aquellas en las que se transfieren iones H^+ en soluciones acuosas. Cuando se mezcla un ácido y una base en ciertas proporciones, estas sustancias pierden sus propiedades y el resultado de la reacción es la formación de sales y agua.

En las reacciones redox ocurre un intercambio de electrones, los cuales son los portadores de carga negativa. Por tanto, cuando un átomo, ion o molécula pierde electrones, se dice que se oxida. La pérdida de electrones por parte de una sustancia se denomina *oxidación*. Se emplea este término porque las primeras reacciones de este tipo que se estudiaron fueron con oxígeno. Los metales reaccionan con el oxígeno del aire para formar óxidos metálicos. En estas reacciones, el metal pierde electrones que el oxígeno gana y se forma un compuesto iónico del ion (catión) metálico y el ion (anión) óxido. Por ejemplo, cuando el hierro (Fe) se expone al oxígeno (O_2) presente en el aire, la superficie metálica brillante se pierde y adquiere una coloración café o rojiza al formarse el óxido de hierro.

Cuando un átomo, ion o molécula gana electrones, se dice que se *reduce*. La ganancia de electrones por parte de una sustancia se llama *reducción*. Si un reactivo pierde electrones, otro debe ganarlos, lo que significa que la oxidación de una sustancia siempre va acompañada por la reducción de otra, por lo que no son eventos aislados.

	$4Fe + 3O_2 \longrightarrow 2F_3e_2O_3$		
Hierro, sustancia que se oxida (pierde electrones)	Oxígeno, sustancia reducida (gana electrones)	$\longrightarrow$	Fierro o hierro oxidado (óxido de hierro III)

Número de oxidación

En las reacciones redox, se necesita seguir la pista de la pérdida y ganancia de electrones, para ello se utiliza el número de oxidación, que es la carga del átomo en el proceso de redox. Para conocer este número, se sigue una serie de reglas.

Reglas para determinar el número de oxidación	
Todos los elementos que no están combinados con otro elemento o se encuentran libres tienen un número de oxidación cero.	H_2, O_2, N_2, Na, K, Li, Ne, Ag, Au Tienen número de oxidación cero.
Los elementos del grupo 1 tienen un número de oxidación de 1^+ cuando están combinados.	Li^+, Na^+, K^+, Rb^+, Cs^+, Fr^+
Los elementos del grupo 2 tienen un número de oxidación de 2^+ cuando están combinados.	Be^{2+}, Mg^{2+}, Ca^{2+}, Sr^{2+}, Ba^{2+}, Ra^{2+}
El hidrógeno tiene un número de oxidación 1^+ cuando está combinado en la mayoría de los compuestos.	HCl, H_2O, HNO_3, NH_3
El oxígeno tiene un número de oxidación 2^- cuando está combinado en la mayoría de los compuestos.	H_2O, HNO_3, Fe_3O_2, CaO, CO_2
En un compuesto químico eléctricamente neutro, la suma de los números de oxidación de todos los elementos debe ser cero.	El H_2O tiene dos hidrógenos y un oxígeno. Cada hidrógeno tiene una carga de 1^+, lo que da un total de 2^+, mientras que el oxígeno tiene carga 2^- por lo que la suma es cero.

Enseguida, se muestran algunos ejemplos de determinación del número de oxidación de los elementos en un compuesto químico.

Ejemplo
Determinar los números de oxidación del sodio (Na^+) y del cloro (Cl^-) en el compuesto cloruro de sodio (Na^+Cl^-).

Para sales binarias, es decir, sales que sólo contienen dos elementos distintos (en general un metal y un no metal), el procedimiento describe cómo igualar las cargas de los átomos y de ahí encontrar el número de oxidación, de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Deben buscarse los números de oxidación de los elementos a partir de las reglas.
   - Según las reglas, el sodio se encuentra en la familia 1 y, por lo tanto, su número es 1^+.

Elemento	Átomos	Número de oxidación	Carga
Na	1	1^+	1^+
Cl	1	x	x

2. Una vez que se hayan identificado los números de oxidación de los elementos conocidos, éstos se multiplican por el subíndice; es decir, el número de átomos que están en juego en la reacción.
   - Luego, esta carga se suma con el producto de x con el subíndice del otro elemento (en este caso el cloro), siendo x el número de oxidación desconocido:

$$1 \times (1^{+}) + 1^{+} \times (x) = 0$$

Esta suma se iguala a cero. Resolviendo para x, el número de oxidación para el cloro en el compuesto cloruro de sodio (NaCl) es 1^{-}:

$$1 \times (1^{+}) + 1 \times (1^{-}) = 0$$
$$1 - 1 = 0$$

Para este ejemplo, es fácil ver que el número de oxidación del cloro debe ser el mismo que el del sodio, pues debe haber el mismo número de cargas negativas y positivas para que la suma se anule.

Para compuestos ternarios, es decir, aquellos que tienen tres elementos diferentes en su composición (oxisales y oxiácidos, entre otros), el átomo de en medio suele tener distintos números de oxidación dependiendo del compuesto, por ejemplo:

Compuesto	Número de oxidación del azufre (S)	Nombre
H_2S	2^{-}	Ácido sulfhídrico
H_2SO_3	4^{+}	Ácido sulfuroso
H_2SO_4	6^{+}	Ácido sulfúrico

El número de oxidación del azufre puede conocerse fácilmente sabiendo que el oxígeno tiene un número de oxidación 2^{-} en la mayoría de sus compuestos, y el hidrógeno 1^{+}. Así, cada oxígeno contribuirá con dos cargas negativas y cada hidrógeno con una positiva, por lo que en el caso del H_2SO_3 se tiene lo siguiente:

Para el hidrógeno $H_2^{+1} = 2 \times (1^{+}) = 2^{+}$

Para el oxígeno $O_3^{-2} = 3 \times (2^{-}) = 6^{-}$

y que la suma de los números de oxidación en el compuesto es igual a cero:

$$\begin{array}{ccccc} H & & S & & O \\ (2^{+}) & + & x & + & (^{-}6) = 0 \\ & & 2 + x & - & 6 = 0 \\ & & & & x = 6 - 2 \\ & & & & x = 4^{+} \end{array}$$

Para pasar de ácido sulfuroso (H_2SO_3) a ácido sulfúrico (H_2SO_4) se añade un oxígeno y, por tanto, el número de oxidación del azufre aumenta en dos unidades (se oxida). El mismo fenómeno se observa al pasar del ácido sulfhídrico (H_2S) al sulfuroso (H_2SO_3), pues se agregan tres oxígenos, aumentando en seis el número de oxidación.

Ejemplo

Determinar los números de oxidación del potasio (K), del azufre (S) y del oxígeno (O) en el compuesto sulfato de potasio (K_2SO_4).

1. Se buscan los números de oxidación de cada elemento a partir de las reglas. Según éstas, el potasio tiene un número de oxidación 1^+, ya que pertenece a la familia de los metales alcalinos del grupo IA de la tabla periódica.

Elemento	Átomos	Número de oxidación	Carga
K	2	1^+	2^+
S	1	x	x
O	4	2^-	8^-

2. La suma de las cargas en el compuesto debe ser cero, ya que la molécula es neutra.
   - La carga de cada elemento se calcula multiplicando el número de oxidación y el número de átomos en la fórmula. Así, para el sulfato de potasio se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \overset{K}{2 \times (1^+)} + \overset{S}{x} + \overset{O}{4 \times (2^-)} &= 0 \\ 2 + x - 8 &= 0 \\ x - 6 &= 0 \\ x &= 6^+ \end{aligned}$$

Elemento	Átomos	Número de oxidación	Carga
K	2	1^+	2^+
S	1	6^+	6^+
O	4	2^-	8^-
Compuesto			**Suma**
K_2SO_4			0

Se debe considerar que al escribir las cargas de los átomos se indica su signo del lado derecho del número, así como se muestra arriba: 6^+ se lee "seis más" o 2^-, "dos menos".

Es común que en las reacciones químicas haya información de los estados en los que reaccionan los átomos, iones y moléculas. De este modo:

- (*ac*) significa en disolución acuosa (diluido en agua).
- (*g*) significa en estado gaseoso.
- (*l*) significa en estado líquido.
- (*s*) significa que es un sólido.

Para la siguiente reacción ácido-base:

$$HCl^{-}_{(ac)} + NaOH_{(s)} \longrightarrow H_2O_{(l)} + Na^{+}_{(ac)} + Cl^{-}_{(ac)}$$

El ácido clorhídrico (HCl) es un ácido, mientras que el hidróxido de sodio (NaOH) es una base, y los productos son agua y los iones de sodio y cloro.

Para las reacciones redox se puede identificar lo siguiente:

$$2H_2O_{(l)} \longrightarrow 2H_{2(g)} + O_{2(g)}$$

Esta reacción representa la electrólisis del agua y los números de oxidación de cada elemento cambian como sigue:

- Para el oxígeno en el agua es de 2^{-}, mientras que en la molécula de oxígeno gas es 0 (cero).
- Para el hidrógeno en el agua es de 1^{+}, mientras que en la molécula de hidrógeno gas es 0 (cero).

Como se puede observar, el cambio para el oxígeno en disolución acuosa fue aumentar su número de oxidación al ceder electrones, y se dice que se oxidó, lo cual se conoce como un *agente reductor*.

Por otro lado, el cambio para el hidrógeno en disolución acuosa fue disminuir su número de oxidación al aceptar electrones y se dice que se redujo, siendo así un *agente oxidante*.

Diferentes átomos de la molécula de agua fueron reducidos y oxidados debido a la acción de la corriente de electrones que se forma en el momento de la separación iónica.

El oxígeno gas (O_2) es un agente oxidante que si se combina con un agente reductor, como el hidrógeno gas (H_2), se obtiene la reacción inversa de la hidrólisis del agua, con un desprendimiento de energía abrupto. Esta reacción se utiliza para impulsar pequeños cohetes, mezclando en proporción 2:1 hidrógeno gas y oxígeno gas en un tubo de ensayo, y luego provocando una chispa dentro del tubo para iniciar la reacción. La liberación de energía es tan violenta que se produce una pequeña explosión que empuja lejos el tubo, como si se tratara de un cohete.

Otro ejemplo de reacciones redox es cuando reaccionan dos átomos de hierro y tres moléculas de cloro gas, el agente reductor es el hierro porque cede electrones al cloro gas y éste es el agente oxidante al aceptar los electrones, como se observa en la reacción:

$$\overset{(0)}{2Fe_{(s)}} + \overset{(0)}{3Cl_{2(g)}} \longrightarrow 2Fe^{3+}Cl^{1-}_{3(s)}$$

Agente reductor Agente oxidante

En las reacciones redox se lleva a cabo un intercambio de electrones entre átomos, iones y moléculas que cambian su estado de oxidación y, por tanto, sus propiedades físicas y químicas.

Las reacciones redox liberan energía o la consumen, es decir, pueden ser exotérmicas o endotérmicas. De igual forma, las reacciones redox pueden darse por sí solas, lo cual significa que son espontáneas, o por la acción de una fuerza externa, con lo cual son no espontáneas.

Lo anterior les da una utilidad fundamental en diversas aplicaciones tecnológicas como almacenamiento y fuente de energía, al igual que en la extracción, purificación, manufactura y conservación de materiales, entre otras.

Aplicaciones de las reacciones óxido-reducción en el entorno

Las reacciones óxido-reducción aparecen en muchos lugares y son más comunes de lo que aparentan, como las ácido-base. Muchas veces suceden al mismo tiempo que estas últimas, ya que para balancear algunas reacciones redox, es necesario balancear también reacciones ácido-base. En el proceso, una misma reacción puede ser a la vez ácido-base y de óxido-reducción.

Algunos de los ejemplos más relevantes en donde ocurren reacciones de óxido-reducción y que se relacionan con la vida cotidiana se mencionan enseguida.

La oxidación de los metales, como su nombre lo indica, ocurre al combinarse un metal con el oxígeno atmosférico; algunas de estas reacciones son:

$$4Na + O_2 \longrightarrow 2Na_2O$$
$$4Ca + O_2 \longrightarrow 2Ca_2O$$
$$4Al + 3O_2 \longrightarrow 2Al_2O_3$$
$$2Fe + O_2 \longrightarrow 2FeO$$
$$4Co + 3O_2 \longrightarrow 2Co_2O_3$$

A estas reacciones que ocasionan un deterioro en piezas metálicas se les conoce como *corrosión*, la cual es un fenómeno común que se evita aislando las superficies metálicas con recubrimientos. De esta manera se evita el contacto directo del oxígeno con la superficie del metal. Una reacción que ocurre en los mares es la solubilización del dióxido de carbono (CO_2) al formar ácido carbónico (H_2CO_3), lo que acidifica el agua, es decir, disminuye su pH:

$$CO_{2(g)} + H_2O_{(l)} \longrightarrow H_2CO_{3(ac)}$$

Éste, a su vez, se disocia y precipita (forma sólidos insolubles) en, por ejemplo, los arrecifes o en el lecho marino, lo cual genera capas de carbonatos de sodio o potasio:

$$H_2CO_{3(ac)} \longrightarrow H^+_{(ac)} + HCO^-_{3(ac)}$$

$$HCO^-_{3(ac)} \longrightarrow H^+_{(ac)} + CO^{2-}_{3(ac)}$$

$$2Na^+_{(ac)} + CO^{2-}_{3(ac)} \longrightarrow Na_2CO_{3(s)}$$

Las reacciones de combustión de hidrocarburos (compuestos orgánicos derivados del petróleo constituidos por cadenas de carbono e hidrógeno) arden en presencia de oxígeno:

$$\underset{\text{Gas natural}}{CH_{4(g)}} + 2O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(g)} + \text{energía}$$

En las baterías ocurre una reacción redox de la cual es posible beneficiarse, pues se almacenan sustancias dentro de la batería y no reaccionan hasta que el circuito eléctrico está cerrado; como consecuencia, sirven como medio de almacenamiento de energía. Por su parte, la reacción es reversible: si, por ejemplo, se conecta un teléfono a la corriente, ésta se encarga de revertir la reacción química llevando a cabo el proceso contrario al que sucede mientras se hace uso del aparato.

Existen más ejemplos de reacciones redox que suceden de manera natural o por la acción del ser humano, muchas de ellas en ambientes más complejos. Comprender estos fenómenos es conocer con mayor profundidad cómo funciona el mundo.

En las reacciones óxido-reducción ocurre un intercambio de electrones, donde una especie química se reduce y otra se oxida:

- Agente oxidante:
  - Componente cuyos átomos se reducen, oxidando a otras sustancias.
  - Gana electrones.
- Agente reductor:
  - Componente cuyos átomos se oxidan, reduciendo a otras sustancias.
  - Cede electrones.

Estas reacciones permiten comprender una amplia lista de fenómenos y de esta manera desarrollar tecnología que ayude a controlar, evitar o producir estas reacciones para beneficio de los seres humanos.

Saberes de pueblos y culturas en las necesidades humanas

Desde su origen, el ser humano ha buscado la manera de vincularse con la naturaleza para satisfacer sus necesidades indispensables para vivir. Así, a lo largo de miles de años, ha conformado sus saberes, prácticas, usos y cosmovisión relacionados con los elementos naturales y el mundo que lo rodea.

Las culturas, como producto de esa relación recíproca con la naturaleza, han hecho uso de diferentes especies para vestirse, construir viviendas, atender enfermedades y domesticar animales y plantas con fines alimentarios.

Aportaciones de las culturas al desarrollo de conocimientos, prácticas e innovaciones

Las primeras civilizaciones, a partir de la experimentación, lograron generar conocimientos y prácticas agroforestales, pecuarias y herbolarias que les permitieron obtener productos y servicios. El conocimiento tradicional para aprovechar los elementos naturales pasó de generación en generación en diferentes culturas y épocas, lo cual permitió la supervivencia y la conformación de pueblos y comunidades con identidades culturales sustentadas en su contexto biológico.

A partir de prácticas tradicionales, los seres humanos obtuvieron un sinfín de saberes con los cuales se alimentaron, se vistieron y construyeron utensilios. En la evolución de los grupos humanos, el empleo de herramientas, instrumentos y procedimientos les dieron ventajas sobre los otros seres vivos del ecosistema.

El uso del fuego permitió que los primeros homínidos modificaran sus hábitos alimentarios al poder ingerir alimentos cocidos; también mejoró la fabricación de utensilios que, al ser endurecidos con el fuego, brindaban mejores resultados en la cacería.

El fuego también hizo posible que los primeros seres humanos se protegieran de las inclemencias del clima y se elevara la esperanza de vida.

El uso sistemático del fuego, junto con los procesos artesanales, posibilitaron la cocción de materiales para la fabricación de la cerámica; por ejemplo, entre las culturas y civilizaciones de Mesoamérica, sobresalen los alfareros mexicas, quienes fueron grandes artistas. Los egipcios, por su parte, obtuvieron, gracias al fuego, algunos vidrios rudimentarios y fundieron el bronce y el hierro; otras civilizaciones, como la griega, también emplearon el fuego en algunos procesos para transformar metales.

Algunas investigaciones indican que en el occidente de México el proceso de fundición de los metales originó la orfebrería. En la Nueva España se inventó el sistema de amalgama para trabajar la plata; así, la región tuvo preponderancia mundial en la extracción y comercialización de este metal; por ello, la minería fue la base de la economía novohispana.

Respecto de la medicina, algunos productos y prácticas tienen un origen muy antiguo, como los provenientes de las civilizaciones egipcia y babilónica. En ellas, por ejemplo, se desarrollaron conocimientos para embalsamar cadáveres e impedir su descomposición.

En la Edad Media, se desarrollaron los herbarios o colecciones de plantas secas. Estas colecciones presentaban información como el nombre de la planta, dónde y cuándo se colectó, y su uso medicinal. También se le llamaba *herbario* al lugar donde se guardaban esas colecciones; actualmente, todavía es así. Otra colección de información sobre seres de la naturaleza eran los bestiarios o colecciones de fábulas de animales. Durante esta etapa de la historia se desarrolló la herbolaria, que es el conocimiento práctico de las propiedades curativas y alimentarias de las plantas. En Europa destacan los herbarios manuscritos provenientes de la cultura árabe, elaborados con dibujos detallados.

En el México prehispánico, en los códices quedó asentado el conocimiento que las sociedades nativas tenían de su entorno natural; por ejemplo, algunos saberes vinculados al conocimiento de las propiedades terapéuticas o tóxicas de plantas, animales y hongos.

Después de la invasión española, hubo un encuentro entre la medicina prehispánica y la europea. Uno de los libros que registra los remedios y plantas usados por los nahuas para curar diversas enfermedades es el *Códice De la Cruz-Badiano*, escrito en 1552 por el médico nahua Martín de la Cruz y traducido al latín por Juan Badiano. Las plantas medicinales también fueron empleadas por muchas civilizaciones antiguas, como las de Mesopotamia, Grecia y Roma.

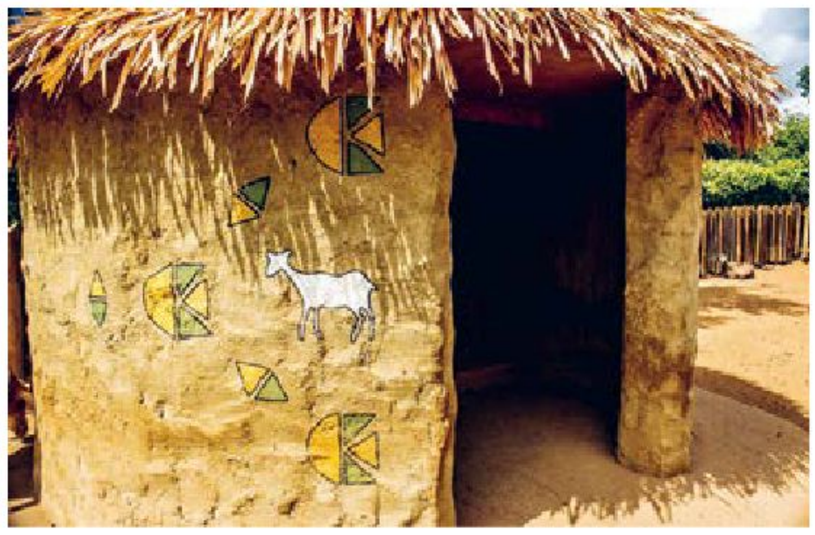
En la Nueva España, el médico Pedro García Farfán (1532-1604), luego conocido como Fray Agustín Farfán, publicó en 1579 su *Tractado breve de chirvrgia y del conocimiento y cvra de algunas enfermedades q´en esta tierra mas comumente suelen auer*, en el cual recomendaba el uso de naranjas y limones para evitar que los navegantes se enfermaran de escorbuto. Este método se usaba en los navíos que hacían el viaje de Acapulco a Filipinas y el regreso, y los marinos no se enfermaban de escorbuto, lo cual probaba su efectividad. Fue hasta 1746 que el escocés James Lind descubrió que el consumo de cítricos podía curar este padecimiento.

Otro trabajo destacable en este ámbito fue el realizado por el sabio árabe Ibn Sina (980-1037), mejor conocido en Europa como Avicena, cuya principal contribución es el *Canon de la Medicina*, obra que resalta las propiedades y la naturaleza de las sustancias usadas para el tratamiento de las enfermedades. Los árabes introdujeron en Europa la alquimia, una práctica protocientífica que combinaba conocimientos no científicos, místicos y filosóficos, y que tuvo una gran importancia para el desarrollo de la química. Mediante la alquimia se explicaban los fenómenos de la naturaleza.

Gracias a la alquimia se perfeccionaron procesos como la destilación con la que se obtenía alcohol. También produjo progresos en la obtención de medicamentos y aleaciones metálicas, y la fabricación de jabón, papel, tintas y otros productos.

Los gnomos alquimistas, 1912,
Luis Menéndez Pidal (1861-1932).

Por otra parte, una de las necesidades básicas del ser humano es tener un lugar donde vivir y refugiarse tanto de las inclemencias del tiempo como de otros seres vivos más fuertes que él. Los primeros seres humanos vivían en cuevas, pero al salir de ellas tuvieron que desarrollar diferentes técnicas de construcción, así que emplearon arcilla y piedras para construir las primeras viviendas. Después, usaron nuevos materiales y técnicas. Una gran cantidad de pueblos de Norteamérica y del norte de Europa y Asia usaba solamente madera o varas y pieles de grandes animales para construir; otros pueblos, solamente varas entretejidas cubiertas de hojas secas. Posteriormente, los materiales también se fueron diversificando para erigir centros ceremoniales, puentes y caminos, entre otras construcciones.



En el México prehispánico, por ejemplo, destacó la construcción de casas habitación en las que se aprovechaban materiales de la naturaleza; por ejemplo, se hacían cimientos de piedra sobre los que colocaban maderas, troncos o carrizos con los que formaban paredes y se cubría el techo con madera, palma, zacate y pieles de animales. También se construyeron imponentes centros ceremoniales como Teotihuacan, Monte Albán y Xochicalco.

En los centros urbanos de las grandes civilizaciones se ven reflejadas la creatividad y la capacidad de las personas para construir pirámides, monumentos, ciudades, murallas y templos con diferentes materiales y técnicas. Esta creatividad también es evidente en las aportaciones que los pueblos y las culturas han hecho al desarrollar productos artesanales, obtener y conservar alimentos, y crear textiles en los que se hace uso de la riqueza natural.

Uno de los procesos artesanales más antiguos es la alfarería con la que se producen piezas de cerámica. Las primeras fueron figurillas y recipientes de arcilla cocidos al fuego; después, se empleó el barro para elaborar vasijas y otros insumos que se utilizaban en la preparación de alimentos.

La alimentación es una de las necesidades básicas de cualquier ser vivo, incluyendo a los seres humanos, quienes son capaces de consumir una gran variedad de alimentos silvestres; esto les ha permitido reconocer cuáles no hacen daño y proveerse de ellos mediante la agricultura, la ganadería y la piscicultura, entre otras técnicas.

Algunos de los saberes de pueblos y culturas relacionados con la alimentación son, por ejemplo, la selección de plantas y semillas para cultivar el maíz, y las técnicas para conservar y distribuir alimentos. Tal es el caso de la construcción de cavidades en el piso de chozas, las técnicas para secar los alimentos al sol o el salado, el cual consiste en agregarle sal a alimentos como la carne y el pescado con el fin de impedir la proliferación de bacterias, deshidratarlos y potenciar su color y aroma.

Otros productos relevantes son los textiles, los cuales han desempeñado un papel preponderante en la subsistencia del ser humano. Los pueblos han transmitido durante cientos de años los conocimientos necesarios para realizar prendas indispensables para protegerse de la lluvia, las temperaturas extremas, el viento y otros fenómenos naturales.

El trabajo textil prehispánico, así como el de las civilizaciones antiguas, se basó principalmente en el conocimiento de procesos y técnicas para el cultivo de plantas como el maguey y el algodón para la obtención de fibras. La riqueza cultural de los pueblos también incluye los conocimientos relacionados con la transformación de la fibra en hilos de diferente grosor con el uso del malacate y el teñido mediante complejas técnicas a partir de plantas, animales y minerales tintóreos para generar colores variados simbólicos y así producir telas y bordados.

La relación que se estableció entre las sociedades, los humanos y la naturaleza a lo largo de la historia generó una amplia variedad de conocimientos, prácticas y cosmovisiones, así como una gran riqueza biológica a partir del manejo y domesticación de las especies.

El uso de los elementos naturales cambió con el tiempo, por lo que es importante revalorizar las maneras de aprovechamiento sustentable que generaron las sociedades antiguas para cubrir las necesidades humanas sin romper el equilibrio de los ecosistemas, sobreexplotar los bienes naturales ni ocasionar pérdidas bioculturales.

A lo largo de la historia, los pueblos y culturas del mundo desarrollaron diversos productos para satisfacer sus necesidades; por ejemplo, elaborar utensilios para cocinar y herramientas para cultivar y cosechar, fabricar sus viviendas o confeccionar la vestimenta requerida para cubrirse, o bien para usarse en rituales o ceremonias.

La manera en que cada pueblo resolvió estas necesidades es lo que diferencia a unas culturas de otras, pero en todos los casos estas soluciones han sido indispensables para la subsistencia humana y la conformación de su territorio e identidad cultural.

Sustentabilidad

En las últimas décadas, el deterioro ambiental ha sido una preocupación de todas las naciones debido a sus consecuencias, entre las que se encuentran el calentamiento de la atmósfera, el cambio climático, la escasez de agua en diferentes regiones del mundo y la crisis alimentaria. Todas estas situaciones comprometen la existencia de la humanidad.

Beneficios del consumo responsable de los recursos naturales

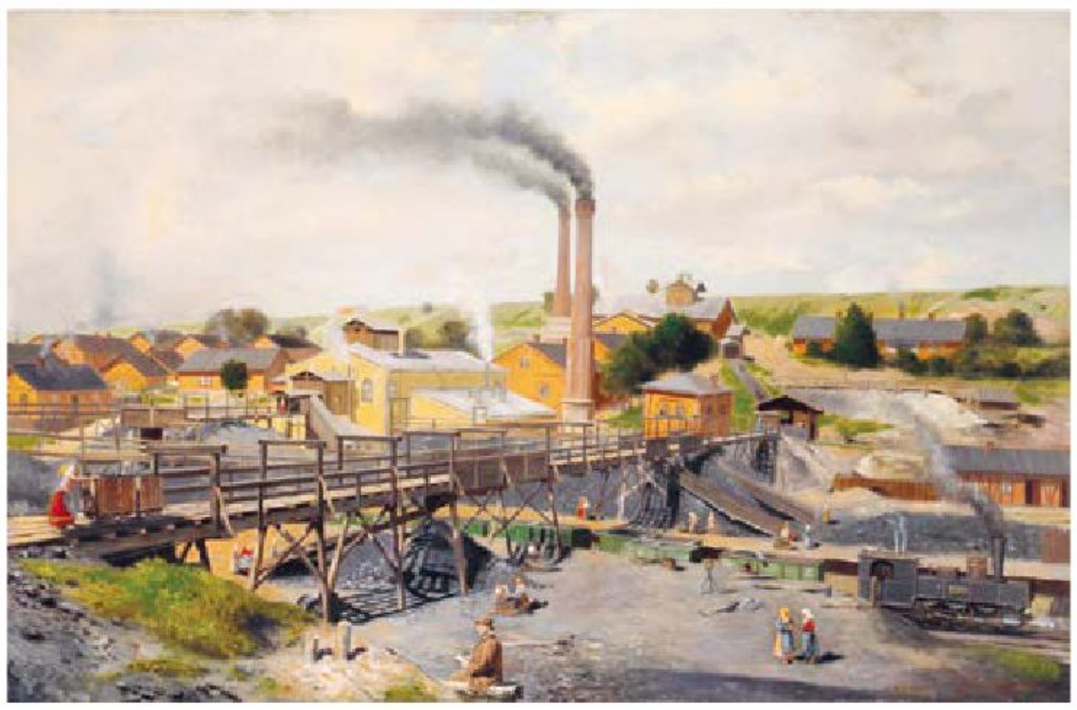
El crecimiento poblacional en el mundo no se detiene: el 15 de noviembre de 2022 la población mundial alcanzó los 8 000 millones de personas. ¿Cómo será posible garantizar que la humanidad tenga recursos naturales y energéticos para subsistir en el futuro? Ésta es una de las interrogantes más perturbadoras del mundo actual.

Cuando el ser humano comenzó a poblar la Tierra, exploró la naturaleza con la finalidad de cubrir sus necesidades básicas: alimentación, vestido y obtención de materiales para fabricar herramientas y utensilios, y para la construcción de viviendas, pero los recursos naturales en ese entonces eran, sin duda, abundantes.

La acción humana a lo largo de la historia ha tenido diferentes impactos en el medio ambiente porque, a pesar de su capacidad intelectual, ha explotado y contaminado desmesuradamente los recursos naturales como el suelo, el aire y el agua, y productos del subsuelo, como el gas, el petróleo y los minerales. El ser humano está agotando los recursos naturales poco a poco.

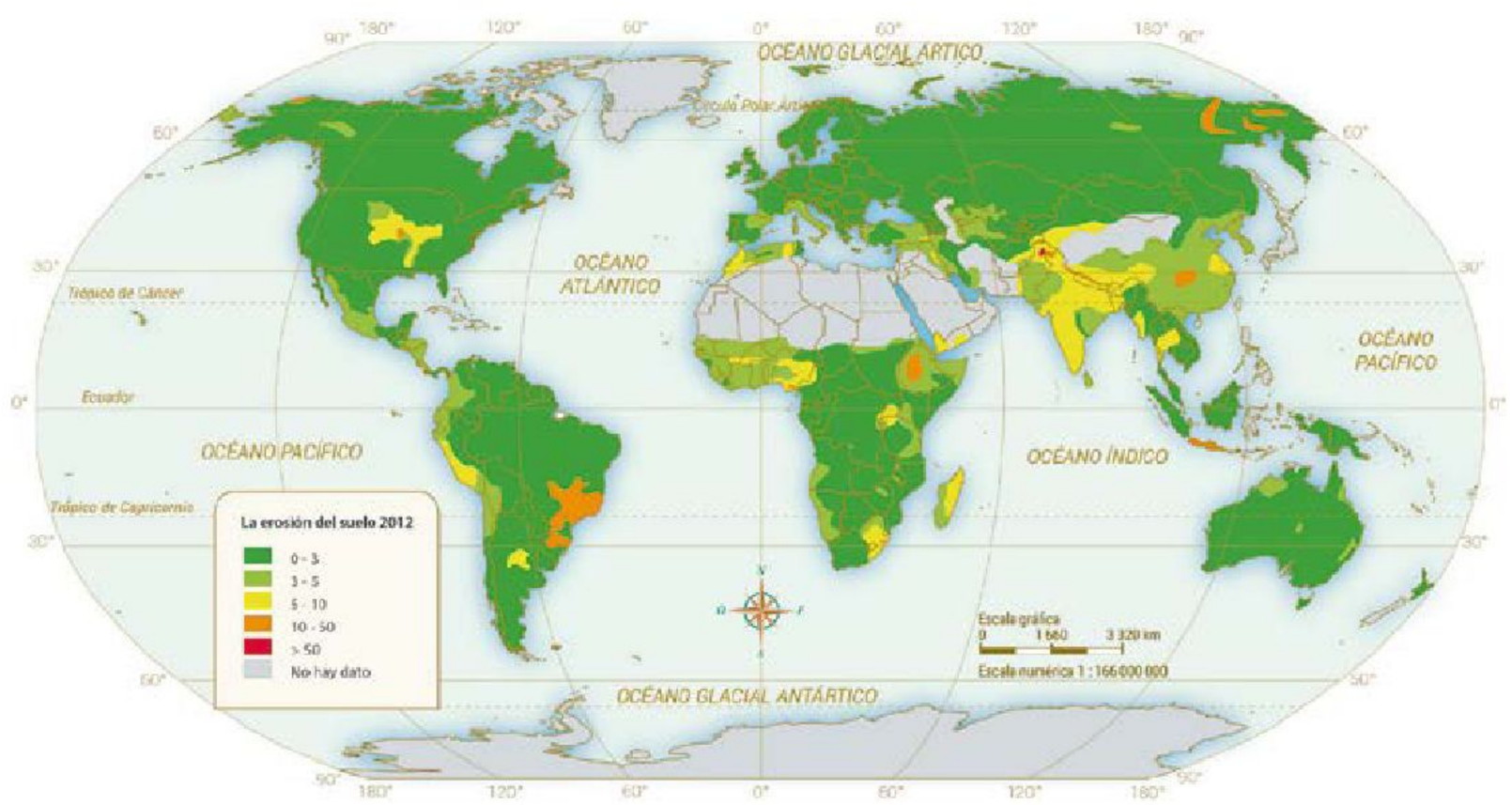
La contaminación del aire, el suelo y el agua se debe a factores naturales o antropogénicos (aquellos que resultan de las actividades humanas). En el caso de la contaminación por fenómenos naturales, los motivos principales son erupciones volcánicas o erosión del suelo por lluvias.

En cuanto a la contaminación por factores antropogénicos, influye, por ejemplo, la producción en masa de artículos que se inició con la Revolución Industrial y que, a partir de 1960, ha aumentado hasta alcanzar un punto crítico debido a que la sociedad contemporánea estructura muchas de sus relaciones humanas con base en su consumo.



A partir de los impactos ambientales generados por las actividades humanas, se han generado problemas como la lluvia ácida, el cambio climático y la pérdida de ozono, además de las múltiples enfermedades que dañan la salud de las personas y producen la muerte de muchos seres vivos y la pérdida invaluable de recursos naturales.

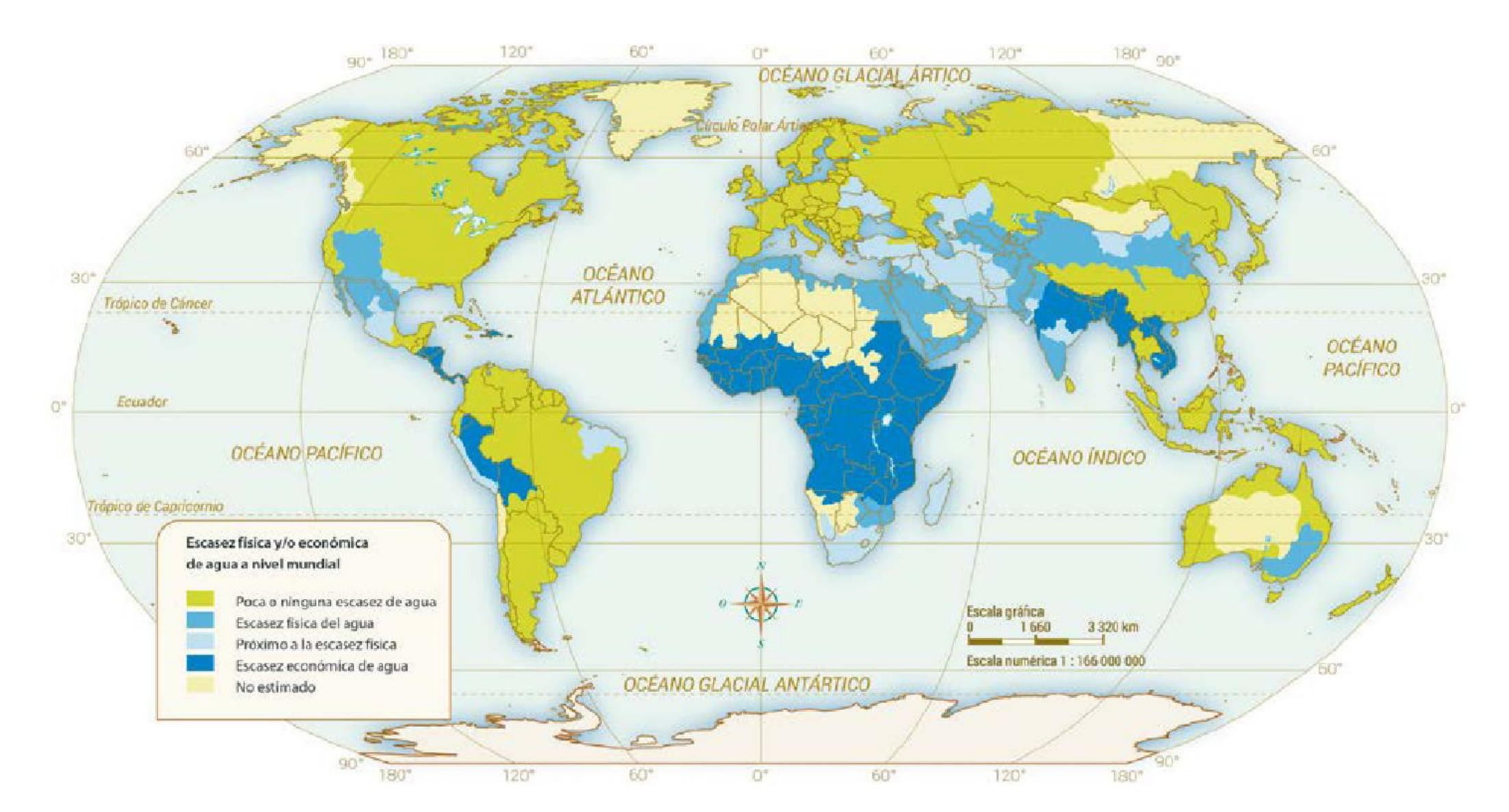
Por otra parte, la transformación de áreas naturales en zonas urbanizadas (fraccionamientos y complejos habitacionales), infraestructura (carreteras y presas hidroeléctricas) y el desarrollo de actividades industriales, turísticas, de cultivo y pastoreo han tenido como consecuencia la pérdida de la flora y fauna nativas, lo que deriva en áreas erosionadas debido a la degradación del suelo. En el siguiente mapa se pueden ver en color amarillo las zonas más erosionadas en el planeta.



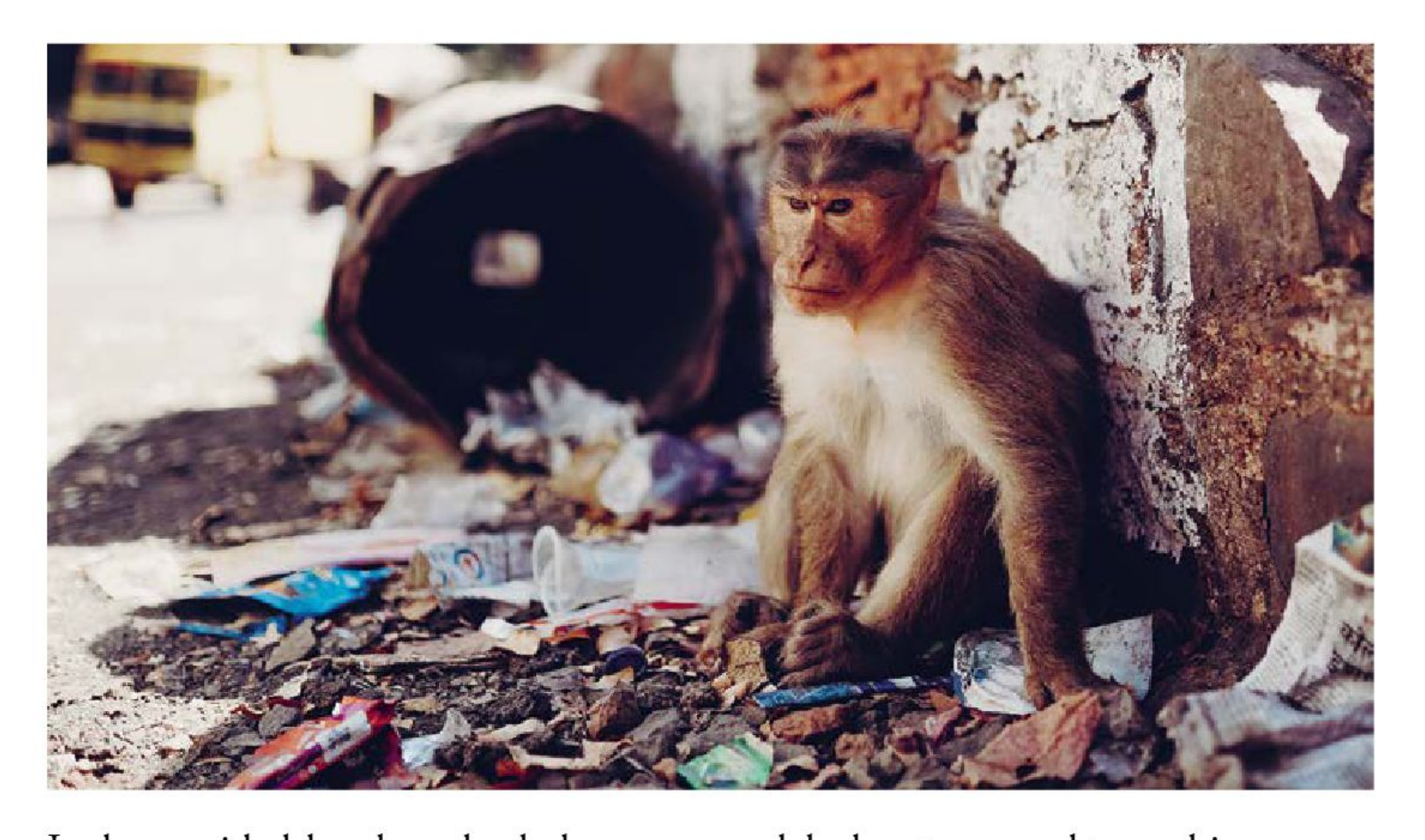
Fuente: *Erosión del suelo en el mundo*. Unión Europea, 2019

En algunas áreas del planeta también se han agotado los minerales que se encuentran en el subsuelo debido a grupos humanos que los extrajeron de forma desmesurada. Éstos son un recurso económico muy importante porque se emplean en la elaboración de combustibles, en materiales para la construcción, en la fabricación de joyas y para la elaboración de un sinnúmero de artefactos de uso diario, como los automóviles y los celulares, entre otros.

En lo que respecta al agua, ésta es indispensable para todas las formas de vida y, a pesar de ello, en la actualidad se encuentra en riesgo. Si bien tres cuartas partes de la superficie del planeta son agua, muy poca es potable y se emplea para las diversas actividades humanas. A este hecho se suma que la población mundial se ha incrementado considerablemente y, por consiguiente, millones de personas carecen de ella.



Informe sobre el desarrollo de los recursos hídricos en el mundo.
Programa Mundial de Evaluación de Recursos Hídricos, 2012

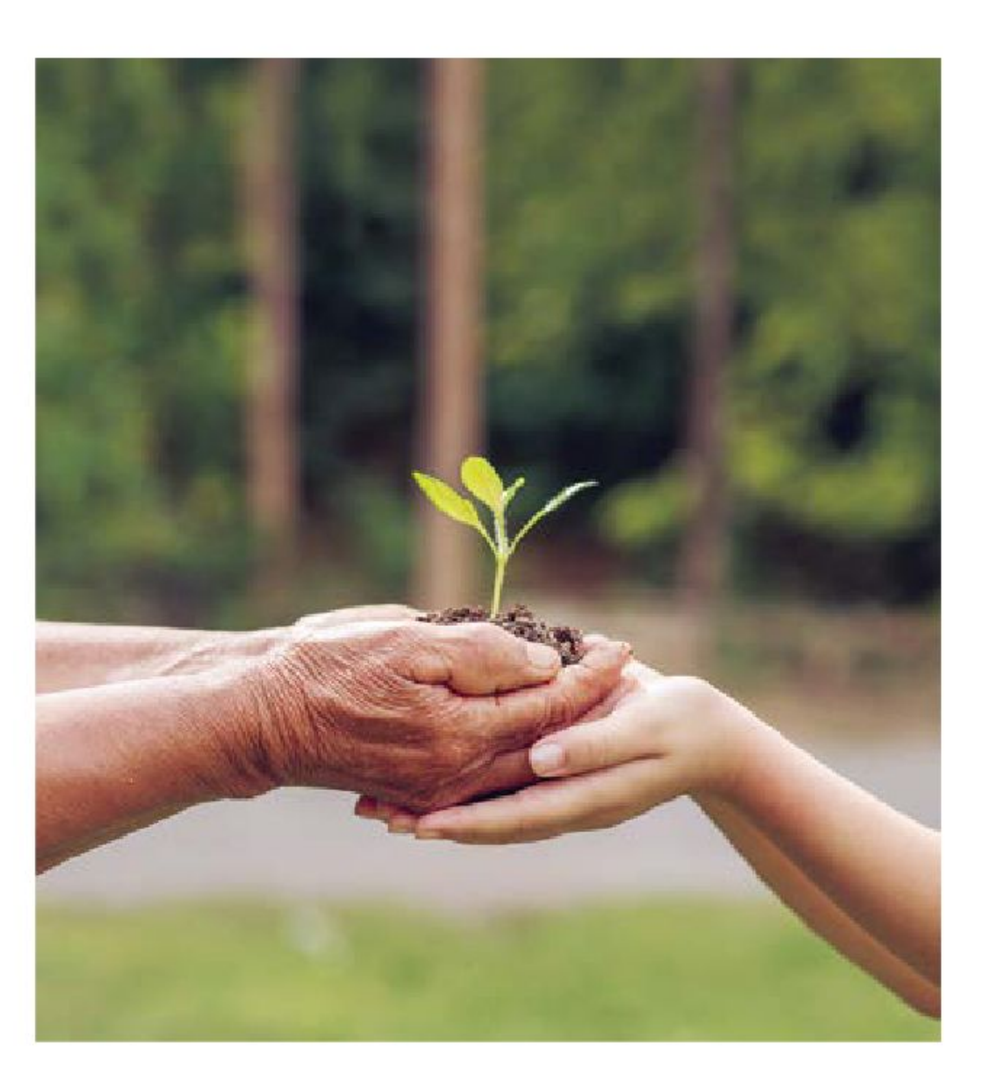


La humanidad ha abusado de los recursos del planeta para obtener bienes económicos, alimento, vestido, medicamentos y vivienda. La destrucción de los hábitats por la caza y la pesca descontroladas ha tenido como resultado que las poblaciones de especies económicamente útiles para el ser humano hayan disminuido y que algunas especies estén extintas o en peligro de serlo. La disminución y desaparición de especies tienen un impacto negativo en el equilibrio del ecosistema que no debe ser minimizado.

Si bien la humanidad se ha visto beneficiada por el medio ambiente, también es cierto que el estilo de vida consumista y sus intensas actividades impactan negativamente en él.

Afortunadamente, en los últimos años, los gobiernos de muchos países, incluido México, comenzaron a tomar conciencia de la importancia de usar responsablemente los recursos naturales y evitar la generación de contaminantes.

En la actualidad se busca que las generaciones venideras disfruten de la Tierra con todas las maravillas naturales con las que cuenta, las cuales permiten la subsistencia humana.

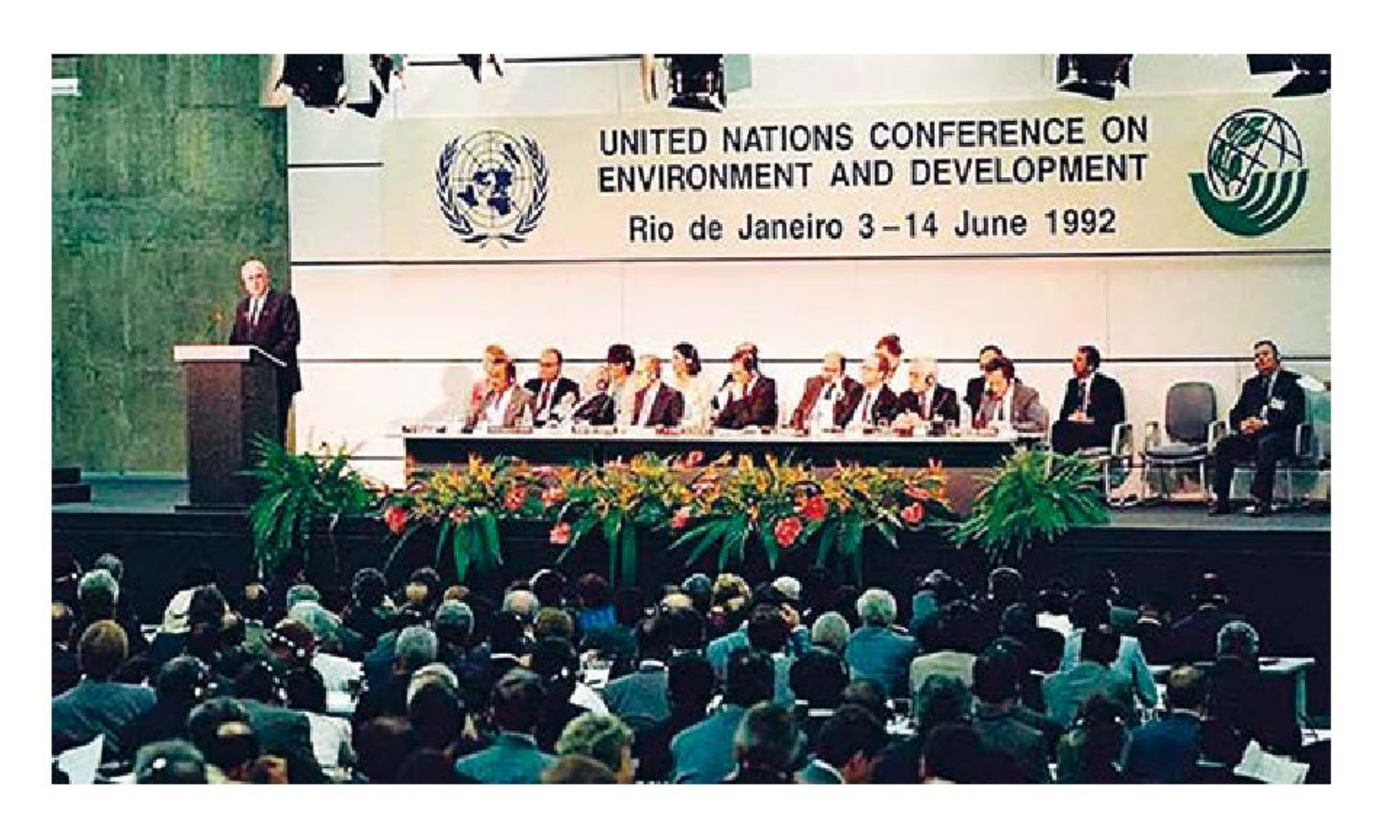


Prácticas sustentables en la agricultura, la industria y los combustibles

El planeta Tierra enfrenta, desde hace más de 60 años, una crisis ambiental creciente relacionada con el agotamiento progresivo de los recursos naturales. Por esta razón, los gobiernos de la mayoría de los países intentan favorecer la vida y conservar los recursos naturales mediante acciones como la Conferencia de Naciones Unidas sobre el Medio Ambiente Humano, también conocida como la Cumbre de Estocolmo de 1972; la Cumbre para la Tierra de 1992, en Río de Janeiro, y el Informe Brundtland "Nuestro Futuro Común" realizado por las Naciones Unidas, en el que, por primera vez, se formalizó el concepto de *desarrollo sustentable*.

La propuesta de desarrollo sustentable de 1987 se basó en el Informe Brundtland, coordinado por la primera ministra noruega Gro Harlem Brundtland. Este informe indica que el desarrollo sustentable garantiza cubrir las necesidades de las generaciones actuales, sin comprometer las posibilidades de las futuras para satisfacer las suyas. El desarrollo sustentable implica el desarrollo económico, la conservación de la naturaleza y el bienestar social.

Por otra parte, la Cumbre para la Tierra, o Cumbre de Río, fue una reunión en la que participaron los miembros de las Naciones Unidas para tratar aspectos sobre los derechos y las responsabilidades de los países con respecto al medio ambiente. Se dictaron normas para el uso prioritario de los recursos, se establecieron deberes para la preservación de las especies y se regularon los procesos de tecnología que alteran la estabilidad de las condiciones del planeta, entre otros acuerdos.



Como una propuesta para el desarrollo sustentable, en la Cumbre de Río, los gobiernos de 173 países aprobaron la Agenda 21, la cual consiste en un plan de acción global para posibilitar un desarrollo económico, social y ecológicamente sustentable. A partir de éste, en el mundo se ha desarrollado una gran cantidad de iniciativas para conservar y gestionar los recursos, así como para fomentar una economía urbana sustentable y conservar la biodiversidad, entre otras acciones.

Son muchas las prácticas de sustentabilidad para disminuir el impacto ambiental que los países pueden llevar a cabo, muchas de ellas relacionadas con la agricultura, la industria y los combustibles.

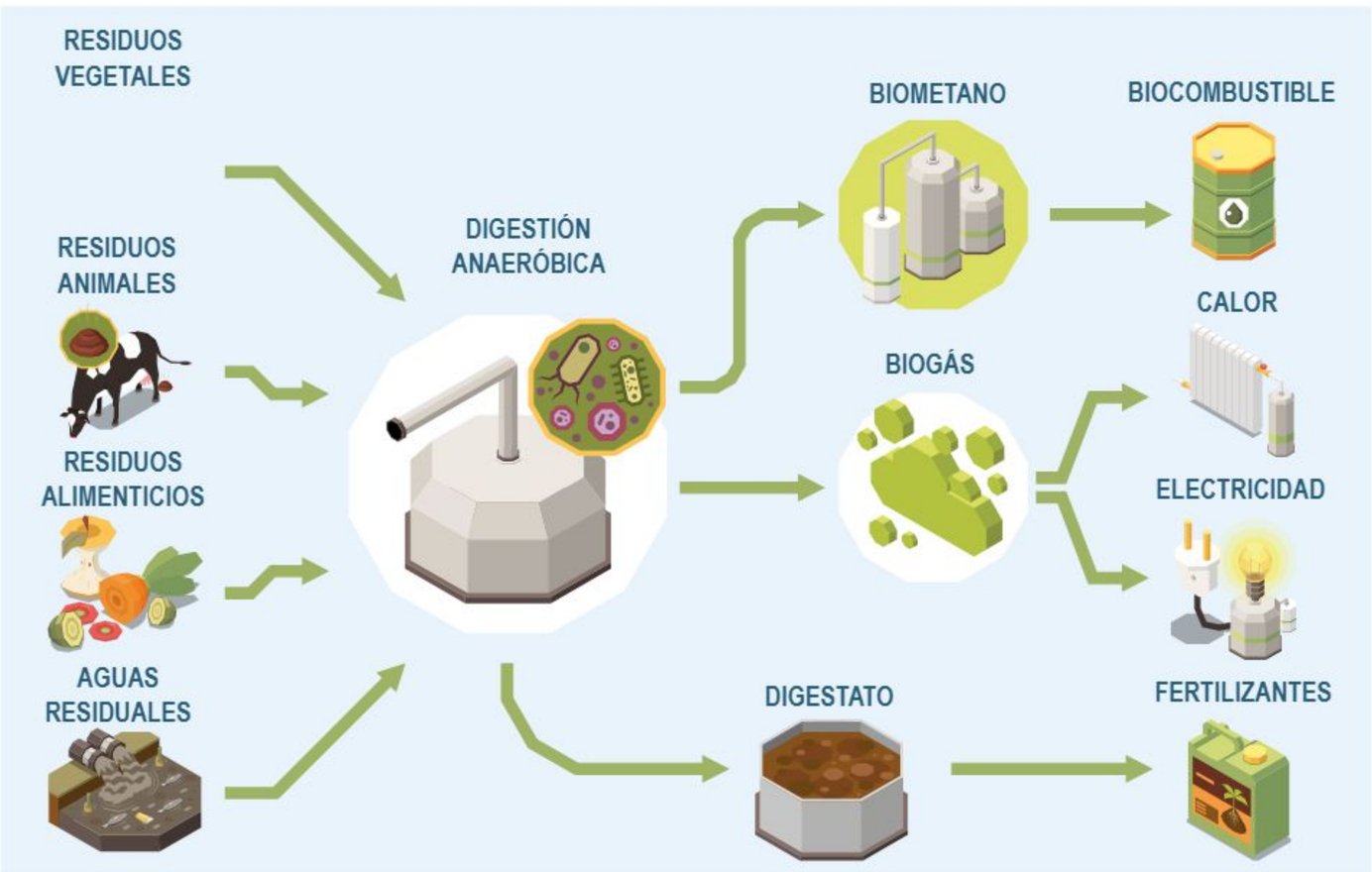
Cada año la erosión de los suelos y otras formas de degradación afectan entre cinco y siete millones de hectáreas de tierras cultivables. Según el Fondo de Población de las Naciones Unidas (FPNU), la degradación de los suelos amenaza al menos a 1 000 millones de personas dedicadas a la agricultura, al campo y a la ganadería (la mayoría en países de escasos recursos).

Además, aunque los alimentos en el mundo abundan, millones de personas no tienen acceso a ellos, por lo cual es necesario que la agricultura aumente sus rendimientos. Para abatir estos problemas y garantizar la permanencia del suelo, así como su fertilidad para la obtención de alimentos, es necesario que las naciones propongan prácticas sustentables como las siguientes:

- Uso racional del suelo y la rotación de cultivos que permitan la reducción de plagas y control de la maleza, así como una distribución adecuada de nutrimentos y residuos.
- Evitar la compactación del suelo y aumentar su fertilidad, reduciendo al mínimo la remoción de la tierra (proceso conocido como *no labranza* o *labranza cero*).
- Disminuir la erosión ocasionada por el agua o el viento mediante la conservación de las plantas o restos de tallos y hojas que quedan en un terreno después del cultivo.
- Aumentar el proceso industrial de productos agrícolas (agroalimentos).
- Desarrollar fertilizantes orgánicos para proporcionar a las plantas los nutrientes necesarios para su desarrollo mientras mejoran la calidad del suelo y ayudan a conseguir un entorno microbiológico óptimo y natural; tales nutrientes son llamados *biofertilizantes*.
- Hacer un uso eficiente del agua de riego.

Por otra parte, la industria ha desplazado las regiones naturales, ha sobreexplotado los recursos y ha generado residuos que contaminan el agua, aire y suelo. Algunas de las prácticas sustentables que se recomiendan para contrarrestar estas situaciones son las siguientes:

- Optimizar el uso de recursos naturales.
- Disminuir el uso de materiales y energía optando por procesos industriales que incorporen suministros de energía renovable.
- Perfeccionar el manejo de sistemas ambientales que incluyen la adecuada disposición de residuos, el control de la contaminación y los procesos de reciclaje, entre otras acciones.



Por otro lado, la industria requiere materiales que son contaminantes atmosféricos, como carbón, petróleo y gas natural que, al quemarse, propician el cambio climático. Por este motivo, cobra relevancia la producción de combustibles a partir de recursos agrícolas (agrocombustibles) como la madera (o residuos de ella) o aceites vegetales como el de soya, maíz o girasol, entre otros.

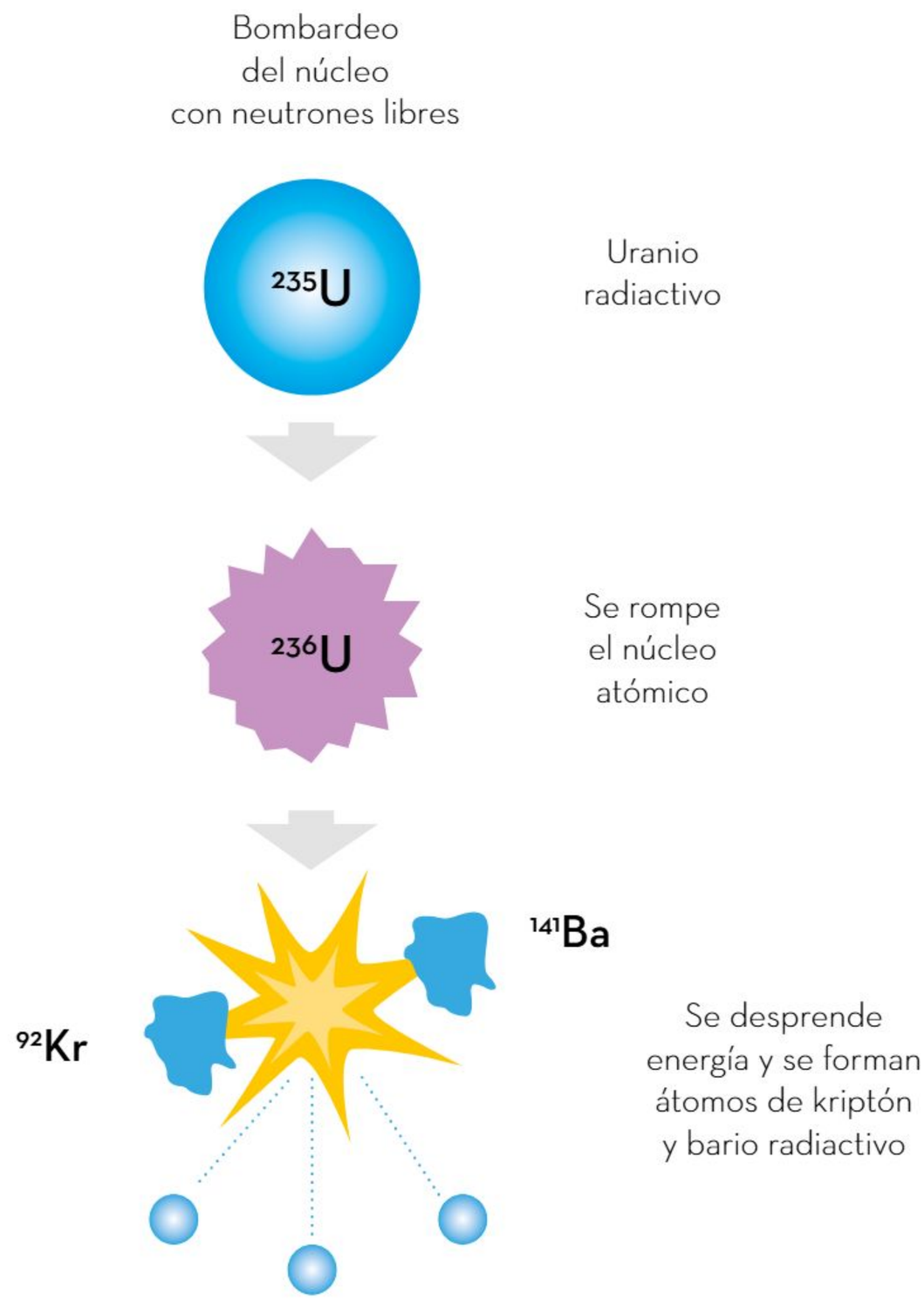
Uno de los principales retos que enfrenta México es el de mantener el crecimiento económico sin ocasionar una degradación ambiental y promover un desarrollo sustentable que favorezca las condiciones de bienestar de los mexicanos. Por ello, se busca fomentar nuevos métodos de producción y consumo con la finalidad de reducir la extracción de recursos naturales y el uso de energía, así como minimizar los efectos de las actividades humanas sobre el medio ambiente. También se plantea alentar a las empresas para que adopten prácticas sustentables.

El ser humano debe aprovechar los recursos naturales sin agotarlos y conservarlos para que las futuras generaciones puedan gozar de ellos. Por este motivo, resulta indispensable que las prácticas de desarrollo sustentable se lleven a cabo no sólo en la agricultura, en la industria o en la generación de combustibles, sino en todas las actividades que las personas hagan en su vida diaria. Algunos ejemplos de estas prácticas son el mejoramiento de hábitos de consumo y la disminución de desechos.

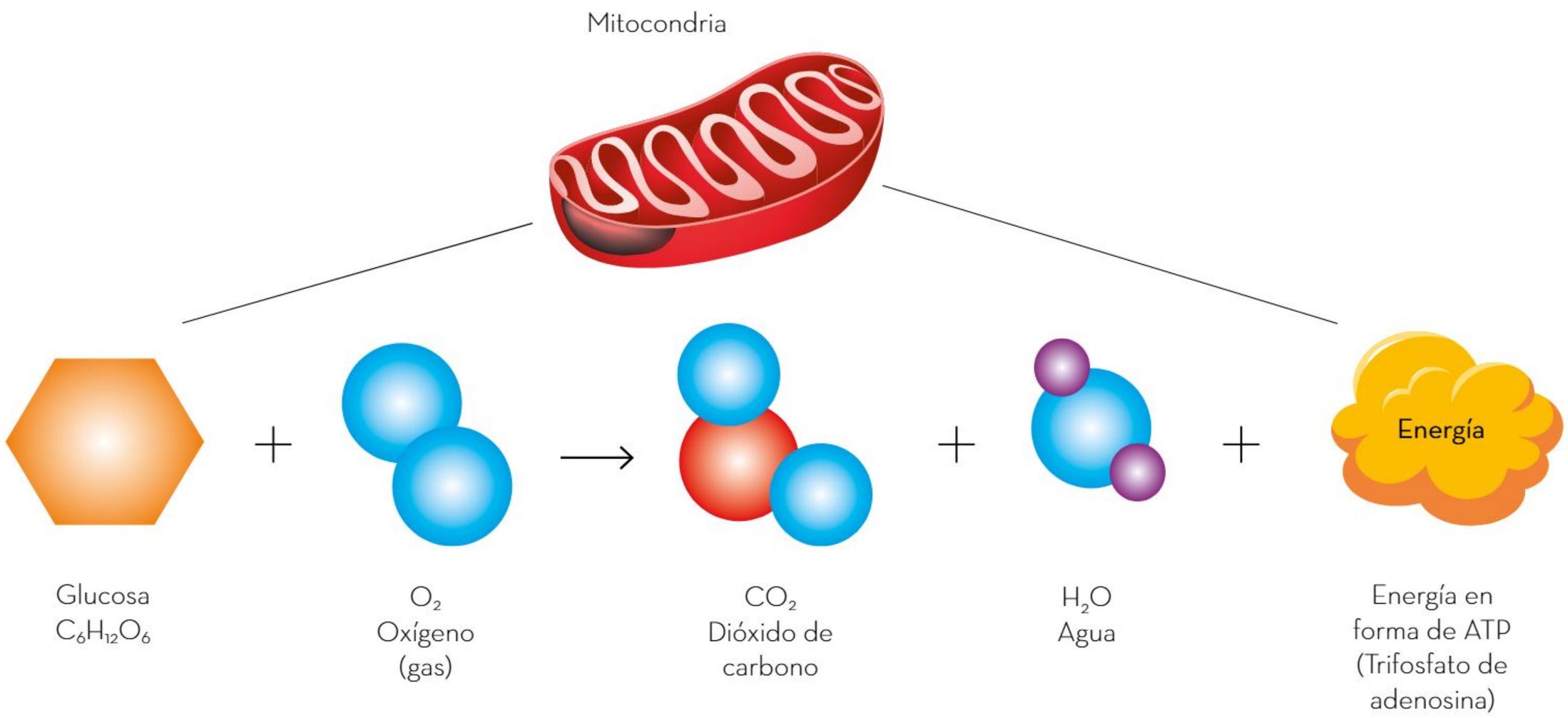
Termoquímica

En ocasiones, no es fácil llevar a cabo un proceso químico. Para que una reacción se concrete se deben romper enlaces entre las sustancias involucradas y luego generar nuevos, lo que implica la presencia de un tipo de energía.
El estudio de los cambios energéticos implica conocer los beneficios y las consecuencias de las reacciones químicas.

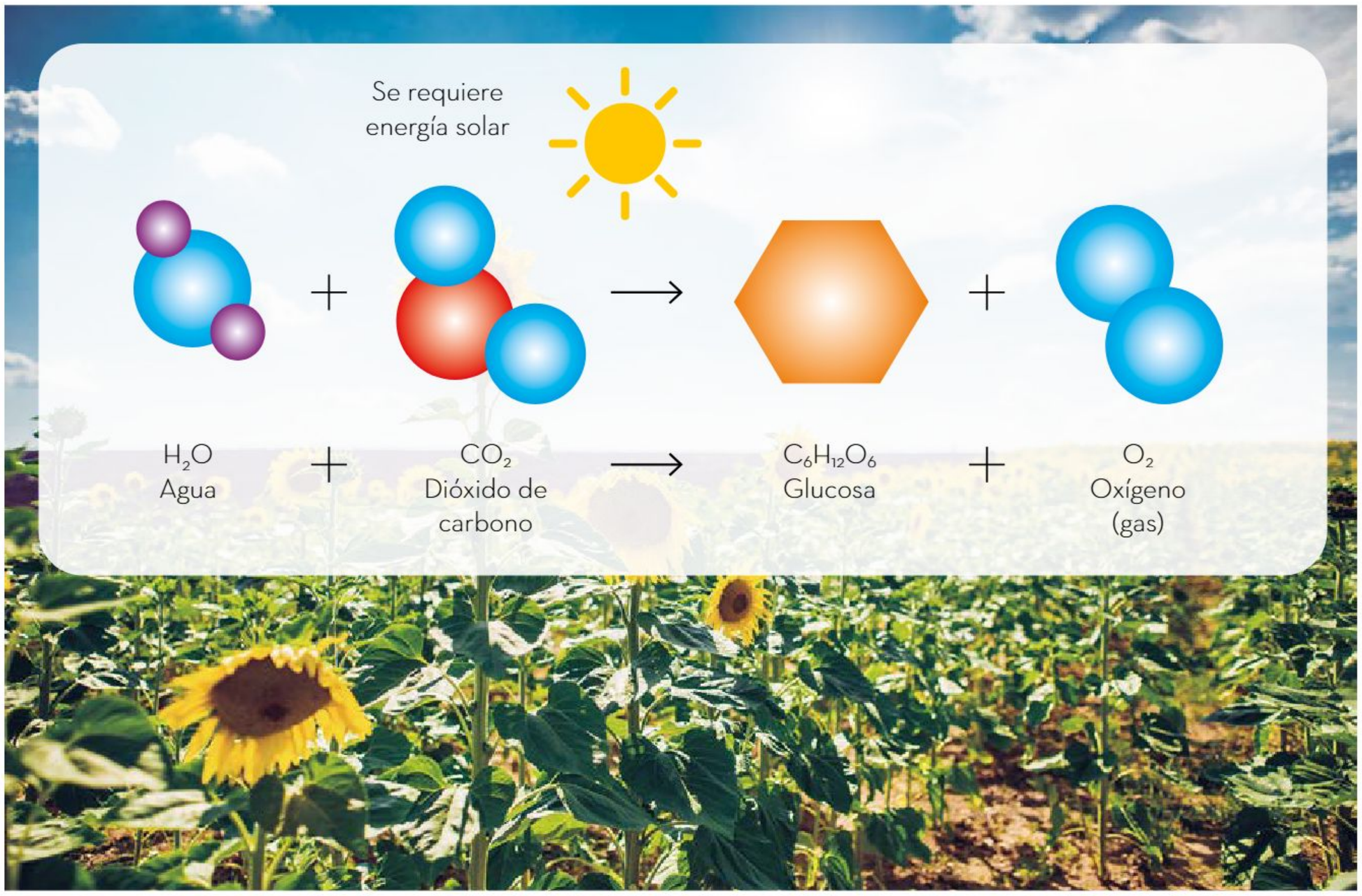
- La fisión nuclear es un proceso por el cual el núcleo del átomo de un elemento se separa en dos o más núcleos de átomos de otros elementos (más ligeros). Este proceso es muy utilizado para generar energía, ya que es altamente exotérmico.



- La respiración celular es un proceso donde se libera energía para que las células realicen distintas actividades biológicas. Se trata de un proceso exotérmico.



- La disolución de una sal en agua puede ser endotérmica o exotérmica. Esto dependerá del tipo de sal, de la cantidad de energía que se requiera para llevarla a cabo y del intercambio que tiene con el medio ambiente, considerando una presión constante.
- La fotosíntesis es uno de los pocos procesos endotérmicos que existen, ya que las plantas necesitan la energía solar para llevarla a cabo.



- La cocción de los alimentos igualmente es un proceso endotérmico, pues sin energía se descompondrían en lugar de cocerse.

> Las reacciones químicas tienen un cambio energético cuando ocurren, ya sea que liberen energía en forma de calor o que absorban energía, procesos que son llamados *exotérmicos* y *endotérmicos*, respectivamente.

En su mayoría, los cambios energéticos en las reacciones químicas son imperceptibles; sin embargo, de los más importantes se aprovechan las grandes cantidades de energía que generan para distintas actividades humanas, como transportarse, cocinar o simplemente calentarse.

Usos de los compuestos químicos

Los compuestos iónicos y covalentes tienen ciertas propiedades que cambian debido a su estructura química, las cuales se aprovechan para distintos usos, como la alimentación, la medicina o el hogar.

Importancia de los compuestos iónicos y covalentes en el metabolismo

Los compuestos químicos son el resultado de la combinación de dos o más átomos, moléculas o iones cuyas propiedades son diferentes a las sustancias originales que los componen, y cumplen funciones específicas en función de su tipo.

El exceso o la falta de algún compuesto químico esencial puede ocasionar problemas en el metabolismo y afectar la salud. Algunos ejemplos se proporcionan en la siguiente tabla:

Compuesto	Importancia
Cloruro de sodio (Molécula)	La sal de mesa contiene este compuesto. Rebasar su consumo en la dieta diaria es un factor de riesgo al relacionarse con niveles altos de tensión arterial y daño en los riñones. Incluso su consumo se relaciona con mortalidad por accidente vascular encefálico y por enfermedades cardiovasculares. Por lo anterior, se debe evitar añadir sal adicional a los alimentos y evitar los productos ultraprocesados con exceso de sodio.
Yodo (Compuestos con el elemento yodo)	El cuerpo necesita yodo para producir hormonas tiroideas, las cuales controlan el metabolismo del cuerpo. Son necesarias para el desarrollo apropiado de los huesos y el cerebro durante el embarazo y la infancia. El yodo puro es un elemento dañino para el organismo, por lo que debe consumirse como compuesto químico que forma parte de diversos alimentos, como pescados o productos lácteos. Incluso para evitar el bocio, una enfermedad causada por su deficiencia, se agrega industrialmente a la sal de mesa.
Vitamina A (Molécula orgánica)	La vitamina A es importante para la visión normal, el sistema inmunológico, la reproducción y el crecimiento. También permite el buen funcionamiento del corazón, los pulmones y otros órganos. Los alimentos que la contienen son la leche, los cereales y algunas frutas y verduras, entre otros.

Compuesto	Importancia
Vitamina C (Molécula orgánica)	La vitamina C es un compuesto molecular, conocido como *ácido ascórbico*, que protege a las células contra los daños causados por otros compuestos dañinos que se forman cuando el cuerpo convierte los alimentos en energía. En este sentido, contribuye al buen funcionamiento del sistema inmunológico al proteger al cuerpo contra enfermedades. El cuerpo necesita vitamina C para producir colágeno, una proteína necesaria para la cicatrización de las heridas. Asimismo, mejora la absorción del hierro presente en los alimentos de origen vegetal, por lo que es recomendable consumirla en combinación con las leguminosas. Se encuentra en alimentos como limones, chiles, guayabas, naranjas, toronjas, brócoli, pimientos, kiwi, fresas, melón y tomates.
Flúor (Elemento)	El flúor es un elemento que ayuda a prevenir las caries y a mantener los huesos fuertes. Se encuentra principalmente como fluoruro de sodio en pastas dentales, pero también se puede consumir en productos multivitamínicos.
Calcio (Elemento y como ion Ca^{2+})	El calcio es el elemento que forma los dientes y el esqueleto, y los mantiene fuertes. Cumple funciones muy importantes en el cuerpo humano ya que regula actividades celulares en tejidos: en el muscular, permite las contracciones y en el nervioso, facilita sus funciones. También participa en el mantenimiento de las funciones reguladoras de las células, como las reacciones ante estímulos de hormonas, e interviene en la transmisión de mensajes entre células. Para mantener la salud de huesos y dientes, es fundamental incluir en la dieta diaria cantidades adecuadas de calcio, fósforo y vitamina D. El calcio se encuentra en muchos alimentos, como la leche, el yogur, los quesos, las tortillas y algunas verduras de color verde, como las espinacas, las acelgas y los quelites.
Sodio y potasio (Iones Na^{+} y K^{+})	Las diferencias de concentración entre el sodio y el potasio dentro y fuera de la célula forman un mecanismo llamado *bomba de sodio y potasio*: cuando las concentraciones de sodio están muy elevadas afuera de la célula y muy bajas adentro, y las de potasio están elevadas adentro de la célula y muy bajas afuera, utilizan energía para "bombear" el sodio adentro de la célula a cambio de potasio y así establecer un equilibrio iónico. Gracias a este mecanismo se establece la transmisión de los impulsos nerviosos en las neuronas, las contracciones musculares (movimiento de los músculos) y el impulso cardiaco.

Compuesto	Importancia
Hierro (Elemento y como ion Fe^{3+})	El hierro es vital para el ser humano porque forma parte de la hemoglobina, la proteína de los glóbulos rojos que transporta el oxígeno de los pulmones a distintas partes del cuerpo. El hierro es importante en hormonas y en tejidos. Algunos alimentos ricos en hierro son carnes, mariscos, aves, cereales, espinacas, quelites, acelgas y nueces, así como leguminosas, tales como frijoles y lentejas. Se recomienda consumirlo en combinación con alimentos ricos en vitamina C para que el cuerpo lo aproveche mejor.
Zinc (Elemento)	El zinc participa en diversos procesos, como la respiración celular, la replicación del material genético, el cuidado de la membrana de las células y la regulación de enzimas. En el cuerpo se encuentra principalmente en el tejido óseo y muscular, la piel, el hígado, el páncreas, las retinas y en células que conforman la sangre. El zinc se encuentra en productos de origen marino, como mariscos; en carnes rojas, productos lácteos, huevo y cereales integrales, y en alimentos procesados. Las verduras y frutas son ejemplos de fuentes muy pobres de zinc, por lo que es un nutriente que requiere suplementarse en dietas vegetarianas.

Los compuestos iónicos y covalentes se usan en la vida cotidiana más de lo que parece, pero, sobre todo, permiten el funcionamiento del cuerpo humano ya que cumplen funciones específicas para poder crecer, respirar y tener energía, entre otros procesos metabólicos.

Los compuestos iónicos y covalentes son importantes. Algunos de ellos son micronutrientes (como vitaminas y minerales) que deben incluirse en la dieta porque permiten el funcionamiento adecuado del cuerpo humano y están relacionados con la producción de energía, la formación y el mantenimiento de huesos, dientes, piel y órganos, así como el fortalecimiento del sistema inmunológico. Su deficiencia causa una variedad de problemas de salud, como anemia, debilidad muscular, complicaciones en el crecimiento y el desarrollo, problemas de visión, piel y cabello, trastornos mentales y deficiencias en el sistema inmunológico. Por lo tanto, es esencial consumir una variedad de alimentos saludables para evitar enfermedades.

Usos y beneficios de las reacciones químicas

Las reacciones químicas están presentes en todos lados: algunas son negativas y otras, positivas. Dada su constante presencia, sobre todo en el medio ambiente, es importante conocer algunos ejemplos de reacciones y su relación con el mismo.

Importancia de las reacciones en el cuidado del medio ambiente

La química es la ciencia encargada de estudiar las propiedades de las sustancias y sus transformaciones. Al ser una actividad humana, se realiza y desarrolla en función de quien la practica. Por ejemplo, los químicos que se dedican a estudiar las reacciones de los seres vivos y los sistemas biológicos estudian lo mismo que los biólogos, en cierto grado, pero con otro enfoque; prueba de ello es que numerosas veces trabajan en conjunto.

La química se relaciona con diversas disciplinas, ya sean científicas o no, pues su aproximación al mundo puede ayudar a resolver diversas problemáticas:

- Geográficas
  - Extracción de recursos naturales como minerales y agua.
  - Análisis del suelo y sus propiedades para fines agrícolas o de conservación de flora y fauna locales.
- Históricas
  - Datación y conservación de muestras de arte, así como de edificios y monumentos históricos.
- Biológicas
  - Síntesis de compuestos para la medicina y la veterinaria.
  - Actividades de remediación ambiental y conservación de áreas naturales, tanto terrestres como acuáticas, y análisis del impacto de nuevas sustancias que se integran en ellas, producto de la actividad humana o natural.
- Industriales
  - Síntesis de nuevos productos en ámbitos como la cosmética, los alimentos, los materiales para la construcción, el transporte y las tecnologías de la información (teléfonos, computadoras, chips y pantallas).

Las reacciones químicas en el agua

El agua es un recurso natural, esencial para la vida y el ser humano. Tiene la propiedad de disolver una amplia gama de sustancias, por ello las reacciones en las que interviene el agua son diversas; éstas se estudian desde distintos puntos de vista y condiciones. Aquí se muestran algunas reacciones en diversos escenarios ya que esta sustancia participa como reactivo, producto o medio de reacción.

En la mayoría de las situaciones, el agua actúa como medio de reacción, es decir, es el componente principal y en mayor proporción del sistema donde ocurre una reacción.

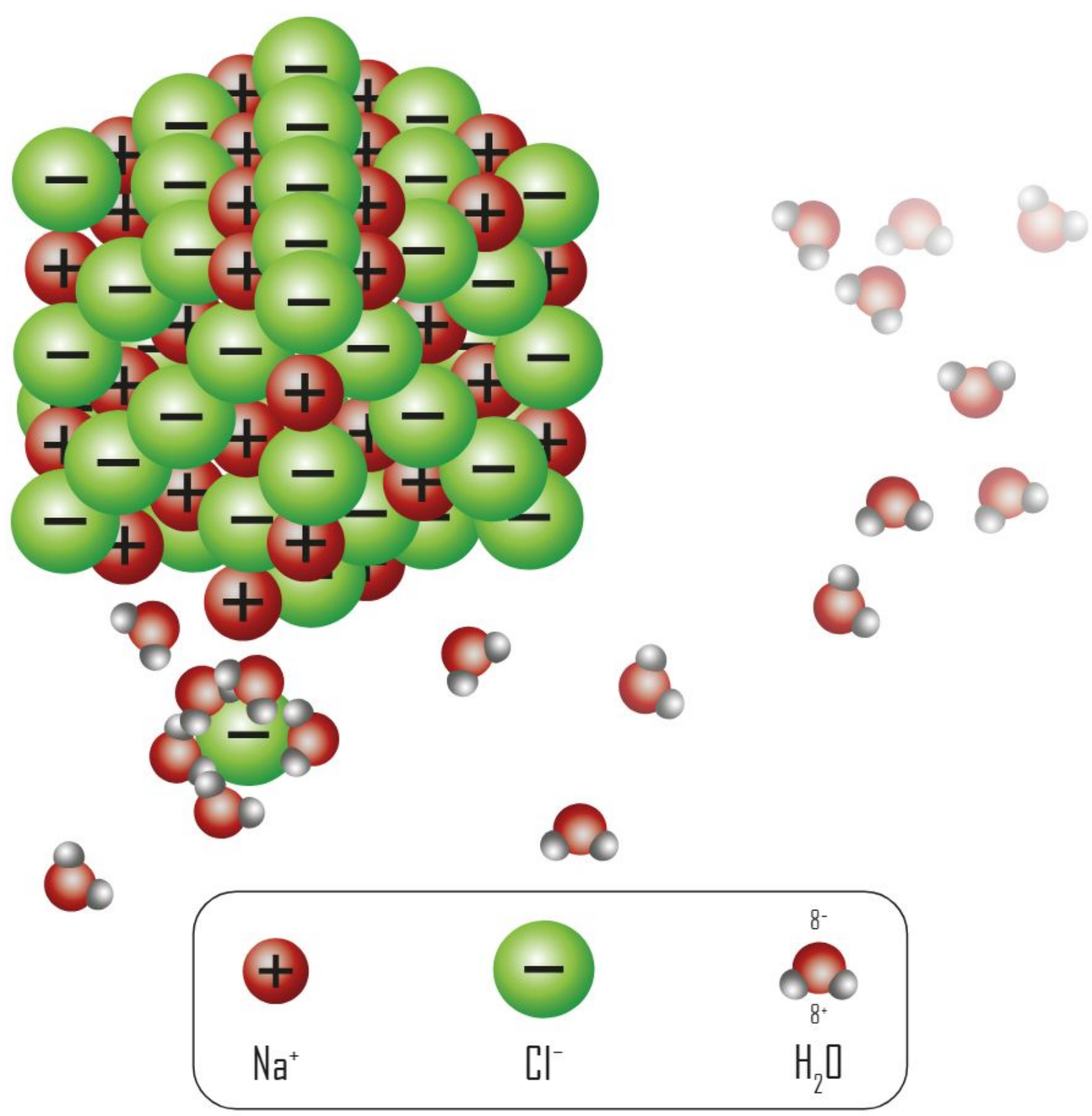
Un ejemplo de lo anterior se observa en lo siguiente: el sodio (Na^+) y el cloro (Cl^-) son dos electrolitos con carga eléctrica que componen el fluido fuera de las células, es decir, el medio acuoso extracelular. Trabajan juntos en varias funciones del organismo; por ejemplo, controlan la presión sanguínea. Las perturbaciones en las concentraciones de sodio están asociadas con trastornos del balance de agua en el cuerpo. La reacción química que representa este ambiente es:

$$NaCl_{(s)} + H_2O_{(l)} \longrightarrow Na^+_{(ac)} + Cl^-_{(ac)}$$

Se observa que esta reacción no está balanceada, es decir, no posee la misma cantidad de elementos en ambos lados, ya que no se representó qué le sucede al agua durante la reacción. En este caso, el rol del agua es como medio de reacción o disolvente y está en una proporción mucho mayor que el cloruro de sodio.

La molécula del agua es polar, es decir, tiene una parte con carga eléctrica positiva y otra negativa, parecida a los polos de un imán. El cloruro de sodio es una sal, en ésta se encuentran los iones sodio (Na^+) y cloruro(Cl^-), los cuales forman un sólido en forma de red.

Al disolver la sal, las moléculas de agua interaccionan con los iones de la red y los rodean, de modo que en el proceso rompen los enlaces que los mantenían unidos en el sólido.



El cambio notorio es que ya no existe el sólido, sino que sus componentes (los iones sodio y cloruro) están disueltos en agua.

Muchas otras sustancias también se disuelven en agua. Algunas de ellas son productos de actividad industrial que contienen iones de metales pesados, como cadmio (Cd^{2+}), mercurio (Hg^{2+}) o plomo (Pb^{2+}). Éstos siguen un proceso análogo al del cloruro de sodio, de este modo llegan a disolverse y, por lo tanto, contaminar el agua.

El agua de desecho de las industrias y otras actividades puede contener este tipo de sustancias y otras distintas, las cuales tienen un efecto perjudicial para los ecosistemas porque dañan, matan o alteran la flora y la fauna con efectos a corto, mediano y largo plazos. Estas actividades industriales y el manejo de desechos están regulados por las leyes apropiadas de cada país para evitar dichos efectos.

En un proceso similar al anterior, algunos gases provenientes de la combustión se combinan con el agua de la atmósfera en presencia de luz solar o rayos UV, por lo que ocurre la reacción en fase gaseosa, es decir, todos los reactivos son gases, y al interactuar entre sí producen ácidos:

$$H_2O_{(l)} + CO_{2(g)} \rightleftharpoons H_2CO_{3(ac)}$$

$$H_2O_{(l)} + H_2CO_{3(ac)} \rightleftharpoons HCO^{2-}_{3(ac)} + H_3O^+{}_{(ac)}$$

$$SO_{3(g)} + H_2O_{(l)} \rightarrow H_2SO_{4(l)}$$

Estas reacciones son conocidas y estudiadas desde hace varias décadas, mediante las cuales se forma la lluvia ácida. La lluvia ácida y el efecto invernadero son causados por la acción de gases en la atmósfera y su interacción con los ciclos naturales, como el del agua.

Los problemas ocasionados por algunas reacciones químicas son de gran impacto para la humanidad y para el mismo planeta. Si bien no hay una solución para erradicarlos por completo, sí hay alternativas que se pueden aplicar para disminuir los efectos adversos de la contaminación.

Debido a las acciones de los seres humanos, hay reacciones que afectan al medio ambiente; por ello, como sociedad se deben tomar acciones preventivas o de mitigación, por ejemplo, generar menos residuos provenientes de actividades como la quema de combustibles.

Las vitaminas, los minerales y el agua

Las vitaminas, los minerales y el agua son esenciales para el correcto funcionamiento del organismo; cuando hay deficiencia de algunas de estas sustancias, se presentan cuadros clínicos graves con consecuencias fatales. Por ejemplo, la vitamina C permite que algunas proteínas mejoren la estabilidad del colágeno en las células y, por consiguiente, que éstas se fortalezcan; cuando el consumo de dicha vitamina es deficiente, los tejidos son más susceptibles a la ruptura.
El hierro es un mineral que permite la producción de hemoglobina, proteína que transporta oxígeno a las células del cuerpo. Cuando el consumo de hierro es bajo, la oxigenación también lo es; esto desencadena debilidad y cansancio, es decir, síntomas de anemia.
En el caso del agua, cuando se consumen menores cantidades de las que requiere el organismo, hay desbalances en la tensión arterial y, por consecuencia, en el latido cardiaco.

Propiedades e importancia nutricional de las vitaminas, los minerales y el agua

Las vitaminas se clasifican, en cuanto a su solubilidad, en liposolubles e hidrosolubles. Son de vital importancia en muchas funciones del cuerpo, razón por la cual su ingesta deficiente o excesiva puede causar enfermedades.

Se les llama *minerales* a los elementos químicos que se encuentran presentes en alimentos tanto de origen animal como vegetal. En comparación con el agua y las vitaminas, éstos se encuentran en menor porcentaje dentro del cuerpo humano, pero aun así cumplen una función biológica elemental en el mismo. Algunos de estos minerales son hierro, calcio, magnesio, fósforo, zinc, yodo y selenio.

El agua es un líquido vital sin el cual no se realizarían funciones biológicas en el cuerpo. Entre otras cosas, gran parte de los nutrientes son solubles en ella y gracias a este líquido el organismo elimina los desechos.

Por ello es necesario ser conscientes de la importancia de las vitaminas, los minerales y el agua que requiere el organismo humano para funcionar.

Importancia de las vitaminas

Las vitaminas contribuyen al funcionamiento de las células y se encuentran en pequeñas cantidades en los alimentos. Sin ellas, el organismo humano puede sufrir cuadros clínicos graves, por ello es necesario su consumo. Algunas civilizaciones antiguas, como la egipcia, la griega y la latina, conocían de forma empírica los problemas de salud que se podían generar por la falta de consumo de algunos alimentos, aunque desconocían qué eran las vitaminas. Algunos ejemplos de padecimientos relacionados con la carencia de vitaminas en el cuerpo son los siguientes:

- Escorbuto (falta de vitamina C). Provoca la aparición de hematomas (moretones), encías sangrantes, debilidad, fatiga y sarpullido.
- Raquitismo (falta de vitamina D). Genera retraso en el crecimiento de los huesos, piernas arqueadas, debilidad y dolor en la columna vertebral, pelvis y piernas.
- Ceguera nocturna (falta de vitamina A). Produce dificultad para ver en la oscuridad.

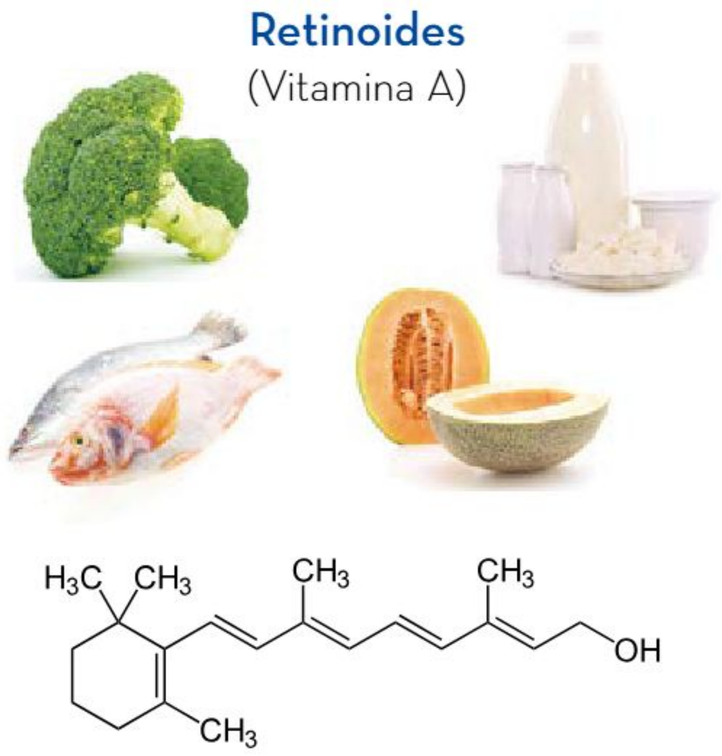
La necesidad de conocer más sobre los padecimientos provocados por una ingesta deficiente de vitaminas ha motivado su investigación científica. La mejor forma de incorporar las vitaminas al organismo es mediante una dieta balanceada. Existe la creencia de que se pueden obtener por exposición a la luz solar, pero esto sólo es válido para la producción de vitamina D, pues se estimula mediante la radiación ultravioleta; sin embargo, se debe tener cuidado de no exponerse demasiado para evitar quemaduras. Sólo en casos necesarios, las vitaminas se pueden consumir en dosis concentradas y deben ser administradas bajo prescripción médica.

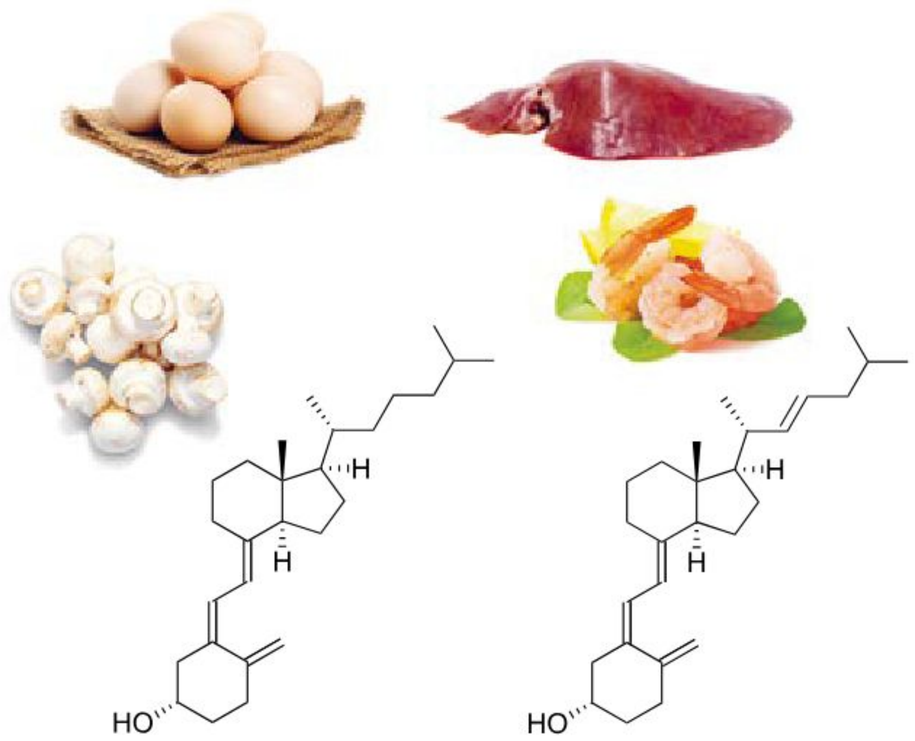
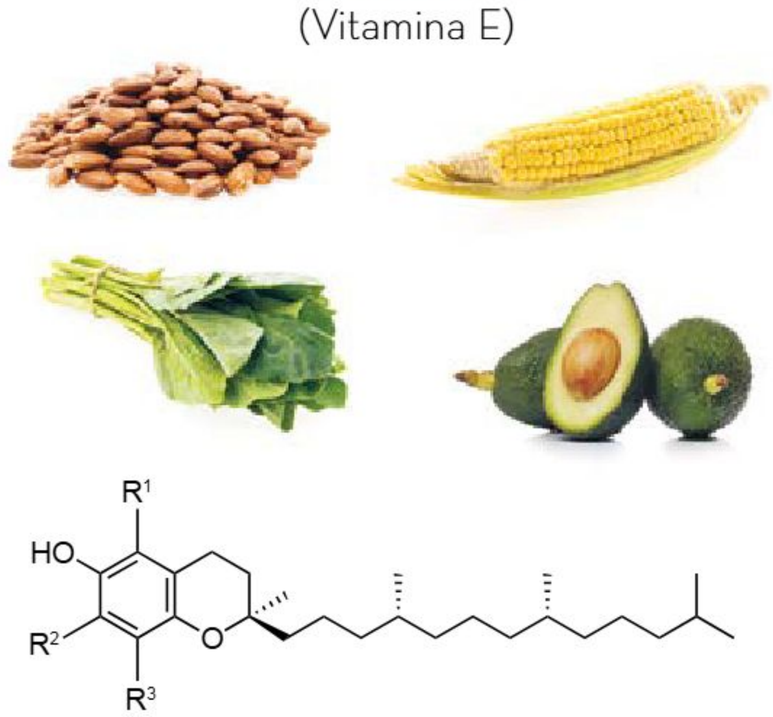
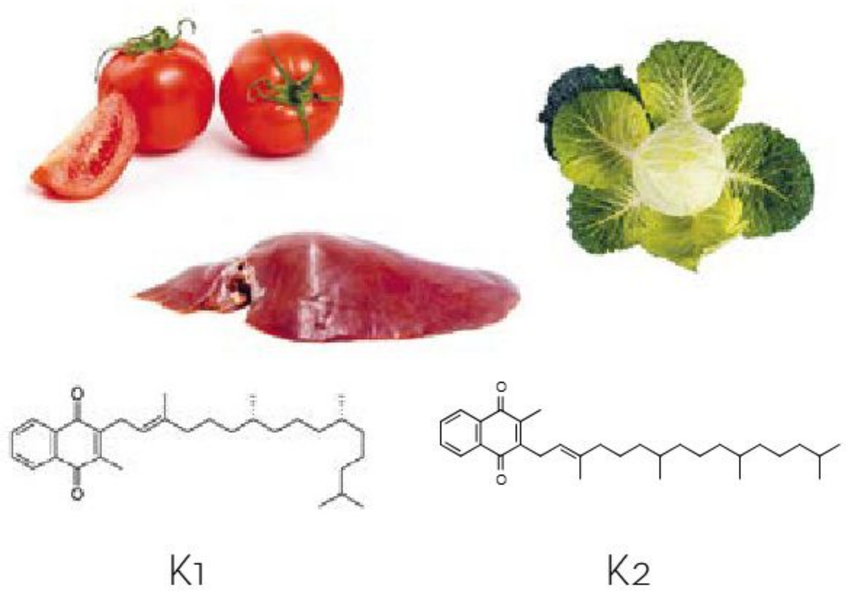
Existen 13 vitaminas esenciales que actúan en el control de diversas reacciones del anabolismo y catabolismo de los carbohidratos, proteínas y grasas, pero no proporcionan energía al organismo. La cantidad de vitaminas que se deben consumir diariamente varía de acuerdo con la edad, el sexo y, en el caso de las mujeres, el embarazo o la lactancia.

Las vitaminas se clasifican con base en su solubilidad: liposolubles (solubles en disolventes orgánicos y aceites) e hidrosolubles (solubles en agua).

Vitaminas liposolubles

Las vitaminas A, D, E y K son solubles en disolventes orgánicos (alcohol, benceno y cloroformo) y en aceites, pero insolubles en agua, razón por la cual son conocidas como *liposolubles*. En el cuerpo humano, estas vitaminas son retenidas en el tejido adiposo (principalmente del hígado). A continuación, se presenta una tabla con las fuentes donde se pueden obtener, la función que tienen y las enfermedades asociadas a su consumo.

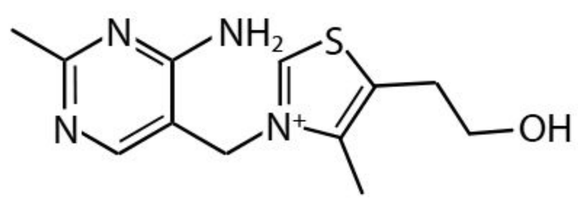
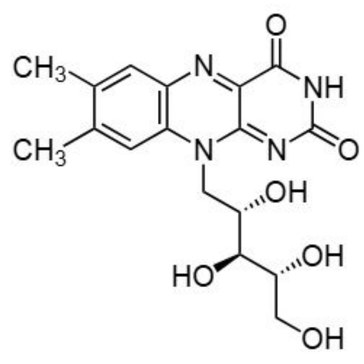
Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Retinoides (Vitamina A) 	Alimentos de origen animal como hígado, lácteos, huevo y pescado, y alimentos de origen vegetal como melón, mango, brócoli y espinacas	Es relevante para la visión, el cuidado del sistema inmunológico y el crecimiento.	Cuando su consumo es deficiente, se producen problemas de crecimiento corporal y mal funcionamiento de los sistemas respiratorio, visual, reproductivo, urinario, óseo y dental.

Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Ergocalciferol y colecalciferol (Vitaminas D2 y D3) 	Por estímulo de la luz ultravioleta o mediante el consumo de alimentos como lácteos, huevo, hígado, mariscos y hongos	Permite la absorción de calcio y fósforo en los intestinos para llevarlos a los huesos.	Su deficiencia provoca raquitismo, una mala formación de los huesos. El exceso de esta vitamina provoca aumento de calcio en el plasma de la sangre, lo cual daña los riñones, tejidos blandos y huesos.
Tocoferoles (Vitamina E) 	Semillas, aceites, almendras, germen de trigo, maíz, espinaca, aguacate y brócoli	Actúa como antioxidante natural, ayuda al sistema inmunológico a prevenir infecciones y evita el envejecimiento de la piel.	La deficiencia en esta vitamina causa daños musculares y nerviosos.
Filoquinona y menaquinona (Vitaminas K1 y K2) 	Alimentos de origen animal como hígado y huevo, y alimentos de origen vegetal como jitomate, brócoli, col y espinaca	Interviene en la cadena de coagulación de la sangre.	La ausencia de vitamina K produce problemas en el hígado y de cicatrización en las heridas, así como moretones.

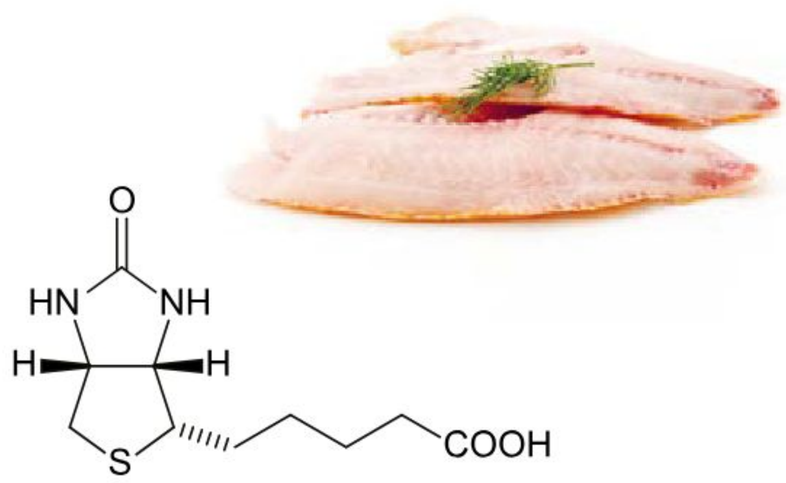
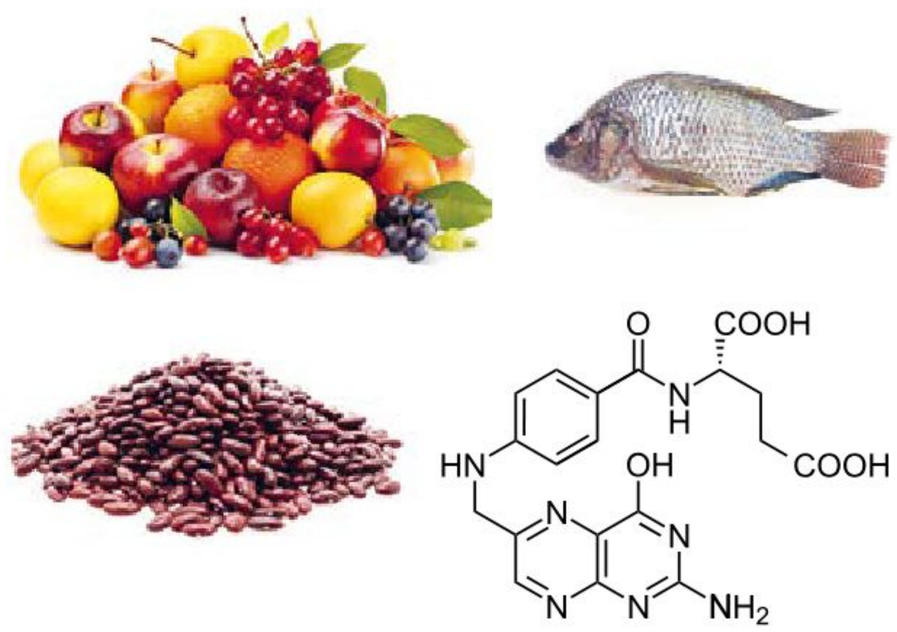
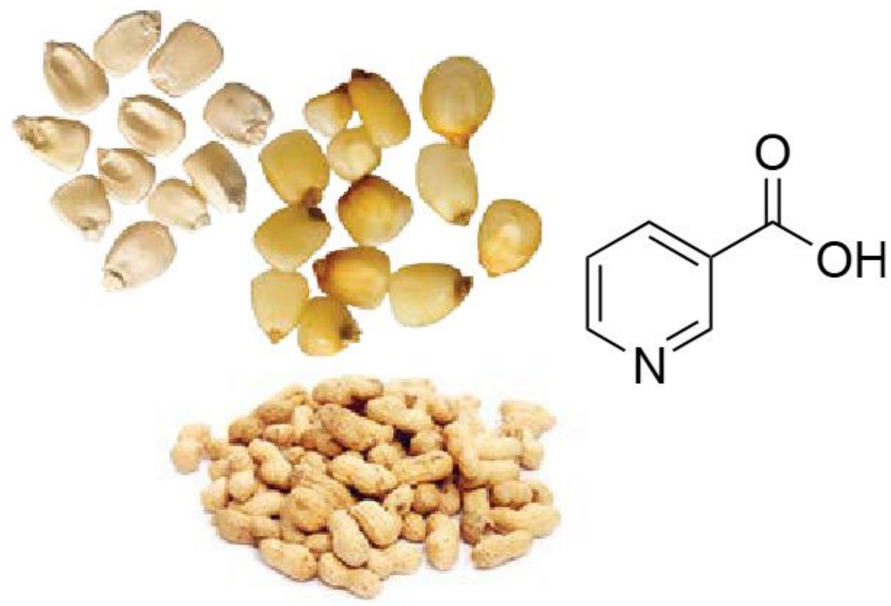
Vitaminas hidrosolubles

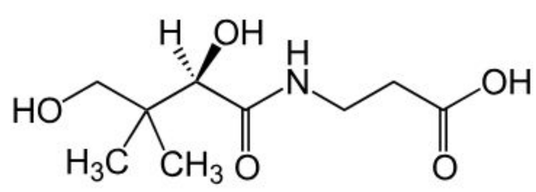
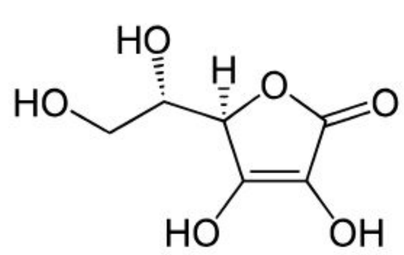
El cuerpo humano tiene una baja capacidad para almacenar las vitaminas solubles en agua, las cuales se desechan rápidamente por la orina, por ello es necesario incluirlas con frecuencia en la alimentación. Estas vitaminas están constituidas por el complejo B y, por lo general, se encuentran juntas en alimentos de origen vegetal.

En la siguiente tabla se observan las fuentes en donde se pueden obtener, la función que tienen y las enfermedades asociadas a su consumo.

Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Tiamina (Vitamina B1) 	Cereales integrales y sus derivados enriquecidos, germen de trigo y carne de res y cerdo	Ayuda al cuerpo a producir energía por medio del metabolismo de aminoácidos, carbohidratos y glucosa.	Su deficiencia origina beriberi, enfermedad que se distingue por la pérdida de la memoria, dificultad para hablar e incapacidad para ciertos movimientos musculares, y polineuritis, inflamación simultánea de varios nervios, además de otros padecimientos, como problemas gastro-intestinales, cardiovasculares y del sistema nervioso.
Riboflavina (Vitamina B2) 	Hígado, corazón y riñón de animales, leche, queso, levadura de cerveza, vegetales de hoja verde y champiñones	Es relevante para la conversión de energía en las células del organismo, el metabolismo hepático, el desarrollo embrionario y la envoltura de los nervios.	Su deficiencia produce dermatitis seborreica (la piel se pone escamosa o rojiza), vascularización corneal (problemas de la vista) y coloración anormal de la lengua.

Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Piridoxina (Vitamina B6)	Hígado, pescado, pollo, cerdo, plátanos y granos integrales	Participa en la formación de anticuerpos en la sangre.	Su deficiencia puede causar desórdenes nerviosos, convulsiones y neuropatías.
Cobalamina (Vitamina B12)	Productos de origen animal, ya que los microorganismos contenidos en el sistema digestivo de los animales la producen. También se obtiene del pescado, huevo, pollo, mariscos, carnes rojas y productos lácteos.	Ayuda a mantener las células neuronales.	Su deficiencia puede provocar anemia; incluso los vegetarianos estrictos y también los niños amamantados por madres vegetarianas pueden presentar problemas de anemia si no encuentran un suplemento adecuado.

Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Biotina (Vitamina B7) 	Está presente en la levadura de cerveza deshidratada y en alimentos de origen animal, como el hígado, riñón, carne de cerdo y pescado. También es posible consumirla en los cereales.	Es auxiliar en el metabolismo energético de carbohidratos, proteínas y grasas.	El cuerpo humano es capaz de sintetizarla, por lo que rara vez se presentan descompen-saciones. En caso de darse, se puede producir fatiga, depresión, náuseas, dermatitis y dolores musculares.
Ácido fólico (Vitamina B9) 	Hígado, carne de res, pollo, pescados, legumbres, frutas y verduras	Mejora la fluidez de la sangre.	Su deficiencia puede causar cansancio, sueño excesivo y estreñimiento. Si ocurre durante el embarazo, los recién nacidos pueden desarrollar malformaciones, como espina bífida.
Niacina (Vitamina B3) 	Carne de res, queso, maíz nixtamalizado, cereales y cacahuates	Es útil para el metabolismo del colesterol y el sistema nervioso; además, mantiene sana la piel.	Su ausencia en el organismo causa pelagra (del italiano, "piel quebrada"), la cual ocasiona diarrea, dermatitis y demencia, por ello se le conoce como la enfermedad de las 3D.

Vitamina	Fuentes de obtención	Función	Enfermedades asociadas a su consumo
Ácido pantoténico (Vitamina B5) 	Cereales, levaduras, carne de puerco, pescado y leguminosas	Es útil para el metabolismo ya que ayuda a procesar las grasas.	En caso de ausencia en el organismo, los síntomas que se presentan son fatiga, náuseas, problemas de sueño y ardor en los pies y las piernas.
Ácido ascórbico (Vitamina C) 	Verduras y frutas, como brócoli, guayaba y cítricos	Ayuda a la síntesis del colágeno, proteína necesaria para la formación de los huesos, cartílagos, paredes capilares de los vasos sanguíneos y dentina de los dientes.	Su baja presencia en el organismo puede provocar escorbuto, enfermedad que vuelve a las personas susceptibles a contraer infecciones; también provoca inflamación articular, hemorragias subcutáneas y debilitamiento de los huesos.

Importancia de los minerales

En los seres vivos se ha reconocido la presencia de elementos químicos que no forman parte de las moléculas de carbohidratos, lípidos y proteínas. No obstante, son fundamentales, ya que tienen funciones estructurales, como el calcio; estabilizadoras de los líquidos corporales, como el sodio, el potasio y el cloro, y de regulación, como el manganeso, que activa las proteínas para la producción de condroitina, proteína que forma los cartílagos, es decir, los tejidos que protegen a los huesos.

En conjunto, los minerales representan aproximadamente 4% de la masa corporal del cuerpo humano. Se clasifican en macrominerales y microminerales

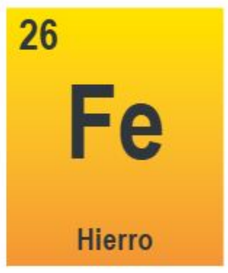
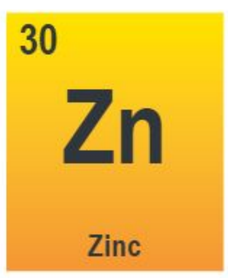
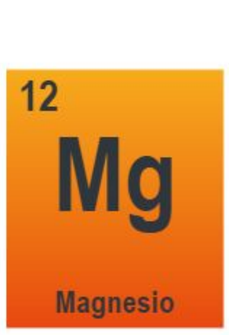
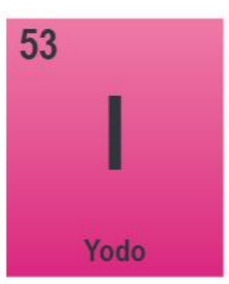
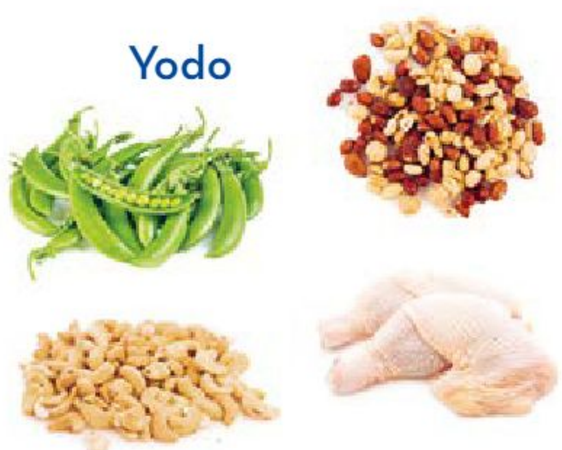
según la cantidad del requerimiento en la dieta cotidiana. Los macrominerales son los elementos químicos que se requieren en mayor proporción, entre ellos se encuentran el calcio (Ca), fósforo (P), magnesio (Mg), sodio (Na), potasio (K), cloro (Cl) y azufre (S). Es importante aclarar que el calcio constituye 2% y el fósforo casi 1% del total del cuerpo humano. Entre los microminerales, elementos que se necesitan en proporciones menores, se encuentran el hierro (Fe), manganeso (Mn), cobre (Cu), yodo (I), zinc (Zn), cobalto (Co), flúor (F) y selenio (Se).

Los minerales actúan en el organismo de diferentes maneras: como formadores de tejidos rígidos (Ca, P, F, Mg); como sintetizadores de enzimas (Mn, Zn, Cu, Mo, Na); como parte de vitaminas, hormonas y proteínas como la mioglobina y la hemoglobina (Co, I, Fe); como reguladores de presión osmótica entre fluidos celulares, es decir, ocasionan que la concentración de iones en el interior y exterior de la célula sea la misma (Na^+, K^+, Cl^-), y como parte de algunas macromoléculas (S, P, Fe).

Se encuentran en productos de origen animal y vegetal. Con una dieta balanceada y variada se obtiene la mayor parte de los minerales.

A continuación, se muestran las fuentes de donde se obtienen y la función que tienen en el cuerpo humano.

Mineral	Alimentos donde se encuentra	Importancia en la salud humana
Calcio	Lácteos, sardinas, tortillas, amaranto y peces pequeños como los charales	Interviene en la coagulación de la sangre, la contracción muscular, la transmisión de impulsos nerviosos y el crecimiento de los infantes.
Fósforo	Lácteos, cereales, pollo, pescado, huevos y legumbres	Forma parte de la estructura ósea y dental, se encuentra en la estructura del ADN, es fundamental en los procesos metabólicos del organismo y ayuda a regular el pH de la sangre y las células.
Cloro y sodio	Sal de mesa, carnes, huevos y espinacas	Ambos forman parte del plasma sanguíneo; además, el cloro se utiliza para la síntesis del ácido clorhídrico estomacal y el sodio ayuda a la contracción muscular.

Mineral	Alimentos donde se encuentra	Importancia en la salud humana
Hierro 	Res, pollo, pescado, granos, leguminosas y vegetales	Forma parte importante de la proteína hemoglobina en los glóbulos rojos. Su función es llevar el oxígeno de los pulmones a todos los tejidos a través de la sangre. Su baja concentración en el cuerpo puede provocar anemia.
Zinc 	Carne, pescados, mariscos, huevos y legumbres	La deficiencia de zinc causa la pérdida del apetito y problemas de crecimiento en los niños.
Magnesio 	Legumbres y semillas	Participa en la formación de huesos y dientes.
Yodo  	Res, pollo, pescado, granos, leguminosas y vegetales	Se relaciona con la hormona tiroidea, encargada de regular la temperatura corporal, el consumo de energía y, en cierta medida, el apetito, el sueño y el carácter.

Importancia del agua

El agua no es un nutrimento, ya que no aporta energía al cuerpo humano. No obstante, es imprescindible para conservar la salud, ya que regula la temperatura corporal, disuelve y transporta sustancias esenciales y permite que en la célula se realicen las reacciones químicas metabólicas.

Entre 60% y 70% de la masa corporal del cuerpo humano corresponde al agua que contiene. Diariamente, los seres humanos pierden agua con el sudor, la orina, las heces y el vapor desechado en la respiración. Por lo tanto, es esencial tomar, aproximadamente, 2.5 l diarios para recuperar el líquido perdido y evitar la deshidratación. El consumo ideal de agua varía conforme la edad de la persona, la actividad física que realice y las condiciones ambientales.

La cantidad de agua que necesita el cuerpo humano se obtiene principalmente mediante la ingesta de líquidos y, en menor medida, del consumo de alimentos, es decir, el promedio de consumo de agua también incluye la que proporcionan alimentos como los vegetales, las frutas y la leche. Lo recomendable es beber agua simple y evitar las bebidas con altos contenidos de calorías y azúcares.

Es importante consumir agua a lo largo del día, aunque no se tenga sed de forma notoria, para evitar la pérdida excesiva de líquido o la deshidratación. La falta de agua puede provocar debilidad, pérdida de apetito, boca seca, aumento del trabajo cardiaco, menor rendimiento físico, dificultad para concentrarse, enrojecimiento de la piel, dolor de cabeza, apatía o ansiedad. Estos síntomas se pueden presentar con una deshidratación equivalente a 2% o 3% del peso de la masa corporal total. Con una pérdida de agua mayor a 10%, los individuos pueden desarrollar convulsiones, daño cerebral o incluso morir.

Tampoco es saludable tomar agua en exceso, pues la hiperhidratación provoca retención de líquidos en el cuerpo al no poder eliminar el exceso mediante las pérdidas por la orina, lo cual produce hiponatremia o baja concentración de sodio en la sangre, que puede ser mortal. Sus síntomas son náuseas, vómitos, cefalea (dolor de cabeza), mareo, contracciones musculares y convulsiones.

El agua consumida por el ser humano debe ser potable. Tomarla directamente de la llave no es saludable porque puede producir enfermedades gastrointestinales por las sustancias químicas, bacterias y parásitos provenientes de las tuberías por donde fluye. Aunque en el mercado existen numerosos filtros, no es cien por ciento seguro que puedan dar un buen tratamiento, sobre todo cuando los usuarios no les proporcionan el mantenimiento adecuado.

La Norma Oficial Mexicana NOM-043-SSA2-2012 define el agua simple potable como “la que no contiene contaminantes físicos, químicos ni biológicos, es incolora, insípida e inolora y no causa efectos nocivos al ser humano” (Diario Oficial de la Federación, 22 de enero de 2013, Primera Sección, p. 27).

El agua es un recurso renovable; sin embargo, debido al tiempo en el cual ocurre el ciclo hidrológico, esta afirmación requiere una reflexión, pues el volumen de aguas negras y residuales aumenta de manera acelerada conforme disminuye la proporción de agua dulce y potable del mundo.

Cada vez es más difícil conseguir agua potable, además de que las técnicas de tratamiento y potabilización son muy costosas. Por otro lado, las nuevas tecnologías sólo tratan volúmenes pequeños; por tal motivo, es necesario cuidar este recurso para garantizar su disponibilidad en la sociedad.

Debe destacarse la necesidad de promover el consumo de agua simple potable y la de reducir la ingesta de bebidas azucaradas, a fin de mejorar las condiciones de salud, pues la hidratación es vital para el metabolismo del cuerpo humano.

Una dieta variada y balanceada es clave para obtener todos los minerales y las vitaminas que el cuerpo necesita para realizar de forma correcta sus funciones biológicas, además de prevenir padecimientos. En caso de detectar alguna deficiencia o exceso, es recomendable acudir con un especialista para que él sea quien valore la cantidad adecuada, la cual prescribirá bajo receta médica.

Las vitaminas, los minerales y el agua son esenciales para las funciones vitales del organismo. Si su consumo no es el adecuado, se pueden presentar enfermedades.

Entre las vitaminas existen dos grupos: hidrosolubles y liposolubles. Es necesario ingerir alimentos que las proporcionen para la conservación estructural y para el buen funcionamiento de los diferentes sistemas del organismo.

En el caso de los minerales (sean macrominerales o microminerales), es relevante remarcar que, aunque se requieran cantidades mínimas de ingesta, son fundamentales para soportar y estabilizar el interior del organismo, y para desencadenar procesos metabólicos que permitan el funcionamiento óptimo del cuerpo.

Finalmente, es importante el seguimiento de una dieta balanceada para evitar enfermedades, sea por sobreconsumo o baja ingesta de agua, vitaminas y minerales.

Créditos bibliográficos

Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (s. f.). "El ciclo del dióxido de carbono". Disponible en https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjl-eq9tt3_AhVPI0QIHY46BQ4QFnoECCMQAQ&url=https%3A%2F%2Fclimate.nasa.gov%2Fsystem%2Fdownloadable_items%2F300_Carbon_Cycle_04_20_20_Espanol.pdf&usg=AOvVaw2TRr6lT2kVJdAxQMGMDvZC&opi=89978449 (Consultado el 5 de julio de 2023).

Aïvanhov, Omraam Mikhaël (2019). *El lenguaje de las figuras geométricas,* [1989], Barcelona, Ediciones Prosveta (Izvor, 218).

Álvarez, Ilse *et al.*, eds. (2012). *Ciencia y tecnología. Apuntes para su reflexión en la historia de México,* México, Sociedad Mexicana de Historia de la Ciencia y la Tecnología. Disponible en http://repositorio.fciencias.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/11154/139802/Ciencia%20y%20tecnologia.%20Apuntes%20para%20su%20reflexión%20en%20la%20historia%20de%20México%20%281%29.pdf?sequence=1 (Consultado el 18 de abril de 2023).

Álvarez-Saucedo, Roberto *et al.* (2018). "Efecto de la administración de vitamina K en las complicaciones asociadas con enfermedad hepática crónica terminal", en *Medicina interna de México,* vol. 34, núm. 4, pp. 551-556. Disponible en https://doi.org/10.24245/mim.v34i4.1898 (Consultado el 5 de julio de 2023).

Aréchiga, Hugo y Carlos Beyer, coords. (1999). *Las ciencias naturales en México,* México, Fondo de Cultura Económica.

Argueta Villamar, Arturo *et al.*, coords. (2011). *Saberes colectivos y diálogo de saberes en México,* México, UNAM / Universidad Iberoamericana Puebla. Disponible en http://ru.iiec.unam.mx/2170/1/INR%20Saberes%20CRIM%20pdf.pdf (Consultado el 18 de abril de 2023).

Buser, Peter y Antonio F. Costa Gónzalez (2018). *Geometría básica,* Alcorcón, Sanz y Torres.

Carpinetti, Bruno, coord. (2013). *Introducción al desarrollo sustentable,* Buenos Aires, Universidad Nacional Arturo Jauretche.

Castillo-Velarde, Edwin (2019). "Vitamina C en la salud y en la enfermedad", en *Revista de la Facultad de Medicina Humana,* vol. 19, núm. 4, pp. 95-100. Disponible en http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2308-05312019000400014 (Consultado el 5 de julio de 2023).

Chang, Raymond y Jason Overby (2017). *Química,* México, McGraw Hill.

Comisión Federal para la Protección contra Riesgos Sanitarios (31 de diciembre de 2017). "Sal yodada fluorurada". Disponible en https://www.gob.mx/cofepris/acciones-y-programas/sal-yodada-fluorurada (Consultado el 5 de julio de 2023).

Crespo Garay, Cristina (17 de octubre de 2019). "Las renovables generan por primera vez más electricidad que los combustibles fósiles en Reino Unido", en *National Geographic.* Disponible en https://www.nationalgeographic.es/medio-ambiente/2019/10/las-renovables-generan-por-primera-vez-mas-electricidad-que-los-combustibles-fosiles-en-reino-unido (Consultado el 24 de mayo de 2023).

Deossa-Restrepo, Gloria Cecilia *et al.* (2017). "Conocimientos y uso del sodio en la alimentación de los adultos de Medellín (Colombia)", en *Perspectivas en Nutrición Humana,* vol. 19, núm. 1, pp. 55-65. Disponible en https://revistas.udea.edu.co/index.php/nutricion/issue/view/2958/861 (Consultado el 14 de diciembre de 2023).

Disalvo, Liliana *et al.* (2019). "Deficiencia de vitamina A y factores asociados en niños preescolares de la periferia de la ciudad de La Plata, Buenos Aires", en *Archivos argentinos de pediatría,* vol. 117, núm. 1, pp. 19-25. Disponible en https://dx.doi.org/10.5546/aap.2019.19 (Consultado el 5 de julio de 2023).

Fuentes Barría, Héctor *et al.* (2019). "Efectos de la suplementación con vitamina E en la reducción del dolor muscular de inicio retardado. Una revisión narrativa", en *Perspectivas en Nutrición Humana,* vol. 21, núm. 2, pp. 219-227. Disponible en https://doi.org/10.17533/udea.penh.v21n2a07 (Consultado el 5 de julio de 2023).

Fundación Aquae (22 de septiembre de 2021). "¿Qué es la contaminación ambiental?". Disponible en https://www.fundacionaquae.org/wiki/causas-contaminacion-ambiental/ (Consultado el 5 de julio de 2023).

____ (28 de diciembre de 2021). "Tipos de contaminación y sus principales consecuencias". Disponible en https://www.fundacionaquae.org/wiki/tipos-contaminacion/ (Consultado el 5 de julio de 2023).

Fundación Carlos Slim (24 de febrero de 2023). "Geometría. Criterios de congruencia de triángulos", en *PruébaT.* Disponible en https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/87bd0bd4f8c62bb3e30ec0684346cc67/141196 (Consultado el 28 de junio de 2023).

Fundación Colombia Crece (2020). "[Pensamiento variacional - Matemáticas 9] ColombiaCrece" [video]. Disponible en https://www.youtube.com/watch?v=5NJFExJGhN8 (Consultado el 30 de junio de 2023).

Gibbens, Sara (30 de mayo de 2022). "¿Por qué las energías renovables pueden suponer una amenaza para la biodiversidad?", en *National Geographic*. Disponible en https://www.nationalgeographic.es/medio-ambiente/2022/05/por-que-las-energias-renovables-pueden-suponer-una-amenaza-para-la-biodiversidad (Consultado el 14 de diciembre de 2023).

González Becerra, Bertha Leticia y Manuel Pio Rosales Almendra (2020). *Álgebra elemental*, Guadalajara, Universidad de Guadalajara.

Hall, Shanon (9 de agosto de 2018). "¿Podría el supervolcán de Yellowstone ser una fuente de energía geotérmica?", en *National Geographic*. Disponible en https://www.nationalgeographic.es/medio-ambiente/2018/08/supervolcan-yellowstone-fuente-energia-geotermica (Consultado el 24 de mayo de 2023).

Hosler, Dorothy (2022). "La tecnología de la metalurgia sagrada del occidente de México", en *Arqueología Mexicana*, vol. 5, núm. 27, pp. 34-41. Disponible en https://arqueologiamexicana.mx/mexico-antiguo/la-tecnologia-de-la-metalurgia-sagrada-del-occidente-de-mexico (Consultado el 18 de abril de 2023).

Instituto Mexicano del Seguro Social (2019). "Consumo excesivo de sodio, factor de riego para el desarrollo de hipertensión, problemas en corazón, cerebro y riñones". Disponible en http://www.imss.gob.mx/prensa/archivo/201911/486#:~:text=Exceder%20el%20consumo%20de%20sal,de%20presentar%20c%C3%A1ncer%20g%C3%A1strico%20o (Consultado el 24 de mayo de 2023).

Jiménez Jiménez, Rubén (2023). "Funciones: más allá del libro de texto". Disponible en http://www.iesarangurenavila.com/files/ruben/public/jerezp/index.html (Consultado el 1 de junio de 2023).

Kathryn, Gregory (2001). "El ciclo del carbono", en *Lamont-Doherty Climate Observatory*. Disponible en https://www.ldeo.columbia.edu/users/gregory/CicloCarbono.pdf (Consultado el 5 de julio de 2023).

Kaufmann, Jerome E. y Karen L. Schwitters (2018). *Álgebra elemental*, México, Cengage.

Khan Academy (2023). "Problemas verbales: resolver ecuaciones cuadráticas" [curso virtual], en *Álgebra I - Preparación Educación Superior*. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/algebra-i-pe-pre-u/xcf551cef49d842ce:ecuaciones-cuadraticas-y-bicuadradas/xcf551cef49d842ce:problemas-sobre-ecuaciones-cuadraticas/e/word-problems--quadratic-equations (Consultado el 28 de junio de 2023).

____ (2023). "Demostrar el criterio LLL de congruencia de triángulos mediante transformaciones" [video], en *Geometría*. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-congruence/hs-geo-triangle-congruence/v/proving-the-sss-triangle-congruence-criterion-using-transformations (Consultado el 28 de junio de 2023).

____ (2023). "Reconocer las funciones lineales" [video], en *8.° grado*. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-linear-equations-functions/linear-nonlinear-functions-tut/v/recognizing-linear-functions (Consultado el 28 de junio de 2023).

____ (2023). "Introducción a la semejanza de triángulos" [video], en *Geometría*. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-similarity/hs-geo-triangle-similarity-intro/v/similar-triangle-basics (Consultado el 28 de junio de 2023).

____ (2022). "Reparto proporcional" [curso virtual], en *Aritmética - Preparación Educación Superior*. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/aritmetica-pe-pre-u/xce51e392da300f11:razones-y-proporciones/xce51e392da300f11:reparto-proporcional/a/6121-artculo-reparto-proporcional (Consultado el 28 de junio de 2023).

Kotz, Jhon *et al.* (2005). *Química y reactividad química*, México, Thomson Learning.

Lozano Jiménez, Lorenzo (2023). "Desarrollo plano, área y volumen de un PRISMA RECTO", en *GeoGebra*. Disponible en https://www.geogebra.org/m/urTWGP9s (Consultado el 1 de junio de 2023).

Lozano Jiménez, Yenny Yolanda y Ruth Mélida Sánchez Mora (2020). "Canales de calcio como blanco de interés farmacológico", en *Nova*, vol. 18, núm. 34, pp. 57-76. Disponible en https://hemeroteca.unad.edu.co/index.php/nova/article/view/3926/4036 (Consultado el 22 de agosto de 2024).

Manzanos, Inés *et al.* (2022). "Vitamina D: entre el brillo del sol y la oscuridad de la depresión", en *Revista Colombiana de Psiquiatría*, vol. 51, núm. 3, pp. 199-205. Disponible en https://doi.org/10.1016/j.rcp.2020.08.002 (Consultado el 5 de julio de 2023).

National Geographic (9 de noviembre de 2017). "¿Cuáles son los efectos del calentamiento global?". Disponible en https://www.nationalgeographic.es/medio-ambiente/efectos-calentamiento-global-posibles-soluciones (Consultado el 24 de mayo de 2023).

____ (17 de noviembre de 2022). "Cómo se relaciona la contaminación del aire con el cáncer de pul-

món". Disponible en https://www.nationalgeographicla.com/medio-ambiente/2022/11/como-se-relaciona-la-contaminacion-del-aire-con-el-cancer-de-pulmon (Consultado el 14 de diciembre de 2023).

____ (28 de abril de 2023). "¿Qué es la lluvia ácida y por qué se produce?". Disponible en https://www.nationalgeographic.es/medio-ambiente/lluvia-acida (Consultado el 24 de mayo de 2023).

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (s. f.). *Conocimientos y usos relacionados con la naturaleza y el universo*. Disponible en https://ich.unesco.org/es/conocimientos-relacionados-con-la-naturaleza-00056 (Consultado el 18 de abril de 2023).

____ (2023). *Objetivos y metas de desarrollo sostenible*. Disponible en https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/sustainable-development-goals/ (Consultado el 5 de julio de 2023).

Organización Panamericana de la Salud (2022). *Metodología de los diálogos de saberes. Manual para facilitadores*, Washington, OPS. Disponible en https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/55746/9789275324745_spa.pdf?sequence=1&isAllowed=y (Consultado el 18 de abril de 2023).

Peña Sánchez, Edith Yesenia y Lilia Hernández Albarrán (2013). *Entre saberes ancestrales y conocimientos contemporáneos: Las representaciones y prácticas curativas en Suchitlán, Comala, Colima*, México, Secretaría de Cultura-INAH. Disponible en http://mediateca.inah.gob.mx/repositorio/islandora/object/libro%3A728 (Consultado el 18 de abril de 2023).

Portal académico CCH (2017). "Compuestos", en *Química 1*. Disponible en https://e1.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/quimica1/unidad1/reaccionesQuimicas/compuestos (Consultado el 5 de julio de 2023).

____ (2023). *Problemas con ecuaciones cuadráticas*. Disponible en https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas2/unidad1/ecuacionescuadraticas (Consultado el 18 de abril de 2023).

Resepo, Helena E. y Hernán Málaga (2001). *Promoción de la salud: cómo construir vida saludable*, Bogotá, Médica Panamericana.

Todd, Luis Eugenio *et al.* (2009). *Breve historia de la ciencia en México*, Monterrey, Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Nuevo León.

Whitten, Kenneth W. *et al.* (2015). *Química*, México, Cengage Learning.

Créditos iconográficos

Cartografía

José Luis Paniagua Torres: **pp.** 301-302.

Fotografía

p. 15: comparación de icosaedro truncado y balón de futbol, fotografía de Aaron Rotenberg, bajo licencia CC BY-SA 4.0; **p. 56:** (ab.) triángulo 2, fotografía de Ted McGrath, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; **p. 58:** (arr.) escuadra arquitectos, en Lancelot Hogben, *Hogben Matemáticas para el Million*, 4ª edición, Internet Archive, bajo licencia CC0; (centro) Libro I. Proposiciones 47-48. *Teorema de Pitágoras, su inverso*, siglo XVI, folio 31v-folio 32r, Foto: © Bibliotecas Bodleian, Universidad de Oxford, bajo licenia CC-BY-NC 4.0; (ab) Teano de Crotona, fotografía de Vicenç Valcárcel Pérez, bajo licencia CC BY-SA 4.0; **p. 154:** (A) caminar, fotografía de Ted McGrath, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; (C) niños jugando futbol, fotografía del Gobierno de Zapopan, bajo licencia CC BY-NC 2.0; (E) atletismo, fotografía de LEGADO, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; **p. 158:** (ab.) peces muertos, fotografía de Ria Tan, bajo licencia CC BY-NC-ND 2.0; **p. 159:** pirámide Tajín, fotografía de Fperezgo, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 161:** (arr.) refinería, fotografía de Luisovalles, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 165:** superficie óxido, fotografía de Antón Osolev, bajo licencia CC BY-NC2.0; **p. 193:** dios Anubis, fotografía de Ignati, bajo licencia CC0; **p. 194:** Demócrito, grabado de L. Vorsterman después P. P. Rubens, 1577-1640, ID. 2450i, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; **p. 196:** (arr.) Robert Boyle, 1708, A. Tardieu después J. Kerseboom, grabado punteado, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; (centro) Johann Joachim Becher, J.G. Krügner (1700-1799), grabado, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; (ab.) Georg Ernst Stahl, 1975, grabado, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; **p. 197:** Antoine Laurent Lavoisier, 1812, J. Chapman, grabado punteado, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; **p. 198:** *Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794)* y *Marie Anne Lavoisier (Marie Anne Pierrette Paulze, 1758-1836)*, 1788, Jacques-Louis David (1748-1825), óleo sobre lienzo, 259.7 cm × 194.6 cm, © Museo Metropolitano de Arte, ID: 1977.10; **p. 200:** Laboratorio Miramontes, *ca.* 1949, fotografía del Instituto de Química/UNAM, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 201:** Evangelina Villegas Moreno 1991-1992, foto-

grafía de Repositorio CIMMYT, bajo licencia CC BY-NC-ND 4.0/.org; **p. 202:** (arr.) Mario Molina, fotografía de Foro Económico Mundial, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; (ab.) Dr. Francisco Gonzalo Bolívar Zapata, fotografía de Aocadiz, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 228:** tabla periódica de Mendeleev, 1871, fotografía de NikNaks, bajo licencia CC0; **p. 229:** (arr.) Antoine Laurent Lavoisier, J. L. David, litografía, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; (centro) Jöns Jacob Berzelius, 1850, A. Farcy, litografía, Wellcome Collection, bajo licencia CC0; (ab.) Retrato de Johann Wolfgang Doebereiner, Carl August Schwerdgeburth (1785-1878), biblioteca del Instituto Smithsonian; **p. 230:** (A) Alexandre-Emile Béguyer de Chancourtois, Biblioteca Nacional de Francia; (B) John Alexander Reina Newlands; (C) Julius Lothar Meyer (1830-1895), 1895, biblioteca del Instituto Smithsonian, ID: SIL14-M003-06; (D) Dimitri Ivanovich Mendeleev, G. J. Stodart, grabado Wellcome Collection, bajo licencia CC0; (E) Alfred Werner, fotografía de Franz Schmelhaus, Zürich, bajo licencia CC0; **p. 231:** (arr.) tabla Julius Lothar Meyer, 1864; **p. 234:** (A) oro, fotografía de James St. John, bajo licencia CC BY 2.0; (B) antimonio, fotografía de James St. John, bajo licencia CC BY 2.0; (C) plata, fotografía de Mauro Cateb, bajo licencia CC BY-SA 3.0; (D) carbono, fotografía de Alchemist-hp, bajo licencia FAL; (E) silicio, fotografía de Enricoros, bajo licencia CC0; (F) argón, fotografía Deglr6328, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 238:** proteína aminoácidos, bajo licencia CC BY-NC 3.0; **p. 246:** (A) refinería, fotografía de Repsol, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; (C) sublimación hielo, fotografía de Alessandro e Damiano, bajo licencia CC BY 4.0; (D) sublimación Yodo, fotografía de Wisewire, bajo licencia CC BY 2.0; **p. 273:** (arr.) gas, fotografía de Ervins Strauhmanis, bajo licencia CC BY 2.0; **p. 281:** (F) café, fotografía de Marco Verch Professional Photographer, bajo licencia CC BY 2.0; **p. 282:** (izq. a der.) titulación o valoración I; valoración II; valoración III, fotografías de Kentucky Country Day, bajo licencia CC BY-NC 2.0; **p. 294:** fuego cambio de hábitos, fotografía de Jean-Pierre Dalbéra, bajo licencia CC BY 2.0; **p. 295:** (arr.) *Interior de la Mina de Raya, Gto.*, 1840, Daniel Thomas Egerton, estampa, 40 cm × 56.8 cm, Museo Nacional de Arte, ID: 19639; (centro y ab.) *Códice Badiano*, Wellcome Collection, bajo licencia CC BY 4.0; **p. 296:** (ab.) *Los gnomos alquimistas*, 1912, Luis Menéndez Pidal, óleo, Museo Nacional del Prado, ID. P007813; **p. 297:** (cen.) Teotihuacan, fotografía de Ricardo David Sánchez, bajo licencia CC BY-SA 3.0; **p. 298:** mujer maya telar Ixchel travesía sagrada, Xcaret Quintana Roo, fotografía de Hugo Ortuño Suárez; **p. 301:** *Revolución industrial*, Edmund Kregczy, bajo licencia CC BY-NC-SA 4.0; **p. 304:** Cumbre de Río 1992, fotografía bajo licencia CC BY-SA 4.0; **p. 305:** optimización riego, fotografía de FAO Américas, bajo licencia CC BY-NC-SA 2.0; **p. 321:** (E) retinoides, vector de NEUROtiker, bajo licencia CC0; **p. 322:** (E) colecalciferol; (F) ergocalciferol; (K) tocoferol, vector de Calvero, fotografía bajo licencia CC0; (N) filoquinona, vector de Tony27587, bajo licencia CC BY-SA 3.0; (Ñ) filoquinona, vector de Tony27587, bajo licencia CC BY-SA 3.0; (O) menauinona, vector de Naturwiki, bajo licencia CC0; **p. 323:** (C) tiamina, bajo licencia CC0; (F) riboflavina, vector de Calvero, bajo licencia CC0; **p. 324:** (D) piridoxina, bajo licencia CC0; (I) cobalamina, vector NEUROtiker, bajo licencia CC0; **p. 325:** (B) biotina, vector de Mysid, bajo licencia CC0; (E) maíz antes y después de ser nixtamalizado, fotografía de LI1324, bajo licencia CC0; (F) niacina, bajo licencia CC0; **p. 326:** (C) ácido pantoténico, vector de Jü, bajo licencia CC0; (F) ácido ascórbico, vector de Yikrazuul, bajo licencia CC0; **p. 329:** (ab.) agua de la llave, fotografía de Alabama Extension, bajo licencia CC0; **p. 330:** (arr.) aguas negras, fotografía de MPCA Photos, bajo licencia CC BY-NC 2.0.

Orsalia Iraís Hernández Güereca/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP
pp. 147 (C), 224 (A), 242 (centro), 268 (izq. y centro), 280 (A, B), 327 (E).

Blanca Guerrero/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP
pp. 152, 224 (B, C), 282 (ab.).

Francisco Ibarra/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP
p. 274 (A).

Pexels.com, bajo licencia CC0
pp. 56 (arr.), 153 (arr.), 164, 242 (ab.), 251 (E), 302 (arr.), 303 (arr.).

Pngwing.com, licencia CC0
pp. 147 (E), 250, 251 (A, D, G, I), 265 (centro), 273 (ab.), 280 (C, D), 281 (A, E), 308 (C), 327 (H).

Pxfuel.com, bajo licencia CC0
pp. 245, 251 (F, H), 300, 308 (D), 321 (A), 322 (M), 323 (A y G).

Freepik.com, bajo licencia CC0
pp. 17, 64, 146, 147 (B, D), 152 (ab., izq. y centro), 153 (ab.), 154 (B, D), 158 (arr.), 162, 179, 180-182, 191, 223, 242 (arr.), 243 (arr. y centro); 246 (B), 251 (B, C, H), 264 (izq. y der.), 266 (arr. y ab.), 268 (der.), 274 (B, D), 281 (B, C, D), 284 (izq.), 303 (ab.), 306, 308 (A, B), 310, 321 (B, C, D), 322 (A, C, D, G, H, I, J, L), 323 (D), 324 (A, B, E, F, G, H), 325 (A, G, I), 326 (A, B, D), 327 (A, B, D, F, G, J), 328 (A, F, G, I, J, K, L, N, O, P), 329 (arr.), 330 (ab.).

Unsplash.com, bajo licencia CC0
pp. 37, 146 (C).

Pixabay.com, bajo licencia CC0
pp. 296 (arr.), 297 (arr. y ab.).

Vecteezy.com, bajo licencia CC0
pp. 147 (A), 265 (arr. y ab.), 266 (centro), 274 (C), 280 (E), 286, 322 (B), 323 (B y E), 324 (C), 325 (C, D), 326 (E, F, G), 327 (C, I), 328 (B, C, D, E, H, M).

Pxhere.com, bajo licencia CC0
p. 264 (centro).

La CONALITEG te invita a sumarte a la cultura del reciclaje.
Este libro fue impreso en papel que contiene 50% de fibras recicladas o naturales no derivadas de la madera procesada sin blanqueadores con cloro, contribuyendo al cuidado del medio ambiente.
Para el ciclo escolar 2026-2027 se imprimieron 6,957,000 libros de texto gratuitos con 3,190 toneladas de papel reciclado obtenido del programa *Recicla para Leer.*

¡SÚMATE YA!
Más información en: https://libros.conaliteg.gob.mx/reciclaparaleer/

¡Expresamos nuestras ideas para ejercer nuestros derechos!

Esta nueva familia de libros está pensada para los estudiantes de todo México, por lo que tus ideas y opiniones sobre ellos son muy importantes.

Expresar lo que piensas sobre *Colección Nanahuatzin. Saberes y pensamiento científico. Tercer grado* de secundaria permitirá saber cómo mejorar su perspectiva solidaria, diversa y plural.

Puedes enviar tus opiniones por medio de correo postal o por correo electrónico a la dirección: librosdetexto@nube.sep.gob.mx

1. ¿Recibiste tu libro el primer día de clases?

2. ¿Te gustó tu libro?

3. ¿Qué fue lo que más te gustó?

4. ¿Qué partes de tu libro te agradaron más?

5. ¿Te gustaron las imágenes?

6. ¿Las imágenes te ayudaron a entender los temas?

7. Los artículos, ¿fueron de tu interés?

8. ¿Hay otros libros en tu aula además de los de texto?

9. ¿Qué te gustaría que estuviera en tu libro y no lo tiene?

10. ¿Consultas los libros de la biblioteca de tu escuela?, ¿por qué?

11. ¿Consultas la biblioteca pública de tu comunidad?, ¿por qué?

12. ¿Tienes libros en tu casa, además de los libros de texto gratuitos?

13. ¿Lees los libros de texto gratuitos con los adultos de tu casa?

¡Gracias por tu participación!

Educación
Secretaría de Educación Pública

Dirección General de Materiales Educativos
Avenida Universidad 1200, Colonia Xoco,
Benito Juárez, C.P. 03330, Ciudad de México

Doblar aquí

Datos generales

Entidad: _____

Escuela: _____

Turno: Matutino ☐ Vespertino ☐ Escuela de tiempo completo ☐

Nombre del alumno: _____

Domicilio del alumno: _____

Grado: _____

Doblar aquí

_____

_____

_____

_____

_____

TEXTO GRATUITOS

de LIBROS de

COMISIÓN NACIONAL

Los prismas basálticos
Huasca de Ocampo, Hidalgo
Fotografía de Denis Jockmans

9 786075 791005

Educación
Secretaría de Educación Pública

COMISIÓN NACIONAL de LIBROS de TEXTO GRATUITOS